

МА-2, дз 1

Студент:
Группа:

Кондратьев Никита
238

1

Привести двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ к повторному во всех возможных порядках

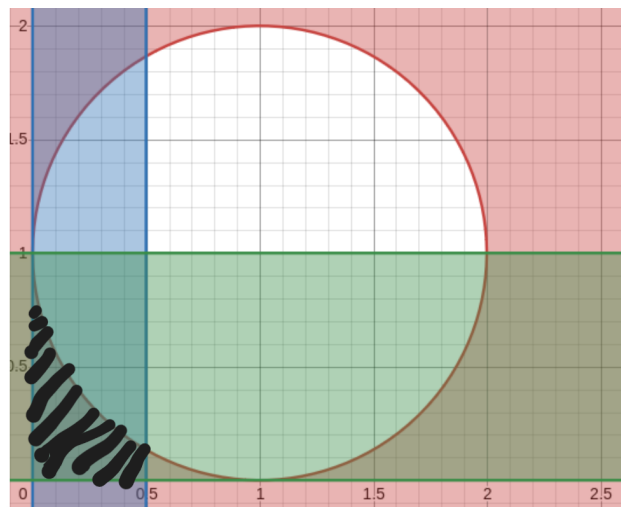


Рис. 1: Заштрихованная область - то что мы ищем

(x,y)

$$(y-1)^2 = 1 - (x-1)^2$$

$$|y-1| = \sqrt{1 - (x-1)^2} \text{ (раскроем с плюсом, т.к 1 четверть)}$$

$$y = 1 + \sqrt{1 - (x-1)^2}$$

$$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-(y-1)^2}} f dx$$

(y,x)

$$\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f dy$$

2

Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле.

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{4-4y}}^{\sqrt{4-y^2}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f dx$$

Чтобы найти площадь этого куска можно сложить две части - верхнюю и нижнюю, но это муторно. А можно просто из четверти круга вычесть незаштрихованную часть.

$$\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy - \int_0^1 dx \int_0^{1-x^2/4} f dy$$

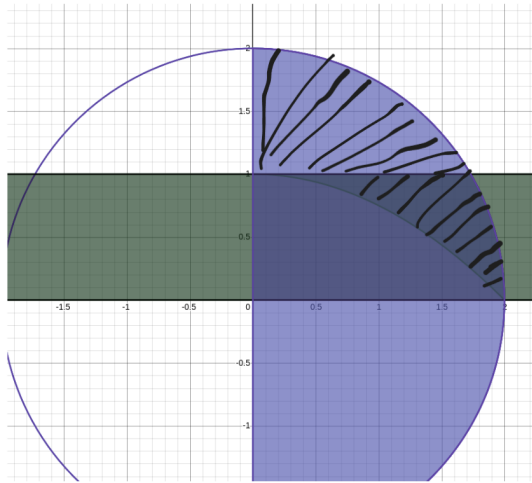


Рис. 2: Заштрихованная область - то что мы ищем

3

Вычислить интеграл

$$\int_0^2 x^2 dx \int_x^2 \ln(1+y^2) dy$$

Чтобы было легче считать, поменяем порядок интегрирования.

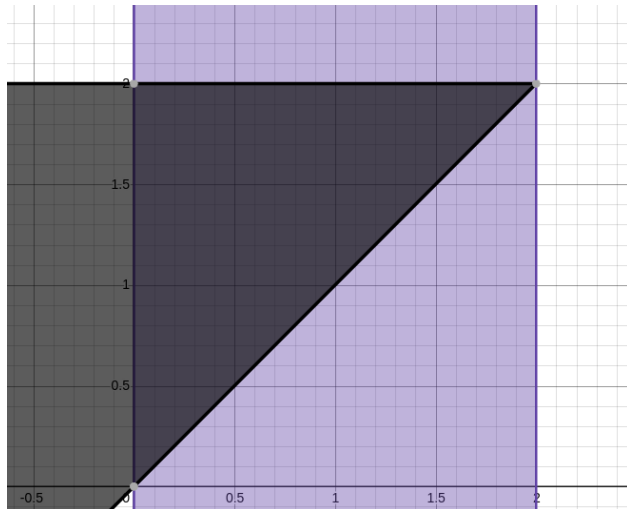


Рис. 3: Мы считаем вот этот треугольник

$$\int_0^2 x^2 dy \int_y^2 \ln(1+y^2) dx = \int_0^2 \ln(1+y^2) dy \int_y^2 x^2 dx$$

$$\int_y^2 x^2 dx = \frac{1}{3} (y^3 - 8)$$

$$\frac{1}{3} \int_0^2 \ln(1+y^2) \cdot (y^3 - 8) dy$$

$$\begin{aligned}
& (\text{интегрируем по частям}) \quad \ln(1+y^2)(y^4/4 - 8y)|_0^2 - \frac{1}{4} \int_0^2 \left(\frac{2y}{1+y^2} \right) \cdot (y^2 - 2y) \\
& = \frac{1}{3} \cdot (-11 \ln 5 - 12 - 4 \operatorname{arctg} 2)
\end{aligned}$$