

Appunti di Fisica

Riccardo Lo Iacono

Dipartimento di Matematica & Informatica
Università degli studi di Palermo
Sicilia
a.a. 2021-2022

Indice

1 Il SI e le grandezze di misura.	2
2 Analisi dimensionale.	3
3 Cifre significative.	4
4 Posizione e velocità.	5
4.1 Posizione e velocità	5
5 Moto di un corpo puntiforme.	6
5.1 Moto rettilineo uniforme.	6
5.2 Moto uniformemente accelerato.	6
6 Moto del proiettile.	7
6.1 Gittata e altezza massima.	8
7 Moto circolare uniforme.	9
8 Leggi del moto.	10
8.1 Sistema inerziale e prima legge di Newton.	10
8.2 Seconda legge di Newton.	10
8.3 Forza gravitazionale e forza peso.	11
8.4 Terza legge di Newton.	11
8.5 Applicazioni delle leggi di Newton.	12
8.6 Forze d'attrito.	14
9 Moto circolare e leggi di Newton.	15
9.1 Moto in sistemi di riferimento accelerati.	15
9.2 Moto in presenza di forze frenanti.	15

– 1 – Il SI e le grandezze di misura.

Per poter descrivere i fenomeni naturali, è necessario misurare gli aspetti che caratterizzano gli stessi. A ciascuna di queste misure è assegnata una grandezza fisica, di cui a seguito si riportano quelle “fondamentali”.

- lunghezza;
- massa;
- tempo.

Il dover comunicare i risultati di un esperimento, comporta la necessità di un’unità di misura univoca. Proprio per far fronte a tale bisogno nel 1960, nacque il “Sistema Internazionale” (SI), il quale si occupò di stabilire le unità di misura per le grandezze fisiche.

Alcune delle principali furono

- il kilogrammo (kg) per la massa;
- il metro (m) per la lunghezza;
- il secondo (s) per il tempo;

Altre unità di misura furono stabilite, ma si parlerà di ciascuna quando necessarie.

– 2 – Analisi dimensionale.

In fisica il concetto di dimensionale ha un significato particolare, con esso infatti si caratterizza la natura di una grandezza.

Si avrà spesso il bisogno di verificare la correttezza di un'equazione, in questi casi uno strumento utile è l'analisi dimensionale. Questa permette di verificare se tutti i membri di una certa equazione appartengano alla stessa dimensione.

Esempio.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

L'equazione sopra indicata è dimensionalmente consistente poiché, se analizzata dal punto di vista delle unità di misura si ha

$$|L| = |L| + \frac{|L|}{|T|} |T| + \frac{|L|}{|T|^2} |T|^2$$

Viceversa un'equazione del tipo

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^3$$

risulta essere inconsistente dimensionalmente poiché, se analizzata dal punto di vista delle unità di misura si ha

$$|L| = |L| + \frac{|L|}{|T|} |T| + \frac{|L|}{|T|^2} |T|^3$$

il che è inconcepibile.

– 3 – Cifre significative.

La misurazione di grandezze fisiche comporta spesso una correttezza dei valori ottenuti solo entro certi limiti. Tale incertezza è dovuta a vari fattori, quale ad esempio la qualità dello strumento utilizzato.

Al fine di dare una corretta rappresentazione del valore, si usano spesso le cifre significative. (Nei presenti appunti ci si limiterà alla terza cifra.)

Quando si svolgono operazioni, per assegnare un corretto numero di cifre significative si utilizzano le seguenti regole.

1. Operazioni di somma e sottrazione: il numero di cifre significative del risultato deve essere uguale al numero di cifre significative degli operandi.

Esempio.

$$12.3 + 1.92 = 14.2 \text{ non } 14.22$$

2. Operazioni di prodotto e divisione: il numero di cifre significative deve essere uguale al numero minimo di cifre significative degli operandi.

Esempio.

$$12.1 \cdot 1.001 = 12.1 \text{ non } 12.10121$$

– 4 – Posizione e velocità.

