Appunti di Fisica

Riccardo Lo Iacono

Dipartimento di Matematica & Informatica
Università degli studi di Palermo
Sicilia

a.a. 2021-2022

Indice

– 1 – Il SI e le grandezze di misura.

Per poter descrivere i fenomeni naturali, è necessario misurare gli aspetti che caratterizzano gli stessi. A ciascuna di queste misure è assegnata una grandezza fisica, di cui a seguito si riportano quelle "fondamentali".

- lunghezza;
- massa;
- tempo.

Il dover comunicare i risultati di un esperimento, comporta la necessità di un'unità di misura univoca. Proprio per far fronte a tale bisogno nel 1960, nacque il "Sistema Internazionale" (SI), il quale si occupò di stabilire le unità di misura per le grandezze fisiche.
Alcune delle principali furono

- il kilogrammo (kg) per la massa;
- il metro (m) per la lunghezza;
- il secondo (s) per il tempo;

Altre unità di misura furono stabilite, ma si parlerà di ciascuna quando necessarie.

– 2 – Analisi dimensionale.

In fisica il concetto di dimensionale ha un significato particolare, con esso infatti si caratterizza la natura di una grandezza.

Si avrà spesso il bisogno di verificare la correttezza di un'equazione, in questi casi uno strumento utile è l'analisi dimensionale. Questa permette di verificare se tutti i membri di una certa equazione appartengano alla stessa dimensione.

Esempio.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

L'equazione sopra indicata è dimensionalmente consistente poiché, se analizzata dal punto di vista delle unità di misura si ha

$$|L| = |L| + \frac{|L|}{|T|}|T| + \frac{|L|}{|T|^2}|T|^2$$

Viceversa un'equazione del tipo

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^3$$

risulta essere inconsistente dimensionalmente poiché, se analizzata dal punto di vista delle unità di misura si ha

$$|L| = |L| + \frac{|L|}{|T|}|T| + \frac{|L|}{|T|^2}|T|^3$$

il che è inconcepibile.

– 3 – Cifre significative.

La misurazione di grandezze fisiche comporta spesso una correttezza dei valori ottenuti solo entro certi limiti. Tale incertezza è dovuta a vari fattori, quale ad esempio la qualità dello strumento utilizzato.

Al fine di dare una corretta rappresentazione del valore, si usano spesso le cifre significative. (Nei presenti appunti ci si limiterà alla terza cifra.)
Quando si svolgono operazioni, per assegnare un corretto numero di cifre significative si utilizzano le seguenti regole.

1. Operazioni di somma e sottrazione: il numero di cifre significative del risultato deve essere uguale al numero di cifre significative degli operandi.

   Esempio.

   $$12.3 + 1.92 = 14.2 \text{ non } \; 14.22$$

2. Operazioni di prodotto e divisione: il numero di cifre significative deve essere uguale al numero minimo di cifre significative degli operandi.

   Esempio.

   $$12.1 \cdot 1.001 = 12.1 \text{ non } \; 12.10121$$

– 4 – Posizione e velocità.

Il moto unidimensionale studia il moto di un corpo, idealizzato come punto materiale, la cui massa e dimensione sono trascurabili.

– 4.1 – Posizione e velocità.

Si consideri una retta orientata, per stabilire la posizione di un punto $x \neq 0$, è necessario sapere dove questi si trovi rispetto il punto di riferimento.
Si consideri la seguente retta orientata ove sono stati fissati i punti x_i e x_f.

Si definisce spostamento, la variazione di posizione del punto in un certo lasso di tempo. Cioè

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Dalla variazione di posizione si può ricavare la velocità media con cui avviene tale spostamento, la quale è data dalla seguente relazione.

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Spesso però risulta utile conoscere la velocità del corpo in un certo istante di tempo, in questo caso si parlerà di velocità istantanea ed è data dalla seguente relazione.

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

– 5 – Moto di un corpo puntiforme.

Un corpo puntiforme è soggetto a molti moti, ma nei presenti appunti si studieranno i seguenti.

- Moto rettilineo uniforme;
- Moto uniformemente accelerato.

– 5.1 – Moto rettilineo uniforme.

Si definisce moto rettilineo, il moto di un corpo che si muove a velocità costante. Cioè

$$\mathbf{v}(t) = costante = \mathbf{v}$$

da cui, poiché la velocità è costante, segue

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

– 5.2 – Moto uniformemente accelerato.

Si definisce moto uniformemente accelerato, un moto che si muove con accelerazione costante. Cioè

$$\mathbf{a}(t) = costante = \mathbf{a}$$

da cui, poiché l'accelerazione è costante, segue

$$x(t) = x_0 + \mathbf{v}t$$

ma poiché la velocità varia linearmente

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v_0} + \mathbf{v_f}}{2}$$

da cui segue

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \frac{\mathbf{v_0} + \mathbf{v_f}}{2} t \\ &= x_0 + \mathbf{v_0} t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \end{aligned}$$

– 6 – Moto del proiettile.

La presente analisi del moto del proiettile è svolta sulla base di due ipotesi quali

1. in caduta libera l'accelerazione rimane costante per tutto il moto;
2. la resistenza dell'aria è trascurata.

Si consideri la figura di seguito riportata.

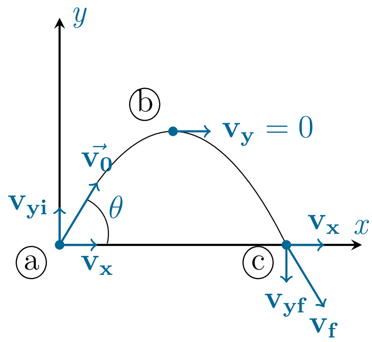

Figura 1: Schema rappresentativo di moto del proiettile.

Siano ⓐ, ⓑ, ⓒ rispettivamente: il punto di partenza del proiettile, il punto in cui il proiettile raggiunge l'altezza massima, il punto in cui il proiettile raggiunge lo stesso livello orizzontale di partenza.

Dalla *Figura 1* si nota che:

- lungo x, la posizione del corpo varia di moto rettilineo uniforme, poiché la velocità $\mathbf{v_x}$ rimane costante per tutto il moto. Dunque se si considera $\mathbf{r_x}$ lo spostamento lungo x, segue

$$\mathbf{r_x}(t) = \mathbf{r_0} + \mathbf{v}t$$

- lungo y, la posizione del corpo varia di moto uniformemente accelerato, poiché la velocità $\mathbf{v_y}$ varia, ma rimane costante l'accelerazione dovuta alla gravità. Dunque se si considera $\mathbf{r_y}$ lo spostamento lungo y, segue

$$\mathbf{r_y}(t) = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

– 6.1 – Gittata e altezza massima.

