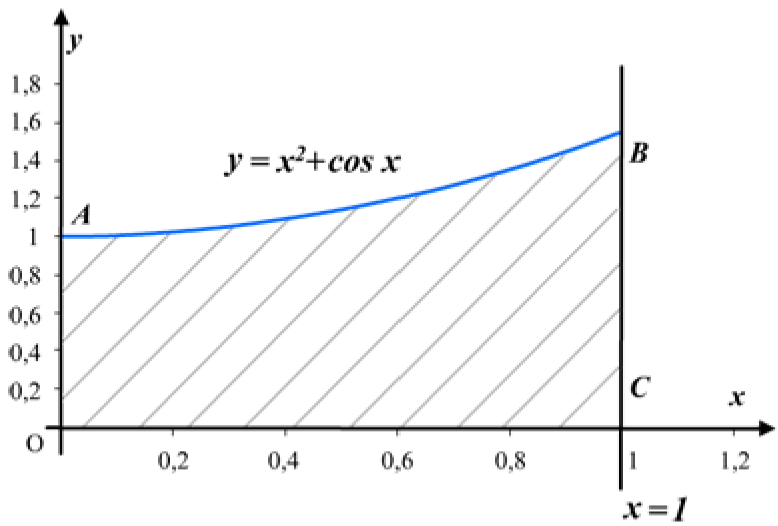
На данном практическом занятии мы разработаем разные модели для определения площади фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 + cosx$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.

Изобразим фигуру. Построим график функции $y = x^2 + cosx$ на [0,1] по точкам:

x	y
0	1,00
0,1	1,00
0,2	1,02
0,3	1,05
0,4	1,08
0,5	1,13
0,6	1,19
0,7	1,25
0,8	1,34
0,9	1,43
1	1,54

x = 0 – ось абсцисс,
y = 0 – ось ординат,
x = 1 – прямая, параллельная оси Oy.



Заштрихованную фигуру *OABC* называют криволинейной трапецией. Действительно, основания трапеции *OA* и *BC* параллельны и лежат на прямых $x = 0$, $x = 1$; одна боковая сторона *OC* лежит на оси *Oy*, а другая *AB* – часть кривой $y = x^2 + cosx$.

Для поиска площади фигуры можно построить различные модели, в основе которых будут:

- численные методы приближенного вычисления площади фигуры – метод Монте-Карло, метод прямоугольников и метод трапеций;

- аналитический метод – вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона–Лейбница.

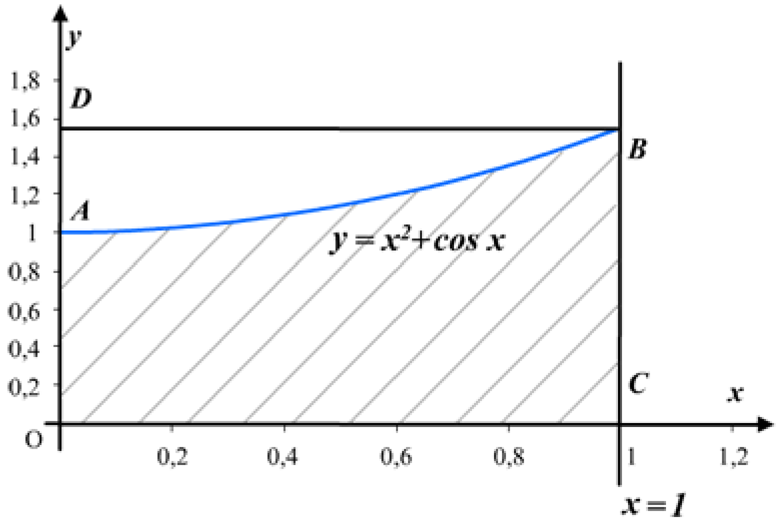
Задание 1

Разработайте компьютерную модель вычисления площади криволинейной трапеции для функции $y = x^2 + \cos x$ на [0, 1] методом Монте-Карло.

Методом Монте-Карло обычно называют численный метод решения задач при помощи моделирования случайных величин и последующей статистической оценки их характеристик.

Одним из простейших примеров применения метода Монте-Карло является вычисление площади фигуры.

Достроим криволинейную трапецию до прямоугольника *ODBC*.



Будем генерировать случайные точки внутри прямоугольника *ODBC*. Количество всех случайных точек обозначим *N*. Их координаты удовлетворяют условиям $0<x<1$ и $0<y<(1+\cos 1)$. Точки, координаты которых удовлетворяют условию $0<x<1$ и $0<y<(x^2+\cos x)$, попадут в криволинейную трапецию *OABC*.