Il moto unidimensionale studia il moto di un corpo, idealizzato come punto materiale, la cui massa e dimensione sono trascurabili.

– 4.1 – Posizione e velocità.

Si consideri una retta orientata, per stabilire la posizione di un punto $x \neq 0$, è necessario sapere dove questi si trovi rispetto il punto di riferimento.

Si consideri la seguente retta orientata ove sono stati fissati i punti x_i e x_f .



Si definisce spostamento, la variazione di posizione del punto in un certo lasso di tempo. Cioè

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Dalla variazione di posizione si può ricavare la velocità media con cui avviene tale spostamento, la quale è data dalla seguente relazione.

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Spesso però risulta utile conoscere la velocità del corpo in un certo istante di tempo, in questo caso si parlerà di velocità istantanea ed è data dalla seguente relazione.

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

– 5 – Moto di un corpo puntiforme.

Un corpo puntiforme è soggetto a molti moti, ma nei presenti appunti si studieranno i seguenti.

- Moto rettilineo uniforme;
- Moto uniformemente accelerato.

– 5.1 – Moto rettilineo uniforme.

Si definisce moto rettilineo, il moto di un corpo che si muove a velocità costante. Cioè

$$\mathbf{v}(t) = \text{costante} = \mathbf{v}$$

da cui, poiché la velocità è costante, segue

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

– 5.2 – Moto uniformemente accelerato.

Si definisce moto uniformemente accelerato, un moto che si muove con accelerazione costante. Cioè

$$\mathbf{a}(t) = \text{costante} = \mathbf{a}$$

da cui, poiché l'accelerazione è costante, segue

$$x(t) = x_0 + \mathbf{v} t$$

ma poiché la velocità varia linearmente

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_f}{2}$$

da cui segue

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \frac{\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_f}{2} t \\ &= x_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \end{aligned}$$

– 6 – Moto del proiettile.

La presente analisi del moto del proiettile è svolta sulla base di due ipotesi quali

1. in caduta libera l'accelerazione rimane costante per tutto il moto;
2. la resistenza dell'aria è trascurata.

Si consideri la figura di seguito riportata.

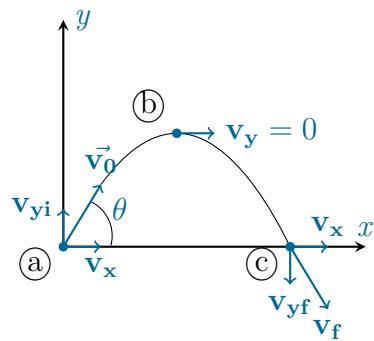


Figura 1: Schema rappresentativo di moto del proiettile.

Siano ①, ②, ③ rispettivamente: il punto di partenza del proiettile, il punto in cui il proiettile raggiunge l'altezza massima, il punto in cui il proiettile raggiunge lo stesso livello orizzontale di partenza.

Dalla *Figura 1* si nota che:

- lungo x , la posizione del corpo varia di moto rettilineo uniforme, poiché la velocità v_x rimane costante per tutto il moto. Dunque se si considera \mathbf{r}_x lo spostamento lungo x , segue

$$\mathbf{r}_x(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$$

- lungo y , la posizione del corpo varia di moto uniformemente accelerato, poiché la velocità v_y varia, ma rimane costante l'accelerazione dovuta alla gravità. Dunque se si considera \mathbf{r}_y lo spostamento lungo y , segue

$$\mathbf{r}_y(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$$

– 6.1 – Gittata e altezza massima.

Si consideri la figura di seguito riportata.

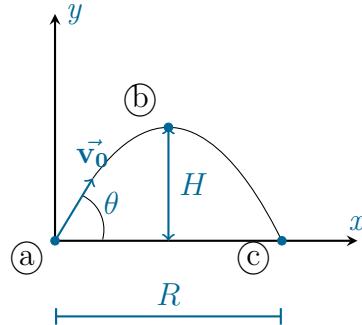


Figura 2: Schema rappresentativo di moto del proiettile con gittata e altezza.