Si consideri la figura di seguito riportata.

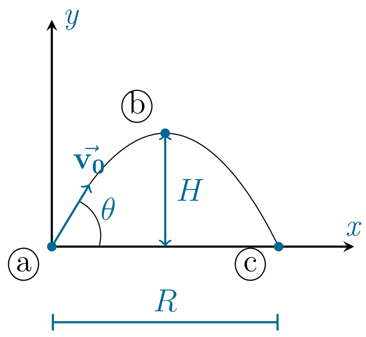

Figura 2: Schema rappresentativo di moto del proiettile con gittata e altezza.

Dalla *Figura 2*, supponendo che in ⓐ, $x_0 = 0$ e il proiettile ha una certa velocità $\mathbf{v_y}$, si nota che:

- ⓑ è il punto di massima elevazione raggiunto dal proiettile;
- ⓒ è il punto in cui il proiettile raggiunge lo stesso livello orizzontale di partenza.

Ponendo H e R rispettivamente: distanza massima verticale, distanza massima orizzontale, segue

$$H = \frac{\mathbf{v_0}^2 \sin^2 \theta_0}{2\mathbf{g}}$$

$$R = \mathbf{v_x} \cos \theta_0 \frac{\mathbf{v_x}^2 \sin 2\theta_0}{\mathbf{g}}$$

Pertanto si ha che R è massima se $\theta_0 = 45$.

– 7 – Moto circolare uniforme.

Si definisce moto circolare uniforme, il moto di un corpo che, muovendosi su un percorso circolare, mantiene una velocità costante.

Fatto.
Un corpo che si muove a velocità costante su una traiettoria circolare, possiede un'accelerazione.

Poiché la velocità è una grandezza vettoriale, la presenza di un'accelerazione è dovuta a due possibili ragioni, quali:

1. variazione del modulo della velocità;
2. variazione della direzione della velocità.

L'accelerazione del moto circolare è dovuta proprio a ques'ultimo motivo. Infatti, il vettore velocità, sempre tangente alla traiettoria circolare, è perpendicolare al raggio della stessa.

Si consideri ora la figura di seguito riportata.

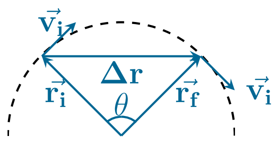

Figura 3: Schema rappresentativo del moto circolatorio.

Ponendo $\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f}$ coda contro coda, si nota che l'angolo fra essi compreso è θ, da cui i triangoli $\widehat{r_i \Delta r r_f}$ e $\widehat{v_i \Delta v v_f}$ sono simili.
È possibile pertanto stabilire una relazione tra i lati come segue.

$$\frac{|\Delta \vec{\mathbf{v}}|}{\mathbf{v}} = \frac{|\Delta r|}{\mathbf{r}}$$

ove $\mathbf{v} = \mathbf{v_i} = \mathbf{v_f}$ e $\mathbf{r} = \mathbf{r_i} = \mathbf{r_f}$.
Risolvendo rispetto $\vec{\mathbf{v}}$ e calcolando il limite per $\Delta \to 0$, segue

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{r}} \frac{|\Delta \vec{\mathbf{r}}|}{|\Delta t|} = \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{r}} = \mathbf{a_c}$$

– 8 – Leggi del moto.

– 8.1 – Sistema inerziale e prima legge di Newton.

Si definisce un sistema inerziale, se in tale sistema l'accelerazione di un corpo risulta nulla. Inoltre, qualsiasi sistema che si muove a velocità costante rispetto un sistema inerziale, è a sua volta inerziale.

Chiaro il concetto di sistema inerziale, si può ora introdurre la prima legge di Newton.

Legge prima di Newton.
Un corpo osservato da un sistema inerziale, se non soggetto a forze esterne, mantiene il proprio stato di moto, se in moto, di quiete se in quiete.

– 8.2 – Seconda legge di Newton.

Con la prima legge di Newton, si ha chiaro cosa accada ad un corpo se questi non è soggetto a forze. Pertanto, è naturale chiedersi cosa accada invece se sul corpo agiscono delle forze.

Si supponga di applicare una forze $\mathbf{F}$ su un corpo di massa m, questi inizierà a muoversi, subendo pertanto un'accelerazione. Incrementando l'intensità della forza $\mathbf{F}$, aumenterà di conseguenza l'accelerazione del corpo.

Da tali osservazioni, Newton dedusse che la forza applicata su un corpo è proporzionale all'accelerazione dello stesso, deduzione culminata nella seconda legge.

Legge seconda di Newton.
L'accelerazione di un corpo, se osservato da un sistema inerziale, è proporzionale alla forza applicata sullo stesso, e inversamente proporzionale alla propria massa. Cioè

$$\mathbf{a} \propto \frac{\sum \mathbf{F}}{m} \implies \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Nel SI, la forza è misurata in Newton, (N).

$$1 \quad \mathrm{N} \equiv \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s^2}$$

– 8.3 – Forza gravitazionale e forza peso.

Ogni corpo sulla terra è soggetto ad una forza di attrazione verso il basso, la quale è definita come forza peso $\mathbf{F_p}$.

Si può pertanto definire “peso”, l’intensità con la quale un corpo subisce tale forza.

Si consideri un corpo di massa m in caduta libera, come detto questi è soggetto, per semplicità, unicamente alla forza peso, quindi

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F_p} = m\mathbf{a}$$

da osservazioni sperimentali si osserva che l’accelerazione a cui i corpi in caduta libera sono soggetti è costante ed è pari a $9.80 \quad \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}$, che per la sua importanza è indicata con $\mathbf{g}$.

Osservazione.
Nei presenti appunti l’accelerazione sarà considerata positiva se diretta verso il basso o verso destra, negativa in caso contrario.

– 8.4 – Terza legge di Newton.

Si supponga di applicare una forza su un corpo di massa m, in un certo senso, il corpo applicherà una resistenza. Da un’esperienza simile, Newton dedusse quanto poi sarebbe diventata la terza legge.

Legge terza di Newton.
Se due corpi interagiscono l’uno con l’altro, la forza $\mathbf{F_{1,2}}$ esercitata sul corpo due dal corpo uno, risulta essere uguale in modulo e opposta in verso alla forza $\mathbf{F_{2,1}}$ esercitata sul corpo uno dal corpo due.
Cioè

$$\mathbf{F_{1,2}} = -\mathbf{F_{2,1}}$$

– 8.5 – Applicazioni delle leggi di Newton.

