

## 1

Рассмотрим игру, начиная с позиции  $(29, 30, 18)$ . Запишем матрицу бутона для этой позиции.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

В первом и последних столбцах нечетное количество единиц. Но можно убрать сколько-то камней, чтобы в каждом из столбцов было четное количество единиц.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ Из последней кучи убрали 15 камней. И эта позиция является выигрышной}$$

Значит, ответ на задачу - да ■

## 2

Чтобы минимизировать результат игры, Мину необходимо класть монеты номиналом 10, а Максу, для максимизации результата, необходимо класть монеты номиналом 1. Если первым ходит Мин, то ходы будут такими:  $10, 1, 10, 1 \dots$ . Всего таких ходов будет 32 ( $32 \cdot 11 = 352$ ). И последние 10 монет положит как раз Мин. Цена игры будет равна  $32 \cdot 2 + 1 = 65$ .

## 3

Первый ход делает синий. Он закрашивает одну из возможных вершин. После этого красный закрашивает одну из доступных вершин. Синий еще как-то ходит. Со второго хода красный будет закрашивать вершины симметрично ходам синего. В итоге, из-за нечетности, красный последний закрасит вершину так, что синий не сможет дальше играть и проиграет. В итоге у красного есть выигрышная стратегия.

## 4

Если  $3 \nmid n$ , то выигрышная стратегия есть у второго игрока. Он просто повторяет все ходы противника до своего последнего хода. Если при этом число переменных четно, то так и последний ход. Если же нет, то второй игрок смотрит на количество единиц и если оно кратно трем, то ставит единицу, иначе ноль.

Если  $3|n$  то уже первый имеет выигрышную стратегию. Первой переменной он присваивает единицу, а дальше инвертирует ходы противника. В итоге это приведет к победе.