1

a)

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} 2x & -21y^2 \\ y^2-2 & 2xy \\ 1 & 1 \end{pmatrix}(-1,3) = \begin{pmatrix} -2 & -21\cdot 9 \\ 7 & -6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} -\cos{(xy^2)}y^2 & -\cos{(xy^2)}2xy & 1 \\ -7 & 2e^{2y+z} & e^{2y+z} \end{pmatrix}(1,2,-1) = \begin{pmatrix} -4\cos 4 & -4\cos 4 & 1 \\ -7 & 2e^3 & e^3 \end{pmatrix}$$

c)

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} -\frac{xz}{(x^2+y^2+1)^2} & -\frac{2yz}{(x^2+y^2+1)^2} & \frac{1}{(x^2+y^2+1)^2} \end{pmatrix}(1,-1,2) = \begin{pmatrix} -\frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

d)

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} 3x^2 \\ 2^x\cdot\ln 2 \\ \sin x \end{pmatrix}(\frac{\pi}{6}) = \begin{pmatrix} \frac{\pi^2}{12} \\ 2^{\frac{\pi}{6}}\cdot\ln 2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

e)

$$J_{f,a} = \frac{2x}{1+x^4}(-1) = -1$$

2

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} 3 & 2y & 0 \\ 2x & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$J_{g,a} = \begin{pmatrix} v & u \\ -2 & 1 \\ 1 & 2v \end{pmatrix}$$

$$J_{g,f(a)}\cdot J_{f,a} = \begin{pmatrix} x^2+2 & 3x+y^2 \\ -2 & 1 \\ 1 & 2x^2+2z \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2y & 0 \\ 2x & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9x^2+3z+2xy^2 & 2x^2y & 3x+y^2 \\ -6+2x & -4y & 1 \\ 3+4x^3+4x & 2y & 2x^2+2z \end{pmatrix}$$

$$J_{f\circ g,a} = \begin{pmatrix} 9x^2+3z+2xy^2 & 2x^2y & 3x+y^2 \\ -6+2x & -4y & 1 \\ 3+4x^3+4x & 2y & 2x^2+2z \end{pmatrix}$$

Матрицы равны.

3

$$J_{f,a} = \begin{pmatrix} y \cdot e^{xy} & x \cdot e^{xy} + 3 \end{pmatrix}$$
$$J_{g,a} = \begin{pmatrix} 2x - y & -x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y \cdot e^{xy} & x \cdot e^{xy} + 3 \end{pmatrix} \cdot (x^2 - xy) + (e^{xy} + 3y) \cdot \begin{pmatrix} 2x - y & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xe^{xy} + x^2ye^{xy} - xy^2e^{xy} + 6xy - 3y^2 \\ x^3e^{xy} - xe^{xy} - x^2ye^{xy} - 6xy + 3x^2 \end{pmatrix}$$

$$J_{f \cdot g,a} = \begin{pmatrix} ((e_3^{xy}y)(x^2 - xy))'_x & (e_3^{xy}y)(x^2 - xy))'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xe^{xy} + x^2ye^{xy} - xy^2e^{xy} + 6xy - 3y^2 \\ x^3e^{xy} - xe^{xy} - x^2ye^{xy} - 6xy + 3x^2 \end{pmatrix}$$

Матрицы равны.

4

a)

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{\delta \to 0} = \frac{f(\delta, 0) - f(0,0)}{\delta} = \frac{\sqrt[3]{\delta 0} - 0}{\delta} = 0$$
$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \lim_{\delta \to 0} = \frac{f(0,) - f(0,0)}{\delta} = \frac{\sqrt[3]{\delta 0} - 0}{\delta} = 0$$

b)

Пусть f дифференцируема в $(0,0)$. Тогда она имеет вид.

$$f(h_1, h_2) = 0 + 0 + 0 + \alpha\left((0,0), (h_1, h_2)\right) \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$$

$$\alpha = \frac{f}{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}$$
$$\lim_{(h_1,h_2) \to 0} \alpha = 0$$

Это означает что функция дифференцируема в точке (0, 0)