Nella presente sezione, si riportato due modelli per la risoluzione di problemi risolvibili applicando le leggi di Newton.

– 8.5.1 – Modello: punto materiale in equilibrio.

Si consideri un corpo in equilibrio sorretto da una fune, il cui schema di corpo libero è riportato nella figura di seguito.

Figura 4: Schema di corpo libero di un corpo sorretto da fune.

Dalla *Figura 4* si osserva che:

- sull'asse x non vi sono forze, quindi

$$\sum \mathbf{F_x} = 0$$

- sull'asse y le forze agenti sono la forza peso e la tensione, quindi

$$\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{F_p} + \mathbf{T} = 0 \implies \mathbf{T} = -\mathbf{F_p}$$

– 8.5.2 – Modello: punto materiale sotto l'azione di forze esterne.

Si consideri un corpo, posto su una superficie orizzontale, soggetto ad una forza verso destra, il cui schema di corpo libero è riportato nella figura di seguito.

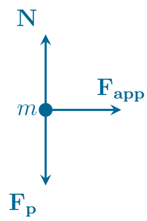

Figura 5: Schema di un corpo soggetto a una forza orizzontale.

Supponendo di voler calcolare

1. l'accelerazione del corpo;
2. la forza normale esercitata dalla superficie.

si ha che

1. lungo l'asse x, l'unica forza è quella applicata, quindi

$$\sum \mathbf{F_x} = \mathbf{F_{app}} = m\mathbf{a} \implies \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F_{app}}}{m}$$

2. lungo l'asse y, le forze applicate sono la forza peso e la normale, poiché verticalmente non c'è accelerazione, segue

$$\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{N} + \mathbf{F_p} = 0 \implies \mathbf{N} = -\mathbf{F_p}$$

– 8.6 – Forze d'attrito.

Si consideri un corpo che attraversa un mezzo viscoso, come ad esempio l'aria. Questi risentirà di una resistenza dovuta all'iterazione stessa tra corpo e mezzo; tale resistenza è definita *forza d'attrito*.

Si supponga di applicare una forza ad un corpo, se la forza è sufficientemente piccola il corpo rimarrà fermo. Segue dalla terza legge di Newton, che il corpo esercita una forza in resistenza a quella applicata; si definisce tale forza *forza d'attrito statico*.

Si supponga ora di aumentare progressivamente la forza applicata, segue che dopo un certo periodo di tempo la forza d'attrito statico raggiunge il suo limite, oltre il quale il corpo comincia a muoversi. Sebbene in movimento, il corpo è ancora soggetto ad una forza, la quale è definita *forza d'attrito dinamico*.

Osservazioni sperimentali hanno dimostrato che sia la forza di attrito statico sia quella di attrito dinamico, dipendo dalla forza normale. Più precisamente

- la forza di attrito statico risulta essere
$$\mathbf{F_s} \leq \mu_s \mathbf{N}$$
ove μ_s è coefficiente di attrito statico.
- la forza di attrito dinamico risulta essere
$$\mathbf{F_d} \leq \mu_k \mathbf{N}$$
ove μ_k è coefficiente di attrito dinamico.

Osservazione.
Sia μ_k che μ_s dipendono dal materiale che applica resistenza.

– 9 – Moto circolare e leggi di Newton.

Si consideri un corpo collegato ad una fune, tenuto in moto circolatorio da un velocità costante in modulo, su un piano privo di attrito. Dalla seconda legge di Newton, se sul corpo non sono applicate forze, questi si muove secondo una traiettoria rettilinea; ma la corda esercita sul corpo un forza radiale $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{r}}$, che obbliga il moto circolatorio.

Pertanto, applicando la seconda legge, segue

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F_r} = m\mathbf{a_c} = m\frac{\mathbf{v^2}}{r}$$

ove $\mathbf{a_c}$ è definita accelerazione centripeta.

– 9.1 – Moto in sistemi di riferimento accelerati.

Si consideri un osservatore ed un corpo posti all'interno di un veicolo in movimento. Si presentano due scenari

1. il veicolo è fermo, dunque anche il corpo rimane fermo;
2. il veicolo inizia a muoversi, il corpo inizialmente fermo inizia a muoversi verso la parte posteriore del veicolo.

Sembra dunque che nel secondo caso si violi la seconda legge di Newton, ma così non è, infatti sul corpo agisce una forza che ne determina il moto; si definisce tale forza *forza apparente.*

– 9.2 – Moto in presenza di forze frenanti.

Si è precedentemente descritta la forza di attrito dinamico esercitata su un corpo in movimento su una superficie, trascurando però qualsiasi iterazione tra i due.

Se si considerano questi effetti si avrà che, la superficie o il mezzo attraversato producono una forza frenante $\vec{\mathbf{R}}$. L'intensità $\vec{\mathbf{R}}$ dipende dalla velocità del corpo, mentre la direzione sarà sempre opposta al moto.

Osservazione.
Poiché l'intensità di $\vec{\mathbf{R}}$ può variare in modo, complesso si considerino i modelli dei paragrafi successivi.

– 9.2.1 – Modello: Forza frenante proporzionale alla velocità del corpo.

Si consideri un corpo immerso in un liquido, o in un gas, da osservazioni sperimentali, segue

$$\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$$

ove b è una costante dipendente la mezzo attraversato.

Esempio.
Una sfera di massa m è lasciata cadere in un liquido. Supponendo che sulla sfera agiscano unicamente la forza $\vec{\mathbf{R}}$ e $\vec{\mathbf{F}_\mathbf{g}}$, se ne studi il moto.

Dall'applicazione della seconda legge di Newton

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g} - b = m\mathbf{a} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$$

risolvendo per $\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$, segue

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{g} - \frac{b}{m}\mathbf{v}$$

– 9.2.2 – Modello: Forza frenante proporzionale al quadrato della velocità.

Si consideri un corpo che si muove ad alta velocità, da osservazioni sperimentali segue

$$\mathbf{R} = DA\mathbf{v}^2\rho$$

ove D è una costante empirica, ρ è la densità dell'aria, A l'area della sezione trasversale perpendicolare al moto.