Площадь прямоугольника:

$S_{ODBC} = OC*BC = 1*(1^2 + \cos 1) = 1 + \cos 1.$

Из предположения, что отношение площадей криволинейной трапеции *OABC* и прямоугольника *ODBC* равно отношению количества случайных точек, попавших в криволинейную трапецию, к количеству всех случайных точек $\frac{S_{OABC}}{S_{ODBC}} = \frac{M}{N}$, получим площадь криволинейной трапеции: $S_{OABC} = (1+\cos 1)\frac{M}{N}$. Чем больше *N*, тем меньше погрешность вычислений.

Перейдем к написанию программы. В информационной системе *Мой класс* в режиме *Конфигуратор* добавим обработку *ВычислениеПлощади* и команду *МетодМонтеКарло.*

Введем программный код:

```
&НаКлиенте
Процедура МетодМонтеКарло(Команда)
    Перем N;
    M=0;
    ГСЧ = Новый ГенераторСлучайныхЧисел;
    ВвестиЧисло (N, "Введите количество точек",,0);
    B = (1+cos(1))*100;
    Для i=1 По N Цикл
        x = (ГСЧ.СлучайноеЧисло(0,100))/100;
        y = (ГСЧ.СлучайноеЧисло(0, B))/100;
        Если  y<= (x*x+cos(x))Тогда
            M=M+1;
        КонецЕсли;
    КонецЦикла;
    S = Окр((1+cos(1))*M/N,3);
    Сообщить ("Площадь криволинейной трапеции "+S);
КонецПроцедуры
```

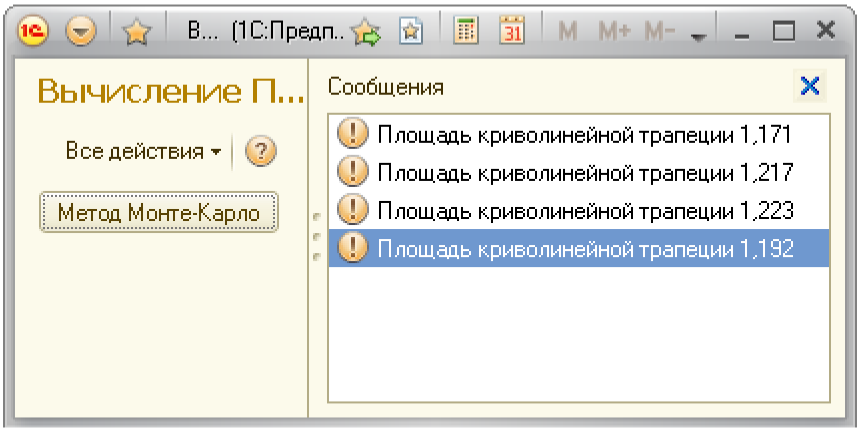
Комментарии к программе

Скачать листинг программы

В окне разработки формы перенесем кнопку из окна команд в окно элементов формы. Запустим программу (F5).

При N = 5, N = 10 возможна большая погрешность.

Определим площадь криволинейной трапеции при N = 100, N = 200, N = 500, N = 1000:



Задание 2

Разработайте компьютерную модель вычисления площади криволинейной трапеции для функции *y = x* ^{2} *+ cosx* на [0,1] по формуле трапеции.

Запишем формулу трапеции в общем виде:

$$S \approx h \cdot \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+\ldots+f(x_{n-1}) \right).$$

Математическая модель. Вывод формулы трапеций

В процессе работы необходимо вычислять значение функции

$f(x)= x^2 + \cos x$ в точках $a(x_0), x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n(b)$.

В модуле обработки напишем функцию F:

```
&НаКлиенте
Функция F(x)
    F = x*x+cos(x);
    Возврат F;
КонецФункции
```

Для вычисления приближенного значения площади криволинейной трапеции создадим команду *МетодТрапеций* и введем программный код:

```
&НаКлиенте
Процедура МетодТрапеций(Команда)
    Перем n;
    Перем a;
    Перем b;
    ВвестиЧисло (N, "Введите n",,0);
    ВвестиЧисло (a, "Введите a");
    ВвестиЧисло (b, "Введите b");
    h=(b-a)/n;
    S = (F(a)+F(b))/2;
    x =a;
    Для i = 1 По (N-1) Цикл
        x = x+h;
        S=S+F(x);
    КонецЦикла;
    S = S*h;
    Сообщить (Окр(S,3));
КонецПроцедуры
```

Скачать листинг программы

Разместим кнопку на форме и запустим программу в режиме *1С:Предприятие*.

