# 1)

## a)

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos 7x}{\sqrt[3]{x^2+1}}\text{dx} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin 7x}{7\sqrt[3]{x^2+1}} + \frac{2}{21}\int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos 7x \cdot x}{(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1}} \sim \int\limits_1^{+\infty} \frac{\cos 7x \cdot x}{(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1}}$$

Возьмем $g(x) = \frac{1}{x^{5/3}}$. Эта функция $g(x) \geq f(x) = \frac{\cos 7x \cdot x}{(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1}}$

$$\int\limits_1^{+\infty} g(x)\text{dx} \sim \int\limits_1^{+\infty} \frac{\cos 7x \cdot x}{(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1}}$$

Интеграл справа сходтится ($\frac{5}{3} > 1$). Значит и интеграл слева сходится.

## б)

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}\text{dx} = \int\limits_0^{1} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}\text{dx} + \int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}\text{dx}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{e^x-1}} = 0 \to \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} < \frac{1}{x^2} - \text{сходтися от единицы до бесконечности}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

$$g(x) \sim f(x)$$

$g(x)$ сходитя от нуля до единицы, значит и $f(x)$ сходится.

## c)

$$\int\limits_1^{+\infty} \ln{(1+\sin\frac{1}{x})}\text{dx}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln{(1+\sin\frac{1}{x})}}{x^{-1}} = 1$$

$$\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x} \text{- расходится, значит, и изначальный интеграл расходится}$$

# d)

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^a} = \int\limits_0^{1} \frac{\ln(1+x)}{x^a} + \int\limits_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^a}$$