Esempio.
Un corpo di massa m è lasciato cadere libero da uno stato di riposo. segue

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g} + \frac{1}{2}DA\mathbf{v}^2\rho = m\mathbf{a}$$

da cui il modello dell'accelerazione è

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - \left(\frac{DA\rho}{2m}\mathbf{v}^2\right)$$

– 10 – Energia di un sistema.

Il concetto di energia, è utile poiché applicabile ai sistemi meccanici, senza necessariamente ricorrere alle leggi di Newton. Inoltre, l'approccio energetico è utile nella comprensione dei fenomeni elettrici e termici, per i quali non è possibile applicare Newton.

– 10.1 – Sistema e ambiente esterno.

Un *sistema*, è una piccola regione dello spazio, del quale si ignorano tutti i dettagli esterni. Questi può essere

- un corpo, un punto materiale o un insieme di questi;
- una regione dello spazio.

Indipendentemente dal sistema, si può identificare un *contorno del sistema*, il quale può essere considerata come una superficie che divide il sistema dall'ambente circostante.

– 10.2 – Lavoro compiuto da una forza costante.

Molti dei termini utilizzati sin'ora, hanno pressoché il medesimo significato di quello assegnatogli nella vita quotidiana. Si procede ora all'introduzione di una nuova grandezza fisica, quale il *lavoro*. Si consideri una forza costante applicata ad un corpo, si definisce lavoro il prodotto tra il modulo della forza, l'eventuale spostamento causato ed il coseno dell'angolo compreso tra la forza e lo spostamento, cioè

$$\mathbf{W} \equiv \mathbf{F}\Delta\mathbf{s}\cos\theta$$

Nel SI, il lavoro è misurato in Joule, (J).

$$1 \quad \mathrm{J} \equiv \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

– 10.3 – Lavoro compiuto da una forza variabile.

Si consideri una forza variabile applicata ad un corpo lungo l'asse x. Da quanto detto fin'ora il lavoro non può dunque essere calcolato come $\mathbf{W} = \mathbf{F}\Delta\mathbf{s}\cos\theta$, ma se si suppone di dividere lo spostamento in parti piccolissime, tali che $\Delta s \to 0$, si avrà che approssimativamente la forza applicata è costante, segue dunque

$$\mathbf{W} \approxeq \mathbf{F_x}\Delta\mathbf{s}$$

Si supponga ora di suddividere la curva che rappresenta $\mathbf{F_x}$, in un gran numero di intervalli, segue che il lavoro della forza è circa uguale a

$$\mathbf{W} \approxeq \sum_{x_i}^{x_f} \mathbf{F_x}\Delta\mathbf{s}$$

Infine se si calcola il limite per $\Delta\mathbf{s} \to 0$, sebbene i termini tendano all'infinito, la loro somma sarà uguale all'area compresa tra la curva rappresentante la forza è l'asse x, cioè

$$\mathbf{W} = \lim_{\Delta\mathbf{s}\to 0} \sum_{x_i}^{x_f} \mathbf{F_x}\Delta\mathbf{s} = \int_{x_i}^{x_f} \mathbf{F_x}\,\mathrm{d}x$$

– 10.3.1 – Lavoro compiuto da una molla.

Si consideri la figura di seguito riportata.

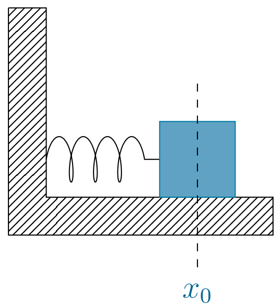

Figura 6: Schema sistema massa-molla.

Si si suppone di allungare, o eventualmente comprimere, la molla di un piccolo tratto rispetto la posizione di equilibrio x_0, questa eserciterà una forza sul blocco che matematicamente è pari a

$$\mathbf{F_s} = -kx$$

ove k è una costante dipendente dalla molla.

Quanto detto è espresso più propriamente dalla legge di Hooke, di seguito riportata.

Legge di Hooke.
La forza necessaria ad allungare o comprimere una molla, è proporzionale all'allungamento o alla comprensione subita dalla stessa.

Tornando al calcolo del lavoro, si consideri uno spostamento da una posizione x_i a x_f, il lavoro compiuto dalla forza elastica è

$$\mathbf{W} = \int_{x_i}^{x_f} -kx \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

– 10.4 – Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica.

Si consideri una forza orizzontale verso destra applicata su un corpo. Se tale forza causa uno spostamento, il lavoro totale sarà

$$\mathbf{W_{TOT}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum \mathbf{Fx}\,\mathrm{d}x$$

Dunque applicando Newton, segue

$$\begin{aligned}\mathbf{W_{TOT}} &= \int_{x_i}^{x_f} \sum \mathbf{F_x}\,\mathrm{d}x = \int_{x_i}^{x_f} m\vec{\mathbf{a}}\,\mathrm{d}x \\ &= \int_{x_i}^{x_f} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}x = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}x \\ &= \int_{v_i}^{v_f} mv\,\mathrm{d}v = \frac{1}{2}m\mathbf{v_f}^2 - \frac{1}{2}m\mathbf{v_i}^2\end{aligned}$$

ove $\mathbf{v_i}$ è la velocità del corpo a x_i, metre $\mathbf{v_f}$ quella in x_f.

Si definisce la quantità $\frac{1}{2}mv^2$, energia cinetica e la si indica con la lettera K.

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2$$

Da cio segue

$$\mathbf{W} = K_f - K_i = \Delta K \tag{1}$$

L'Equazione (1) è un'importante risultato noto come *teorema dell'energia cinetica.*

Teorema dell'energia cinetica.
Quando si compie lavoro su un corpo, e ne consegue una variazione nel modulo della velocità, il lavoro totale è pari alla variazione di energia cinetica.

– 10.5 – Energia potenziale di un sistema.

Si consideri un corpo posto ad una certa altezza dal suolo, poiché su questi non si applica una forza, lo stesso non ha energia cinetica bensì ne possiede una con tali capacità. Si definisce tale energia *energia potenziale.*

Si consideri ora una agente esterno che solleva un corpo da una posizione y_i a y_f, ponendo che la forza applica sia pari alla forza di gravita, segue

$$\mathbf{W} = \vec{\mathbf{F}}_{app} \cdot \Delta\mathbf{s} = m\mathbf{g}y_f - m\mathbf{g}v_i$$

Si definisce la quantità $m\mathbf{g}y$, energia potenziale gravitazionale e la si indica con U_g.

$$U_g \equiv m\mathbf{g}v$$

Dunque il lavoro effettuato dall'agente esterno è

$$\mathbf{W} = \Delta U_g$$

– 10.5.1 – Energia potenziale elastica.