Dalla *Figura 2*, supponendo che in \textcircled{a} , $x_0 = 0$ e il proiettile ha una certa velocità \mathbf{v}_y , si nota che:

- \textcircled{b} è il punto di massima elevazione raggiunto dal proiettile;
- \textcircled{c} è il punto in cui il proiettile raggiunge lo stesso livello orizzontale di partenza.

Ponendo H e R rispettivamente: distanza massima verticale, distanza massima orizzontale, segue

$$H = \frac{\mathbf{v}_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$R = \mathbf{v}_x \cos \theta_0 \frac{\mathbf{v}_x^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

Pertanto si ha che R è massima se $\theta_0 = 45^\circ$.

– 7 – Moto circolare uniforme.

Si definisce moto circolare uniforme, il moto di un corpo che, muovendosi su un percorso circolare, mantiene una velocità costante.

Fatto.

Un corpo che si muove a velocità costante su una traiettoria circolare, possiede un'accelerazione.

Poiché la velocità è una grandezza vettoriale, la presenza di un'accelerazione è dovuta a due possibili ragioni, quali:

1. variazione del modulo della velocità;
2. variazione della direzione della velocità.

L'accelerazione del moto circolare è dovuta proprio a ques'ultimo motivo. Infatti, il vettore velocità, sempre tangente alla traiettoria circolare, è perpendicolare al raggio della stessa.

Si consideri ora la figura di seguito riportata.

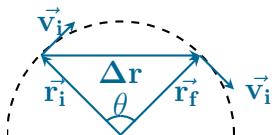


Figura 3: Schema rappresentativo del moto circolatorio.

Ponendo \vec{v}_i e \vec{v}_f coda contro coda, si nota che l'angolo fra essi compreso è θ , da cui i triangoli $\underline{r_i \Delta r r_f}$ e $\underline{v_i \Delta v v_f}$ sono simili.

È possibile pertanto stabilire una relazione tra i lati come segue.

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{\mathbf{v}} = \frac{|\Delta r|}{\mathbf{r}}$$

ove $\mathbf{v} = \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_f$ e $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_f$.

Risolvendo rispetto \vec{v} e calcolando il limite per $\Delta \rightarrow 0$, segue

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{r}} \frac{|\Delta \vec{r}|}{|\Delta t|} = \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_c$$

– 8 – Leggi del moto.

– 8.1 – Sistema inerziale e prima legge di Newton.

Si definisce un sistema inerziale, se in tale sistema l'accelerazione di un corpo risulta nulla. Inoltre, qualsiasi sistema che si muove a velocità costante rispetto un sistema inerziale, è a sua volta inerziale.

Chiaro il concetto di sistema inerziale, si può ora introdurre la prima legge di Newton.

Legge prima di Newton.

Un corpo osservato da un sistema inerziale, se non soggetto a forze esterne, mantiene il proprio stato di moto, se in moto, di quiete se in quiete.

– 8.2 – Seconda legge di Newton.

Con la prima legge di Newton, si ha chiaro cosa accada ad un corpo se questi non è soggetto a forze. Pertanto, è naturale chiedersi cosa accada invece se sul corpo agiscono delle forze.

Si supponga di applicare una forza \mathbf{F} su un corpo di massa m , questi inizierà a muoversi, subendo pertanto un'accelerazione. Incrementando l'intensità della forza \mathbf{F} , aumenterà di conseguenza l'accelerazione del corpo.

Da tali osservazioni, Newton dedusse che la forza applicata su un corpo è proporzionale all'accelerazione dello stesso, deduzione culminata nella seconda legge.

Legge seconda di Newton.

L'accelerazione di un corpo, se osservato da un sistema inerziale, è proporzionale alla forza applicata sullo stesso, e inversamente proporzionale alla propria massa. Cioè

$$\mathbf{a} \propto \frac{\sum \mathbf{F}}{m} \Rightarrow \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Nel SI, la forza è misurata in Newton, N .

$$1 \text{ N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$$

– 8.3 – Forza gravitazionale e forza peso.

