1

Это неверно. Вот контрпример. Треугольник со сторонами 6,7, 8. Для него выполнятеся неравенство треугольника, но произведение его сторон не делится на 60.

2

a)

$$19x \equiv 2(mod 88)$$

$$88 = 19 \cdot 4 + 12$$

$$19 = 12 + 7$$

$$7 = 5 + 2$$

$$2 = 14 \cdot 19 - 3 \cdot 88$$

$$\begin{cases} 19x + 88y = 2 \\ 19 \cdot 14 - 88 \cdot 3 = 2 \end{cases} \to 19(x - 14) + 88(y + 3) = 0$$

$$x \equiv 14(mod 88)$$

b)

$$102x \equiv 9(mod 165)$$

$$34x \equiv 3(mod 55)$$

$$55 = 34 + 21$$

$$34 = 21 + 13$$

$$21 = 13 + 8$$

$$13 = 8 + 5$$

$$3 = 5 \cdot 55 - 3 \cdot 34$$

$$\begin{cases} 3 = 5 \cdot 55 - 3 \cdot 34 \\ 34x + 55y = 3 \end{cases} \to 55(y - 5) + 34(x + 8) = 0 \to x \equiv = 47(mod 55)$$

3

$$5^{p^2} \equiv 1(mod p)$$

$$5^{p-1} \equiv 1(mod p)$$

$$5^{p-1} \equiv 5^{p^2} \equiv 1(mod p)$$

Заметим, что 2 - решение. Докажем, что других решений нет

$$p - 1 \equiv p^2(mod p - 1)\text{У этого уравнения нет решений .}$$

4

$$a^{14} \equiv 1 (mod 15)$$

Чтобы найти все псевдопростые числа, нам достаточно рассмотреть a от 1 до 7. Так как степень четная, то дальше все числа повторяются.

$$a = 1, a^{14} \equiv 1 (mod 15)$$

$$2^{14} = 2^6 \cdot 2^6 \cdot 2^2 \equiv 4 (mod 15)$$

$$3^{14} = 3^6 \cdot 3^6 \cdot 3^2 = \equiv 6 \cdot 9 \equiv 9 (mod 15)$$

$$4^{14} = 4^2 \cdot 4^2 \ldots 4^2 \equiv 1 (mod 15)$$

$$5^{14} = 5^2 \ldots 5^2 \equiv 700 \equiv \equiv mod 15$$

$$6^{14} = 6^2 \ldots 6^2 \equiv 6^7 \equiv 6^4 \equiv 6 (mod 15)$$

$$7^{14} = 7^2 \ldots 7^2 \equiv 4^7 \equiv 4^6 \cdot 4 \equiv 4 (mod 15)$$

Значит, все числа такого вида будут псевдопростыми: $15t + 1, 15n - 1, 15m + 4, 15k - 4$, где $m, n, k, t \in \mathbb{N}$

5

$$\begin{cases} x \equiv 2 (mod 11) \\ x \equiv 1 (mod 13) \end{cases}$$

$$11x + 13y = 1$$

$$13 = 11 + 2 = 2 \cdot 5 + 1 + 2$$

$$1 = 11 \cdot 6 - 13 \cdot 5$$

$$x = 11 \cdot 5 - 13 \cdot 2 \cdot 5 \text{ удовлетворяет обоим равенствам}$$

Общее решение $x \equiv 68 (mod 11 \cdot 13)$