Si consideri Figura 6. Si è detto che il lavoro della forza elastica è

$$\mathbf{W} = \int_{x_i}^{x_f} -kx\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

ma questi risulta essere uguale al lavoro applicato dall'agente esterno che allunga o comprime la molla. Pertanto si può si può mettere in correlazione il lavoro dell'agente esterno con l'energia potenziale infatti, similarmente a quanto fatto con l'energia potenziale gravitazionale si può stabilire un'*energia potenziale elastica* U_s.

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

– 10.6 – Forze conservative e non conservative.

Una forza si definisce conservativa se soddisfa le seguenti proprietà, tra loro equivalenti.

1. Il lavoro compiuto dalla forza agente su un punto materiale che si muove tra due punti, è indipendente dal percorso.

2. Il lavoro compiuto dalla forza agente su un punto materiale che descrive una linea chiusa, è zero.

Si ha che il lavoro compiuto da una forza conservativa è

$$\mathbf{W_c} = -\Delta U$$

Se una forza non soddisfa nessuna delle precedenti proprietà, questa si dice non conservativa.

Si definisce inoltre *energia meccanica* la somma di energia cinetica e potenziale, cioè

$$E_{mec} = U + K$$

ove U comprende tutte le energie potenziali e K quelle cinetiche.

– 10.7 – Forze conservative ed energia potenziale.

Si è detto precedentemente che il lavoro compiuto da una forza conservativa, dipende unicamente dalle coordinate iniziali e finali. È pertanto possibile definire una funzione energia potenziale U, tale che il lavoro compiuto sugli elementi del sistema sia uguale alla variazione di energia potenziale.

$$\mathbf{W_c} = \int_{x_i}^{x_f} Fx \, \mathrm{d}x \quad = -\Delta U$$

Se il punto di applicazione della forza subisce uno spostamento infinitesimale $\mathrm{d}x$, si può può esprimere la variazione infinitesimale dell'energia potenziale de sistema nella forma

$$\mathrm{d}U = -\mathbf{F_x}\mathrm{d}x$$

Segue dunque

$$\mathbf{F_x} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

– 11 – Conservazione dell'energia.

Si è fin'ora parlato di un unico metodo per cui l'energia può essere trasferita da un sistema ad un'alto, ossia il lavoro. Esistono però altri metodi di trasferimento di energia quali

- onde meccaniche: processi nei quali l'energia è trasportata da perturbazioni che si propagano nell'aria;
- calore: meccanismo di trasferimento dovuto a una differenza di temperatura tra du regioni dello spazio.

Uno degli aspetti fondamentali di questa sezione è il seguente fatto, l'energia non può essere ne creata ne distrutta, questa si conserva sempre.

Principio di conservazione dell'energia.
Se l'energia presente in un sistema subisce una variazione, è necessario che una pari quantità di energia abbia lasciato il sistema.

$$\Delta E_s = \sum T$$

ove E_s indica l'energia del sistema, T la quantità di energia trasferita tramite i meccanismi prima citati.

– 11.1 – Sistema isolato.

Un sistema i cui confini non sono attraversati da nessun flusso di energia si dice *isolato*.

Si consideri un corpo sollevato dal suolo, come detto il lavoro sarà $\mathbf{W} = -\Delta U_g$. Se ci si concentra sul lavoro fatto da $\mathbf{F_g}$, quando il corpo è lasciato cadere al suolo, questi risulta essere

$$\begin{aligned}\mathbf{W_c} &= -m\mathbf{g}\Delta\mathbf{s} \\ &= -m\mathbf{g}y_f + m\mathbf{g}y_i\end{aligned}$$

Dal teorema dell'energia cinetica

$$\mathbf{W_c} = \Delta K$$

da cui

$$\begin{aligned}\Delta K &= -\Delta U \\ \Delta E_{mec} &= 0\end{aligned}$$

– 11.2 – Sistemi con attrito dinamico.

Si consideri un corpo soggetto ad una forza d'attrito. Questa poiché una forza, e poiché presente uno spostamento, fa lavoro.
Si consideri la situazione in cui sul corpo agiscano un certo numero di forze, compresa quella d'attrito, segue che il lavoro è

$$\sum \mathbf{W} = \int \sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{e}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} + \int \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} = \int \sum \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}$$

ove $\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}$ è lo spostamento del corpo.

Applicando la seconda legge di Newton, segue

$$\mathbf{W} = \int m\vec{\mathbf{a}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} = \int m\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}$$

$$= \int m\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{\mathbf{v}}\,\mathrm{d}t$$

ma

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{\mathbf{v}} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}t}$$

da cui

$$\mathbf{W} = \int_{t_i}^{t_f} m\left(\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v^2 t}\right)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}m\int_{v_i}^{v_f} \mathrm{d}v^2$$

$$= \frac{1}{2}m\mathbf{v}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{2}} - \frac{1}{2}m\mathbf{v}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{2}} = \Delta K$$

Ma $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{k}}$ è opposta al moto, segue

$$\mathbf{W} = \Delta K + \int \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{k}}\,\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}$$

– 11.3 – Forze non conservative e variazione dell'energia meccanica.

Si consideri un corpo che scivola lungo una superficie. Si supponga questi faccia parte di un sistema che subisce variazione di energia potenziale di qualche tipo. Per il principio di conservazione, segue che l'energia potenziale dissipata è stata convertita in energia cinetica, da cui

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = -\mathbf{F_k}\mathrm{d}$$

Se il sistema su cui agiscono le forze non conservative, è un sistema non isolato, allora

$$\Delta E_{mec} = -\mathbf{F_k}\mathrm{d} + \sum \mathbf{W_e}$$

– 11.4 – Potenza.

Si consideri un operaio che deve spostare una massa da un punto ⓐ ad un punto ⓑ, col la possibilità di scegliere tra due percorsi, il primo più lungo ma meno ripido, il secondo l'esatto opposto.

Sebbene il lavoro svolto risulta uguale indipendentemente dal percorso, l'unica differenza la si ha nel tempo impiegato. Si definisce l'energia trasferita per istante di tempo *potenza.*

$$< \mathbf{P} > \equiv \frac{\mathbf{W}}{\Delta t} \implies \mathbf{P} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{W}}{\mathrm{d}t}$$

Nel SI, la potenza si misura in Watt, (W).

$$1 \quad \mathrm{W} \equiv \mathrm{J/s}$$

– 12 – Quantità di moto e urti.

