1

Довольно очевидно, что 6 анализов достаточно для того, чтобы узнать наличие больных в группе(просто проведем анализ каждого человека по отдельности)
Для решения этой задачи будем использовать метод американских военных.
Возьмем кровь всех 6 человек и смешаем ее. Если тест дал положительный результат, то разделяем группы на 3 человека. Если отрицательный, то отпускаем людей.
Проводим тест для каждой группы отдельно. В зависимости от результата отпускаем людей или проводим тесты дальше. На каждом этапе у нас появляется некая вариативность ответа и мы можем построить разрешающее дерево, глубина которого как раз и будет 6. ■

2

Для начала сравним 1 и 2 монеты. они могут или отличаться или совпадать весом. потом сравним 1 и 4 монеты, они также могут отличаться либо совпадать весом. Если на первом взвешивании монеты совпали, а на втором нет, то 4 монета - фальшивая.
Если же было наоборот, то 2 монета фальшивая.
Если же на всех этапах совпали, то 3 монета фальшивая.
Значит 2 сравнений необходимо и достаточно. ■

3

а)

Берем 2 попавшиеся монеты. Если монеты совпадают, то фальшивая монета находится в оставшейся группе.Если совпадает, то взвешиваем новые 2 монеты.Повторяем это до того, пока либо не осталось 2 монеты, либо пока не нашли фальшивую монету.Если мы дошли до конца и у нас осталось 2 монеты(или одна, если n - нечетно и в этом случае это и есть фальшивая монеты), то среди них обязательно есть фальшивая монета(так как до этого у нас не было монет). На каждом шаге мы уменьшали количество монет на 2 и поэтому достаточно $\lfloor n/2 \rfloor$ сравнений■

б)

Построим разрешающее дерево. Вершиной будет сравнение 2 до этого несравненных монет. На каждом сравнении глубина дерева будет увеличиваться на 1. и в итоге глубина дерева будет $\lfloor n/2 \rfloor$. ■

4

Возьмем $l = 1$ и $r = n$
Искать будем максимум будем в таких границах : $[\lfloor \frac{l+r-1}{3} \rfloor, \lfloor \frac{r-r+1}{3} \rfloor]$
Если $a[\lfloor \frac{l+r-1}{3} \rfloor] < a[\lfloor \frac{r-r+1}{3} \rfloor]$, то меняем $l = \frac{l+r-1}{3} \rfloor$. Иначе $r = \lfloor \frac{r-r+1}{3} \rfloor]$
Так будем делать до тех пор, пока l и r не станут отличаться на 2 Сложность такого алгоритма составляет $\underline{O}(\log n)$