Ogni corpo sulla terra è soggetto ad una forza di attrazione verso il basso, la quale è definita come forza peso \mathbf{F}_p .

Si può pertanto definire “peso”, l’intensità con la quale un corpo subisce tale forza.

Si consideri un corpo di massa m in caduta libera, come detto questi è soggetto, per semplicità, unicamente alla forza peso, quindi

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_p = ma$$

da osservazioni sperimentali si osserva che l’accelerazione a cui i corpi in caduta libera sono soggetti è costante ed è pari a $9.80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, che per la sua importanza è indicata con g .

Osservazione.

Nei presenti appunti l’accelerazione sarà considerata positiva se diretta verso il basso o verso destra, negativa in caso contrario.

– 8.4 – Terza legge di Newton.

Si supponga di applicare una forza su un corpo di massa m , in un certo senso, il corpo applicherà una resistenza. Da un’esperienza simile, Newton dedusse quanto poi sarebbe diventata la terza legge.

Legge terza di Newton.

Se due corpi interagiscono l’uno con l’altro, la forza $\mathbf{F}_{1,2}$ esercitata sul corpo due dal corpo uno, risulta essere uguale in modulo e opposta in verso alla forza $\mathbf{F}_{2,1}$ esercitata sul corpo uno dal corpo due.

Cioè

$$\mathbf{F}_{1,2} = -\mathbf{F}_{2,1}$$

– 8.5 – Applicazioni delle leggi di Newton.

Nella presente sezione, si riportato due modelli per la risoluzione di problemi risolvibili applicando le leggi di Newton.

– 8.5.1 – Modello: punto materiale in equilibrio.

Si consideri un corpo in equilibrio sorretto da una fune, il cui schema di corpo libero è riportato nella figura di seguito.



Figura 4: Schema di corpo libero di un corpo sorretto da fune.

Dalla *Figura 4* si osserva che:

- sull'asse x non vi sono forze, quindi

$$\sum \mathbf{F}_x = 0$$

- sull'asse y le forze agenti sono la forza peso e la tensione, quindi

$$\sum \mathbf{F}_y = \mathbf{F}_p + \mathbf{T} = 0 \implies \mathbf{T} = -\mathbf{F}_p$$

– 8.5.2 – **Modello: punto materiale sotto l'azione di forze esterne.**

Si consideri un corpo, posto su una superficie orizzontale, soggetto ad una forza verso destra, il cui schema di corpo libero è riportato nella figura di seguito.

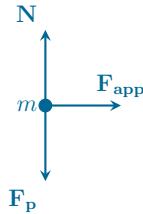


Figura 5: Schema di un corpo soggetto a una forza orizzontale.

Supponendo di voler calcolare

1. l'accelerazione del corpo;
2. la forza normale esercitata dalla superficie.

si ha che

1. lungo l'asse x , l'unica forza è quella applicata, quindi

$$\sum \mathbf{F}_x = \mathbf{F}_{app} = m\mathbf{a} \implies \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{app}}{m}$$

2. lungo l'asse y , le forze applicate sono la forza peso e la normale, poiché verticalmente non c'è accelerazione, segue

$$\sum \mathbf{F}_y = \mathbf{N} + \mathbf{F}_p = 0 \implies \mathbf{N} = -\mathbf{F}_p$$

– 8.6 – Forze d’attrito.

Si consideri un corpo che attraversa un mezzo viscoso, come ad esempio l’aria. Questi risentirà di una resistenza dovuta all’interazione stessa tra corpo e mezzo; tale resistenza è definita *forza d’attrito*.

Si supponga di applicare una forza ad un corpo, se la forza è sufficientemente piccola il corpo rimarrà fermo. Segue dalla terza legge di Newton, che il corpo esercita una forza in resistenza a quella applicata; si definisce tale forza *forza d’attrito statico*.