– 12.1 – Quantità di moto e sua conservazione.

Si consideri la figura di seguito riportata. Poiché isolato l'unica forza agente su

Figura 7: Sistema isolato composto da particelle.

ciascuna delle due particelle, è quella dovuta all'altra particella. Segue dunque dalla terza legge di Newton

$$\mathbf{F_{1,2}} = -\mathbf{F_{2,1}} \implies \mathbf{F_{1,2}} + \mathbf{F_{2,1}} = 0$$

applicando ora la seconda legge di Newton

$$m_1\vec{\mathbf{a_1}} + m_2\vec{\mathbf{a_2}} = 0$$

ma da cio, se m_1, m_2 sono costanti, segue

$$\frac{\mathrm{d}(m_1\vec{\mathbf{a_1}})}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}(m_1\vec{\mathbf{a_2}})}{\mathrm{d}t} = 0$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\vec{\mathbf{a_1}} + m_2\vec{\mathbf{a_2}}) = 0$$

da cui si determina $m_1\vec{\mathbf{a_1}} + m_2\vec{\mathbf{a_2}}$ costante.

Definizione.
La quantità di moto di un corpo, schematizzabile come punto materiale, di massa m e velocità $\mathbf{v}$, è definita come

$$\vec{\mathbf{p}} \equiv m\vec{\mathbf{v}}$$

Dall'applicazione della seconda legge di Newton, si possono relazionare forza risultante e quantità di moto, come Segue

$$\sum \mathbf{F} = m\vec{\mathbf{a}}$$
$$= \frac{\mathrm{d}(m\vec{\mathbf{a}})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t}$$

Dunque poiché $\mathbf{F_{1,2}} + \mathbf{F_{2,1}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = 0$, segue che $\vec{\mathbf{p_1}} + \vec{\mathbf{p_{[}2]}}$ sia costante.

Principio di conservazione della quantità di moto.
Quando due o più corpi di un sistema isolato, interagiscono, la quantità di moto si conserva.

– 12.2 – Impulso e quantità di moto.

Si consideri un punto materiale su cui agisce una forza risultante $\sum \mathbf{F}$ variabile nel tempo. In accordo con quanto detto $\sum \mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\vec{\mathrm{a}}t}$.

Segue pertanto che, se a t_i si ha una certa $\mathbf{p_i}$ e a t_f si ha una certa $\mathbf{p_f}$, dall'integrazione di $\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}} = \sum \mathbf{F}\mathrm{d}t$, segue

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, \mathrm{d}t$$

La quantità appena trovata è definita *impulso*.

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, \mathrm{d}t$$

– 12.3 – Urti monodimensionali.

Si definisce urto l'evento in cui due, o più, particelle interagiscono per un breve istante tramite forze. Questi si suddividono in urti

- elastici: se l'urto non causa una variazione dell'energia cinetica;
- anelastici: se l'urto causa una variazione dell'energia cinetica;
  - semplice: se ne consegue che i corpi rimangono separati;
  - completamente anaelastico: se ne consegue che i corpi rimangono uniti.

– 12.3.1 – Urti completamente anelastici.

Si consideri Figura 7. I due corpi urtano centralmente e rimanendo poi uniti. Poiché il sistema è isolato

$$m_1\vec{\mathbf{v_1}} + m_2\vec{\mathbf{v_2}} = (m_1 + m_2)\mathbf{v_f}$$

da cui quindi

$$\mathbf{v_f} = \frac{m_1\vec{\mathbf{v_1}} + m_2\vec{\mathbf{v_2}}}{m_1 + m_2}$$

– 12.3.2 – Urti elastici.

Si consideri nuovamente Figura 7. I due corpi urtano e dopo si allontanano con due velocità differenti. Assumendo l'urto anelastico, poiché per un infinitesimo i due corpi risultano uniti, sia $\vec{\mathbf{p}}$ sia K sono costanti. Segue pertanto

$$m_1\vec{\mathbf{v_{1i}}} + m_2\vec{\mathbf{v_{2i}}} = m_1\vec{\mathbf{v_{1f}}} + m_2\vec{\mathbf{v_{2f}}} \tag{2}$$

da cui quindi

$$m_1(\vec{\mathbf{1f}} - \vec{\mathbf{v_{1i}}}) = m_2(\vec{\mathbf{2f}} - \vec{\mathbf{v_{2i}}}) \tag{3}$$

Ponendo ora a sistema l'Equazioni (2) e (3), segue

$$\vec{\mathbf{v_{1f}}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{\mathbf{v_{1i}}} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{\mathbf{v_{2i}}}$$
$$\vec{\mathbf{v_{2f}}} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{\mathbf{v_{1i}}} + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{\mathbf{v_{2i}}}$$

– 13 – Meccanica dei fluidi.

– 13.1 – Pressione.

I fluidi non sono soggetti né a taglio né a trazione, possono solo essere compressi.

Si consideri un corpo immerso in un fluido, chiuso da un pistone leggero. Si supponga di applicare una forza $\mathbf{F}$, è possibile stabilire la pressione del fluido al livello a cui è immerso il corpo, avendo nota l'area A del pistone. Vale quanto segue

$$\mathbf{P} \equiv \frac{\mathbf{F}}{A}$$

Nel SI, la pressione è misurata in Pascal, (Pa)

$$1 \quad \mathrm{Pa} \equiv \mathrm{N/m^2}$$

– 14 – Moto oscillatorio.

– 14.1 – Moto di un corpo connesso ad una molla.

Si consideri Figura 6. Supponendo il piano privo di attrito, da osservazioni sperimentali si sa che se mossa da x_0, la massa produrrà un moto oscillatorio da destra a sinistra.
Dalla legge di Hooke, si ha che la forza risultante sul blocco sia

$$\mathbf{F_k} = -kx$$

da cui applicando la seconda legge di Newton, segue

$$-kx = m\mathbf{x_x} \implies \mathbf{a_x} = -\frac{k}{m}x$$

– 14.1.1 – Modello: punto materiale in moto armonico.

Volendo dare una descrizione matematica del moto, si osserva che la massa è soggetta ad una forza $\mathbf{F_k}$, poiché $\mathbf{a_x} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ segue dunque

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{k}{m}x$$

da cui ponendo $\frac{k}{m} = \omega^2$, segue

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x \tag{4}$$

Soluzione all'equazione (4), risulta essere una funzione $x(t)$ come di seguito descritta.

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

ove A è detta ampiezza, ω è nota come pulsazione e ϕ è chiamata fase.

