

1

$$\begin{pmatrix} -23-19i & -18-14i \\ 27+21i & 22+16i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23-19i-x & -18-14i \\ 27+21i & 22+16i-x \end{pmatrix} = A$$

$$\nexists A^{-1} \iff \det A = 0$$

$$\det A = (-23-19i-x)(22+16i-x) + (27+21i)(18+14i) = x^2 + x(1+3i) - 10 - 30i = 0$$

$$D = (1+3i)^2 - 4(-10-30i)32 + 126i$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{32+126i}$$

$$\frac{32 + \sqrt{32^2 + 126^2}}{2} = 81$$

$$\pm \frac{126}{18} = \pm 7$$

$$\sqrt{D} = \pm(9+7i)$$

$$x_1, x_2 = \frac{1-3i \pm (9-7i)}{2} = 4+2i; -5-5i$$

2

$$z = \sqrt[4]{-\frac{169}{2} - \frac{169\sqrt{3}}{2}i} = \sqrt{13} \sqrt[4]{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$|z| = 1, \cos \phi = -\frac{1}{2}, \sin \phi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \phi = \frac{4\pi + 2\pi k}{3}, k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$z_1 = \sqrt{13} \cdot (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$$

$$z_2 = \sqrt{13} \cdot (\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$$

$$z_3 = \sqrt{13} \cdot (\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3})$$

$$z_2 = \sqrt{13} \cdot (\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6})$$

3

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & -2 & -1 & 2 \\ 16 & -47 & 15 & 19 & -11 \\ 16 & -\frac{106}{3} & \frac{50}{3} & a & -\frac{115}{6} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CB}} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & -7 & -1 & 11 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & a-112/3 & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \rightarrow \text{При любых значениях } a \text{ три}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -11 & a-112/3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CB}}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{39}{14} & \frac{5}{7} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{19}{14} & -\frac{1}{7} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-48a+1771}{19} & \frac{-234a+8674}{19} & 1 & -6a+224 \end{pmatrix}$$

Базисом будут первые три вектора, 7 вектор и последний, если $-6a+224=0$, четвертый иначе

4

а)

$$\begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & -19 \\ -28 & -28 & -12 & -32 \\ -23 & -22 & -10 & -25 \\ -21 & -21 & -9 & -24 \\ -15 & -9 & -5 & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CB}} \begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & -19 \\ 0 & 22 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & \frac{-32}{77} & \frac{78}{77} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Первые три вектора образуют базис подпространства U

б)

Решим уравнение $\alpha_1 \cdot v_1 + \alpha_2 \cdot v_2 + \alpha_3 \cdot v_3 = u_1$

$$\begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & | & 23 \\ -28 & -28 & -12 & | & 28 \\ -23 & -22 & -10 & | & 20 \\ -21 & -21 & -9 & | & 21 \\ -15 & -9 & -5 & | & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CB}} \begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & -19 \\ 0 & 22 & 6 & -18 \\ 0 & 0 & \frac{-32}{77} & -\frac{24}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{UCB}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{208}{77} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{45}{44} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = \frac{208}{77}, -\frac{45}{44}, \frac{3}{4}$$

Решим уравнение $\alpha_1 \cdot v_1 + \alpha_2 \cdot v_2 + \alpha_3 \cdot v_3 = u_2$

$$\begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & | & 74 \\ -28 & -28 & -12 & | & 81 \\ -23 & -22 & -10 & | & 74 \\ -21 & -21 & -9 & | & 61 \\ -15 & -9 & -5 & | & 31 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CB}} \begin{pmatrix} -14 & -25 & -9 & 74 \\ 0 & 22 & 6 & -67 \\ 0 & 0 & \frac{-32}{77} & \frac{3237}{308} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Система несовместна $\rightarrow u_2 \notin U$

5

$$\begin{pmatrix} -9 & -7 & -3 & -1 & -18 & 0 \\ -5 & -2 & -1 & -1 & -11 & 0 \\ -9 & 0 & -1 & -7 & -25 & 0 \\ -10 & -6 & -2 & 5 & -16 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{UCB}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{4} & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Решения системы $x_1 = \frac{1}{4}x_4 - 2x_5, x_2 = \frac{7}{2}x_4 - 3x_5, x_3 = -\frac{37}{4}x_4 - 7x_5$. Базисом являются

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{7}{2} \\ -\frac{37}{4} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ (используя ФСР). Размерность -2}$$