

1

$$x^2 = 2\lambda y, y^2 = 2\lambda x$$

$$S_{\text{фигуры}} = \int_0^{2\lambda} \sqrt{2\lambda x} - \frac{x^2}{2\lambda} dx = \frac{\lambda^2 y}{3}$$

2

$$r^2 = 2\lambda \cos 2\varphi$$

$$S_{\text{фигуры}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\lambda \cos 2\varphi d\varphi = 2\lambda$$

3

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$f(\varphi) = a$$

$$L_{\text{длина кривой в пол.координатах}} = \int_0^{2\pi} a d\varphi = 2a\pi$$

4

$$x(t) = a \cos t$$

$$y(t) = a \sin t$$

$$z(t) = 7at$$

$$L_{\text{линии}} = \int_0^{2\pi} \sqrt{a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t + 49a^2} dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{a^2 50} dt = 2\pi \sqrt{50}a$$

5

$$y = \sqrt{x}e^{-x}$$

$$V = \pi \int_0^7 x \cdot e^{-2x} dx = \pi \left(x \cdot \frac{e^{-2x}}{2} \Big|_0^7 + \frac{1}{2} \int_0^7 e^{-2x} dx \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{15\pi}{4e^{14}}$$

7

$$y = \sqrt{2ax}, x \in [0, 3]$$

$$\sqrt{2ax} \cdot \sqrt{1 + \frac{2ax}{2x}} = \sqrt{a} \sqrt{2x + a}$$

$$2\pi \sqrt{a} \int_0^3 \sqrt{2x + a} dx = \frac{(2x + a)^{3/2}}{3} \Big|_0^3 \cdot 2\pi \sqrt{a}$$

8

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

Шар является телом вращения полуокружности $y = \sqrt{a^2 - x^2}$

$$y = a \sin t$$

$$x = a \cos t, t \in [0, \pi]$$

$$S_{\text{поверхности}} = 2\pi a \int_0^{2\pi} \sin t \sqrt{a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t} dt = 4\pi a^2$$

9

$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$x_c = 0$, т.к. фигура симметрична относительно относительно $y = 0$

$$y_c = \frac{\int_0^a a dx}{a \int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx} = \frac{2a}{\pi}$$

10

$$y^2 = ax$$

$$x = a$$

$y_c = 0$, т.к. график парабола и он симметричен относительно $x = 0$

$$x_c = \frac{\int_0^a (\sqrt{ax} - a) dx}{\int_0^a \sqrt{ax} - a dx} = \frac{3a}{10}$$