Si osserva infatti

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \vec{\mathbf{v}} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \vec{\mathbf{a}} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) \tag{6}$$

Infine se si indica con τ il periodo di oscillazione, e con f la frequenza, segue

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi}$$

– 14.2 – Energia di un oscillatore armonico.

Si consideri ora il sistema in Figura 6, dal punto di vista energetico. Poiché un sistema isolato, ci si aspetta che l'energia meccanica sia costante. Dalle equazioni (5) e (6), segue

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$
$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

Poiché si K sia U sono sempre non nulle, segue

$$\begin{aligned} E = K + U &= \frac{1}{2}kA^2 \left[\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)\right] \\ &= \frac{1}{2}kA^2 \end{aligned}$$

Infine, la velocità si ricava come

$$\vec{\mathbf{v}} = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \omega\sqrt{(A^2 - x^2)}$$

– 14.3 – Pendolo

Altra categoria di moti oscillatori è quella dei pendoli, di cui si tratterà solo il *pendolo semplice.*

Si consideri la figura di seguito riportata.

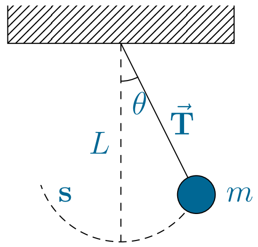

Figura 8: Schema modello pendolo semplice.

Applicando la seconda legge di Newton, poiché l'unica forza opposta all'equilibrio è la componente della forza peso, segue

$$\mathbf{F} = -m\mathbf{g}\sin\theta = -m\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{s}}{\mathrm{d}t^2}$$

ove $\mathbf{s}$ è lo spostamento misurato lungo l'arco.
Ma $\mathbf{s} = L\theta$, e poiché L costante, segue

$$-m\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{s}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

Osservazione.
Se $\theta \leq 10$ radianti, la precedente equazione si approssima come

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{g}{L}\theta$$

la cui soluzione è

$$\theta = \theta_{MAX}\cos(\omega t + \phi)$$

ove θ_{MAX} è il massimo spostamento angolare dall'equilibrio, con

$$\omega = \sqrt{\frac{\mathbf{g}}{L}}$$

da cui infine

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\mathbf{g}}}$$

– 15 – Temperatura

– 15.1 – Principio zero della termodinamica.

Si considerino due corpi A, B posti a *contatto termico*. Questi con il tempo raggiungeranno un *equilibrio termico*, cioè una situazione in cui i corpi non si scambiano energia: né come calore né come radiazione elettromagnetica.

Si supponga ora che i corpi $A.B$ non siano a contatto termico, e si supponga di avere un terzo corpo C. Si immagini di porre A, C in contatto termico, fintanto che questi raggiungano un equilibrio, annotando tale temperatura. Si proceda analogamente per B. Se una volta confrontate le temperature precedentemente annotate, si ha che queste coincidono, allora i corpi A, B sono in equilibrio termico tra loro.

Quanto detto è alla base del principio zero della termodinamica, di seguito enunciato.

Principio zero della termodinamica.
Se due corpi A, B sono separatamente in equilibrio termico con un corpo C, allora A, B sono in equilibrio termico tra loro.

– 15.2 – Dilatazione termica di liquidi e solidi.

Ogni corpo, sia esso solido o liquido, è accomunato da una caratteristica comune: all'aumentare della temperatura, aumenta il volume dello stesso. Tale fenomeno in fisica è definito *dilatazione termica*.

Si consideri un corpo di lunghezza L_i, a una certa temperatura. Si supponga che questi si allunghi di un tratto ΔL, a causa di una variazione di temperatura ΔT.

È possibile stabilire il valore di ΔL come

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$

ove α è definito *coefficiente di dilatazione lineare.*

$$\alpha \equiv \frac{\Delta L / L_i}{\Delta T}$$

Poiché le dimensioni lineari del corpo variano, al variare della temperatura, segue che variano di conseguenza area e volume.

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \tag{7}$$

ove β è definito *coefficiente di dilatazione volumetrico.*

Per ricavare una relazione tra α e β, si assume che il primo sia lo stesso in ogni direzione. Considerando dunque un corpo di dimensioni l, h, w, il volume di questi sarà $V_i = lhw\alpha$. Supponendo una variazione di temperatura $T_i + \Delta T$, segue che il volume sarà $V_i + \Delta V$.

$$\begin{aligned}
V_i + \Delta V &= (l + \Delta l)(h + \Delta h)(w + \Delta w) \\
&= (l + \alpha l \Delta T)(h + \alpha h \Delta T)(w + \alpha w \Delta T) \\
&= lwh(1 + \alpha \Delta T)^3 \\
&= V_i[1 + 3\alpha \Delta T + 3(\alpha \Delta T)^2 + (\alpha \Delta T)^3]
\end{aligned}$$

ma per $\Delta T < 100$ gradi si ha che $\alpha \Delta T << 1$, conseguentemente i termini $3(\alpha \Delta T)^2$ e $(\alpha \Delta T)^3$ sono trascurabili. Pertanto

$$\Delta V = 3\alpha V_i \Delta T \tag{8}$$

ma da ciò segue

$$\beta \simeq 3\alpha$$

– 15.3 – Descrizione macroscopica dei gas.

Per i gas, l'Equazione (8) non è applicabile, poiché questi non hanno un volume proprio, bensì assumono quello del recipiente che li contiene. Proprio per tale ragione per i gas si utilizza quella una relazione, definita *equazione di stato*, che lega volume, pressione e temperatura.

Nota.
Tutti ragionamenti riguardanti i gas, nella presente sezione e in tutte quelle successive, terranno conto di gas perfetti, ossia a bassa densità.

Si consideri un gas contenuto in un cilindro, la cui pressione è variabile tramite un pistone. Supponendo che non vi siano perdite e la massa rimanga costante, dati sperimentali stabiliscono che

- a T costante la pressione è inversamente proporzionale al volume;
- a P costante il volume è direttamente proporzionale alla temperatura;
- a V costante la pressione è direttamente proporzionale alla temperatura.

In sintesi

$$PV = nRT$$

ove n è il numero di moli, R è la costante dei gas perfetti pari a $8.314 \quad \mathrm{J/mol \cdot K}$. Spesso risulta però comodo scrivere la precedente equazione come

$$PV = nRT = \frac{N}{N_a}RT \quad = NK_BT$$

ove K_B è la *costante di Boltzmann*, pari a $1.38 \times 10^{-23} \quad \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$.