При тестировании программы введите *a = 0, b = 0*, рассмотрите случаи для *N = 10* и *N = 20*. Сравните результаты.

Разработанная программа может быть использована для вычисления площади криволинейной трапеции для функции $f(x)= x^2 + \cos x$ на любом промежутке [*a;b*].

Если изменить функцию *F*, то решение может быть использовано и для других функции *f(x)*.

Задание 3

Разработайте компьютерную модель вычисления площади криволинейной трапеции для функции $y = x^2 + \cos x$ на [0,1] по формуле прямоугольников.

Запишем формулу прямоугольников (левых) в общем виде:

$$S \approx h \cdot \left(f(a) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \ldots + f(x_{n-1})\right).$$

Математическая модель. Вывод формулы прямоугольников

Будем использовать функцию *F*, написанную в задании 2.

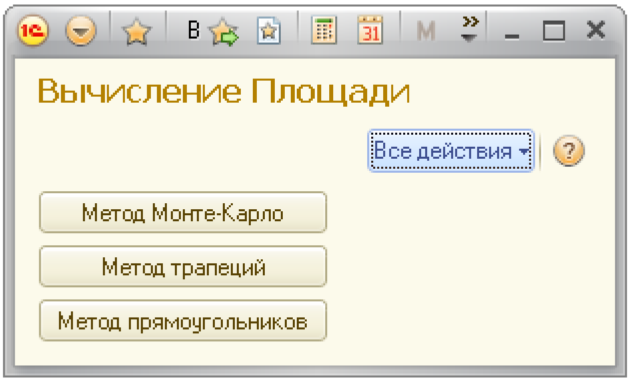
Добавим в форму обработки команду *МетодПрямоугольников* и разработаем процедуру:

```
&НаКлиенте
Процедура МетодПрямоугольников(Команда)
    Перем n;
    Перем a;
    Перем b;
    ВвестиЧисло (N, "Введите n",,0);
    ВвестиЧисло (a, "Введите a");
    ВвестиЧисло (b, "Введите b");
    h=(b-a)/n;
    S = 0;
    x =a;
    Для i = 0 По (N-1) Цикл
        x = x+h;
        S=S+F(x);
    КонецЦикла;
    S = S*h;
    Сообщить (Окр(S,3));
КонецПроцедуры
```

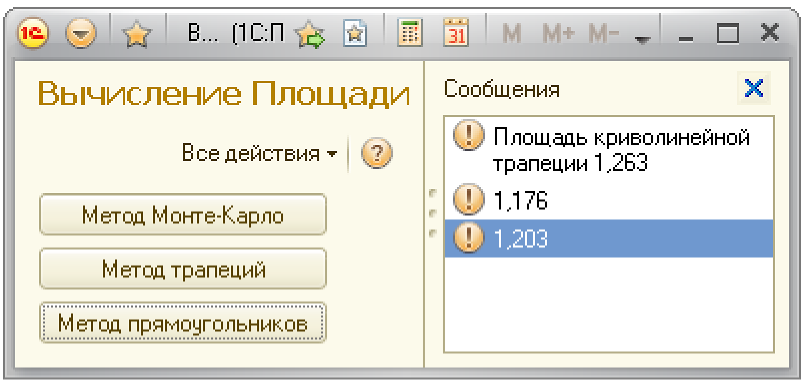
Скачать листинг программы

Перенесем команду на форму и запустим программу в режиме *1С:Предприятие*.

В одной обработке *Вычисление площади* мы создали три команды для вычисления площади криволинейной трапеции разными методами:



Запустим поочередно метод Монте-Карло при N = 100, метод трапеций и метод прямоугольников при N = 10, a = 0, b = 1.



Данная задача может быть решена аналитическим методом. Аналитический метод заключается в вычислении определенного интеграла по формуле Ньютона–Лейбница:

$$S = \int_0^1 (x^2 + \cos x)dx = \left(\frac{x^3}{3} + \sin x\right)\Bigg|_0^1 = \left(\frac{1}{3} + \sin 1\right) - \left(\frac{0}{3} + \sin 0\right) \approx 1.1748 \cdot$$

Сделайте выводы о результатах вычисления площади криволинейной трапеции и свойствах рассмотренных моделей.

Настройки Конфигурации информационной системы

Как исправить синтаксические ошибки

Что делать, если программа зависла или требуется остановить ее из-за неправильного ввода данных?