

1

Рассмотрим бесконечные последовательности из 0, 1 и 2, в которых никакая цифра не встречается два раза подряд. Верно ли, что мощность множества таких последовательностей имеет мощность континуум?

Пусть s — множество всех таких последовательностей. Построим биекцию между $2^{\mathbb{N}}$ и s . 00 переходит в 0, 01 переходит в 1, 11 переходит в 2. Следовательно мощность s континуум.

2

Рассмотрим множество пар различных действительных чисел, то есть

$$\bar{D} = \{(x, y) : x \neq y \in \mathbb{R}\}$$

Является ли множество \bar{D} континуальным?

$$|\mathbb{R}| < |\bar{D}| < |\mathbb{R}^2|$$

D континуально по теорема Кантора-Бернштейна

3

Является ли множество всех тотальных функций $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ континуальным? Рассмотрим графики функций. Каждый график функции является подмножеством \mathbb{R}^2 . Следовательно мы можем каждую функцию сопоставить с графиком. Следовательно мы выберем все подмножества \mathbb{R}^2 , а их $|2^{\mathbb{R}}|$, а их, в свою очередь, больше, чем $|2^{\mathbb{N}}| >$ континуум.