Si supponga ora di aumentare progressivamente la forza applicata, segue che dopo un certo periodo di tempo la forza d’attrito statico raggiunge il suo limite, oltre il quale il corpo comincia a muoversi. Sebbene in movimento, il corpo è ancora soggetto ad una forza, la quale è definita *forza d’attrito dinamico*.

Osservazioni sperimentali hanno dimostrato che sia la forza di attrito statico sia quella di attrito dinamico, dipendo dalla forza normale. Più precisamente

- la forza di attrito statico risulta essere

$$\mathbf{F}_s \leq \mu_s \mathbf{N}$$

ove μ_s è coefficiente di attrito statico.

- la forza di attrito dinamico risulta essere

$$\mathbf{F}_d \leq \mu_k \mathbf{N}$$

ove μ_k è coefficiente di attrito dinamico.

Osservazione.

Sia μ_k che μ_s dipendono dal materiale che applica resistenza.

– 9 – Moto circolare e leggi di Newton.

Si consideri un corpo collegato ad una fune, tenuto in moto circolatorio da un velocità costante in modulo, su un piano privo di attrito. Dalla seconda legge di Newton, se sul corpo non sono applicate forze, questi si muove secondo una traiettoria rettilinea; ma la corda esercita sul corpo un forza radiale \vec{F}_r , che obbliga il moto circolatorio.

Pertanto, applicando la seconda legge, segue

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_r = m\mathbf{a}_c = m \frac{\mathbf{v}^2}{r}$$

ove \mathbf{a}_c è definita accelerazione centripeta.

– 9.1 – Moto in sistemi di riferimento accelerati.

Si consideri un osservatore ed un corpo posti all'interno di un veicolo in movimento. Si presentano due scenari

1. il veicolo è fermo, dunque anche il corpo rimane fermo;
2. il veicolo inizia a muoversi, il corpo inizialmente fermo inizia a muoversi verso la parte posteriore del veicolo.

Sembra dunque che nel secondo caso si violi la seconda legge di Newton, ma così non è, infatti sul corpo agisce una forza che ne determina il moto; si definisce tale forza *forza apparente*.

– 9.2 – Moto in presenza di forze frenanti.

Si è precedentemente descritta la forza di attrito dinamico esercitata su un corpo in movimento su una superficie, trascurando però qualsiasi iterazione tra i due.

Se si considerano questi effetti si avrà che, la superficie o il mezzo attraversato producono una forza frenante \vec{R} . L'intensità R dipende dalla velocità del corpo, mentre la direzione sarà sempre opposta al moto.

Osservazione.

Poiché l'intensità di \vec{R} può variare in modo, complesso si considerino i modelli dei paragrafi successivi.

– 9.2.1 – **Modello: Forza frenante proporzionale alla velocità del corpo.**

Si consideri un corpo immerso in un liquido, o in un gas, da osservazioni sperimentali, segue

$$\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$$

ove b è una costante dipendente la mezzo attraversato.

Esempio.

Una sfera di massa m è lasciata cadere in un liquido. Supponendo che sulla sfera agiscano unicamente la forza $\vec{\mathbf{R}}$ e $\vec{\mathbf{F}_g}$, se ne studi il moto.

Dall'applicazione della seconda legge di Newton

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g} - b = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

risolvendo per $d\mathbf{v}/dt$, segue

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g} - \frac{b}{m}\mathbf{v}$$

– 9.2.2 – **Modello: Forza frenante proporzionale al quadrato della velocità.**

Si consideri un corpo che si muove ad alta velocità, da osservazioni sperimentali segue

$$\mathbf{R} = D A \mathbf{v}^2 \rho$$

ove D è una costante empirica, ρ è la densità dell'aria, A l'area della sezione trasversale perpendicolare al moto.

Esempio.

Un corpo di massa m è lasciato cadere libero da uno stato di riposo. segue

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g} + \frac{1}{2} D A \mathbf{v}^2 \rho = m\mathbf{a}$$

da cui il modello dell'accelerazione è

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - \left(\frac{D A \rho}{2m} \mathbf{v}^2 \right)$$