1

Так как неопределенный интеграл это множество всех перврообразны, отличающихся на константу, то первое и последнее равенство неверные.

$$C = \int \frac{1}{x}dx - \int \frac{1}{x}dx = \int \frac{1}{x}dx - \left(x \cdot \frac{1}{x} + \int x \cdot \frac{1}{x^2}\right) = C$$

2)

a)

$$C_1 = \arcsin(x) + \arccos(x), \quad x \in [-1, 1]$$

$\begin{cases} \arcsin' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ -\arccos' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \end{cases} \rightarrow$ они являются первообразными одной и той же функции.

Вычислим значение в точке $0 : \arcsin(0) + \arccos(0) = \frac{\pi}{2}$

б)

3

a)

$$\int \frac{1}{x^4-1}dx = \int \frac{1}{4(x-1)}dx + \int -\frac{1}{4(x+1)} + \int -\frac{1}{2(x^2+1)}dx = \frac{1}{4}\ln|x-1| - \frac{1}{4}\ln|x+1| - \operatorname{arctg} x + C$$

b)

$$\int \frac{1}{\sqrt{-8-12x-4x^2}}\text{d̦x} = \begin{pmatrix} t = 2x+3 \\ 2\text{d̦x} = \text{d̦t} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\text{d̦x} = \frac{1}{2}\arcsin t + C = \frac{1}{2}\arcsin(2x+3) + C$$

c)

$$\int \frac{1}{sinx}\text{d̦x} = \int \frac{\sin x}{\sin^2 x} = \int \frac{\sin x}{1-\cos^2 x} = \begin{pmatrix} \cos x = t \\ x = \arccos t \\ \text{d̦x} = \frac{-1}{\sqrt{1-t^2}}\text{d̦t} \end{pmatrix} = -\int \frac{\sqrt{1-t^2}}{1-t^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\text{d̦t} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+\cos x}{1-\cos x} + C$$

d)

$$I = \int \sqrt{a^2+x^2}\text{d̦x} = x\sqrt{x^2+a^2} - \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+a^2}}\text{d̦x}$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+a^2}}\text{d̦x} = \int \frac{x^2+a^2-a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}\text{d̦x} = I - a^2\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\text{d̦x}$$

$$I = x\sqrt{x^2+a^2} - I + a^2\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\text{d̦x}$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \left(x\sqrt{x^2+a^2} + a^2\ln|x+\sqrt{x^2+a^2}|\right) + C$$

e)

$$\int \sin^5 x \mathrm{dx} = \int \sin x \sin^4 x = \int \sin x (1-\cos^2 x)\mathrm{dx} = \begin{bmatrix} \cos x = t \\ dt - \sin x \\ \mathrm{dx} = -\frac{\mathrm{dt}}{\sin x} \end{bmatrix} =$$

$$\int (1-t^2)\mathrm{dt} = -\frac{t^5}{5} + \frac{2t^3}{3} - t + C = -\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{2\cos^3 x}{3} - \cos x + C$$

f)

$$\int x^2 \arccos x = \begin{bmatrix} f(x) = x^2 \\ g(x) = \arccos x \\ F(x) = \frac{x^3}{3} \\ g^{'} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \end{bmatrix} = \frac{x^3}{3}\arccos x + \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-x^2} = t \\ x^2 = 1 - t^2 \\ \mathrm{dx} = -\frac{t}{x}\mathrm{dt} \end{bmatrix} = -\int \frac{x^3}{3t} \cdot \frac{t}{x}\mathrm{dt} = -\frac{1}{3}\int (1-t^2)\mathrm{dt} = \frac{t^3}{3} - \frac{t}{3} + C = \frac{\sqrt{1-x^2}^3}{3} - \frac{\sqrt{1-x^2}}{3}$$

$$\int x^2 \arccos x = \frac{x^3}{3}\arccos x + \frac{\sqrt{1-x^2}^3}{3} - \frac{\sqrt{1-x^2}}{3} + C$$

g)

$$I = \int \sin(\ln x)\mathrm{dx} = \begin{bmatrix} f(x) = 1 \\ g(x) = \sin(\ln x) \\ F(x) = x \\ g^{'} = -\frac{\cos(\ln x)}{x} \end{bmatrix} = x\cos(\ln x) - \int \cos\ln x \mathrm{dx}$$

$$\int \cos\ln x \mathrm{dx} = \begin{bmatrix} f(x) = 1 \\ g(x) = \cos(\ln x) \\ F(x) = x \\ g^{'} = -\frac{\sin(\ln x)}{x} \end{bmatrix} = x\sin(\ln x) + I$$

$$I = x\cos(\ln x) - x\sin(\ln x) - I$$

$$I = \frac{x\cos(\ln x) - x\sin(\ln x)}{2}$$