– 16 – Primo principio della termodinamica.

– 16.1 – Calore.

Si definisce *calore*, lo scambio di energia attraverso la superficie che racchiude un sistema, dovuto ad una differenza di temperatura tra sistema e ambiente esterno.

– 16.1.1 – Unità di calore.

Le prime nozioni sul calore si basavano su un fluido, il *calorico*. Questi fluiva da una sostanza all'altra e ne causava una variazione di temperatura.

Dal nome di tale fluido fù introdotta la *caloria*. Questa era definita come quantità di energia necessaria per incrementare la temperatura di un grammo d'acqua da 14.5 a 15.5 gradi.

– 16.1.2 – Equivalente meccanico del calore.

Si consideri un contenitore cilindrico riempito di acqua, contente una turbina messa in moto da due blocchi.

Da osservazioni sperimentali si osserva che, se trascurata l'energia persa sui supporti, l'abbassarsi dei blocchi di un tratto h, causa una perdita di energia pari a $2gmh$

Variando di poco le condizioni dell'esperimento, si osserva che

$$2gmh \propto m_a \Delta T$$

ove m_a è la massa dell'acqua, e ΔT è l'incremento di temperatura.

$$1 \quad \text{cal} \quad \equiv \quad 4.18 \quad \text{J}$$

– 16.2 – Calore specifico.

La *capacità termica* di una particolare sostanza, è definita come la quantità di energia utile ad aumentare di un grado la temperatura della stessa. Segue che, se Q causa un variazione ΔT nella temperatura, allora

$$Q = C\Delta T$$

Si definisce *calore specifico*, la capacità termica per unita di massa. Cioè

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

da cui

$$Q = mc\Delta T$$

– 16.3 – Calore latente.

Ogni qual volta si è in presenza di una transizione di fase, cioè il passaggio da uno stato ad un altro, lo scambio di calore non comporta una variazione di temperatura.

In questi casi, se Q è necessaria al cambiamento di stato di una massa m di una certa sostanza, si viene ad avere il *calore latente* L.

$$L \equiv \frac{Q}{m}$$

segue dunque

$$Q = \pm mL$$

Quest'ultima equazione stabilisce che se il sistema assorbe calore, Q è positivo, se invece lo cede allora Q sarà negativo.

– 16.4 – Lavoro e calore nelle trasformazioni termodinamiche.

In termodinamica, lo stato di un sistema è descritto da variabili di stato, quali pressione, volume, ecc. Si ha però che se un sistema è in equilibrio termico, è possibile specificare lo stato dello stesso.

Si consideri un cilindro contente gas, munito di un pistone mobile. Se A è l'area di sezione del pistone, sul gas si imporra una forza $\mathbf{F} = \mathbf{P}A$. Abbassando, quasi staticamente, il pistone di un certo tratto $\mathrm{d}\mathbf{s} = \mathrm{d}y$, il lavoro sul gas è

$$\mathrm{d}\mathbf{W} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} = -\mathbf{P}A\mathrm{d}y$$

ma $A\mathrm{d}y = \Delta V$, segue

$$\mathrm{d}\mathbf{W} = -\mathbf{P}\Delta V$$

Integrando da V_i a V_f, segue quindi

$$\mathbf{W} = \int_{V_i}^{V_f} -\mathbf{P}\,\mathrm{d}V \tag{9}$$

Se $\mathbf{P}$ e V sono noti in ogni punto, allora lo stato del sistema è rappresentabile con il *diagramma PV*.

Esempio.
Siano V_i il volume iniziale, V_f quella finale, e siano $\mathbf{P_i}$ la pressione iniziale e $\mathbf{P_f}$ quella finale, si riporti corrispondente il diagramma PV, stabilendo con f lo stato finale, e con i quello iniziale.

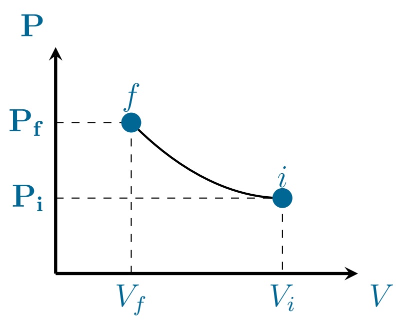

Figura 9: Esempio di diagramma PV.

– 16.5 – Primo principio della termodinamica.

Il *primo principio della termodinamica* è un caso di conservazione dell'energia. Quest stabilisce che i soli scambi di energia possono avvenire sotto forma di calore o lavoro, quindi

$$\Delta E_{int} = Q + \mathbf{W}$$

Da ciò segue che, se in un sistema una quantità $\mathrm{d}Q$ è scambiata come calore ed è compiuto del lavoro $\mathrm{d}\mathbf{W}$, vi sarà una variazione $\mathrm{d}E_{int}$.

$$\mathrm{d}E_{int} = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}\mathbf{W}$$

Si consideri un sistema isolato, come detto in precedenza l'energia interna sara costante. Più precisamente poiché $Q = \mathbf{W} = 0$ segue che $E_{int} = 0$.

Si consideri un sistema in cui avviene una trasformazione ciclica, in questo caso

$$\Delta E_{int} = 0 \quad \text{e} \quad Q = -\mathbf{W}$$

– 16.6 – Applicazioni del primo principio.

Le trasformazioni termodinamiche si suddividono in

- adiabatiche: l'energia non è scambiata come calore, cioè $Q = 0$. Per il primo principio segue

  $$\Delta E_{int} = \mathbf{W}$$

- isobare: i valori di lavoro e calore sono entrambi diversi da zero. Segue che il lavoro sul gas è

  $$\mathbf{W} = -P\Delta V$$

  ove P è la pressione del gas, costante per l'intera trasformazione.

- isocore: il volume del gas non varia, segue che il lavoro è nullo. Per il primo principio segue

  $$\Delta E_{int} = Q$$

- isoterma: la temperatura rimane costante.

– 16.6.1 – Espansione isoterma di un gas perfetto.

Si consideri Figura 9. Dall'applicazione dell'Equazione (9), segue

$$\begin{aligned}
\mathbf{W} = \int_{V_i}^{V_f} -\mathbf{P}\,\mathrm{d}V &= \int_{V_i}^{V_f} -\frac{nRT}{V}\,\mathrm{d}V \\
&= -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V}\,\mathrm{d}V \\
&= -nRT \ln(V)_{V_i}^{V_f} \\
&= -nRT \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)
\end{aligned}$$