1

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & 0 \\ -9 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ - набор ЛНЗ векторов и следователью базис } \mathbb{R}^4$$

Воспользуемся методом ортогонализации Грама-Шмидта и сразу нормируем базис.

$$b_1 = a_1$$

$$b_2 = a_2 - \frac{(a_2, b_1)}{(b_1, b_1)} \cdot b_1 = \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{17}}{13} \\ \frac{-12}{\sqrt{17}13} \\ -\frac{8}{\sqrt{17}13} \\ \frac{8}{\sqrt{17}13} \end{pmatrix}$$

$$b_3 = a_3 - \frac{(a_3, b_2)}{(b_2, b_2)} \cdot b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{\frac{2}{17}} \\ -\frac{3}{\sqrt{34}} \\ \frac{3}{\sqrt{34}} \end{pmatrix}$$

$$b_4 = a_4 - \frac{(a_4, b_3)}{(b_3, b_3)} \cdot b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

2

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{ФСР: } \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{pr}_U v = \text{ сумма проекций на базисные векторы } = -2b_1 - 3b_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{ort}_U v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho(V, U) = \sqrt{|ort_U v|} = \sqrt{10}$$

4

$$\det A = 5$$

Найдем $a_1, a_2, a_3 : -3 + 3x - 4x^2 = a_1(-4 + 5x - x^2) + a_2(16 - 18x + 3x^2) + a_3(8 - 14x + 3x^2)$
Составим и СЛУ и решим его. $a_1 = 72/2, a_2 = 55/8, 29/8$
Аналогично и для других векторов. $a_1 = 87/2, 59/8, 49/8$

$a_1 = -82, -65/4, -31/4$

$$\det(a_1\frac{71}{2} + a_2\frac{55}{8} + a_3\frac{29}{8}|a_1\frac{87}{2} + a_2\frac{59}{8} + a_3\frac{49}{8}| - 82a_1 + a_2\frac{-65}{4} + a_3\frac{-31}{4}) =$$

$$\det(a_1\frac{71}{2}|a_2\frac{59}{8}|a_3\frac{-31}{4}) + \det(a_2\frac{55}{8}|a_1\frac{87}{2}|a_2\frac{-65}{4}) + \det(a_3\frac{29}{8}|a_3\frac{49}{8}| - 82a_1) = -\frac{5\cdot 71\cdot 59\cdot 31}{64}$$

5

Вычтем из каждого точки v_i точку v_0, чтобы получилось подпространоство и также из точки v. И найдем проекцию получившейся точки на получившееся подпространство.

$$\mathrm{pr}_{L'}v' = \text{сумма проекция на каждый из векторов.} = \frac{80}{179}\begin{pmatrix}1\\7\\-8\\-4\\7\end{pmatrix} + \frac{85}{115}\begin{pmatrix}-4\\-7\\0\\-1\\7\end{pmatrix} + \frac{105}{115}\begin{pmatrix}-7\\1\\0\\-7\\4\end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}-\frac{31633}{4117}\\-\frac{5378}{4117}\\-\frac{640}{179}\\-\frac{31704}{4117}\\-\frac{46353}{4117}\end{pmatrix}$$

Так как $\mathrm{pr}_{L'}v'$ лежит в L', то ближайшая точка к v' будет $\mathrm{pr}_{L'}v'$
Осталось добавить только вычтенный вектор.

$$\begin{pmatrix}-\frac{31633}{4117}\\-\frac{5378}{4117}\\-\frac{640}{179}\\-\frac{31704}{4117}\\-\frac{46353}{4117}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\3\\8\\-7\\-6\end{pmatrix}$$

Расстояние от точки до точки не изменится.

$$\rho(v', \mathrm{pr}_{L'}v') = \sqrt{\sum_{i=1}^{5}(v_i', \mathrm{pr}_{L_i'}v')^2}$$