1

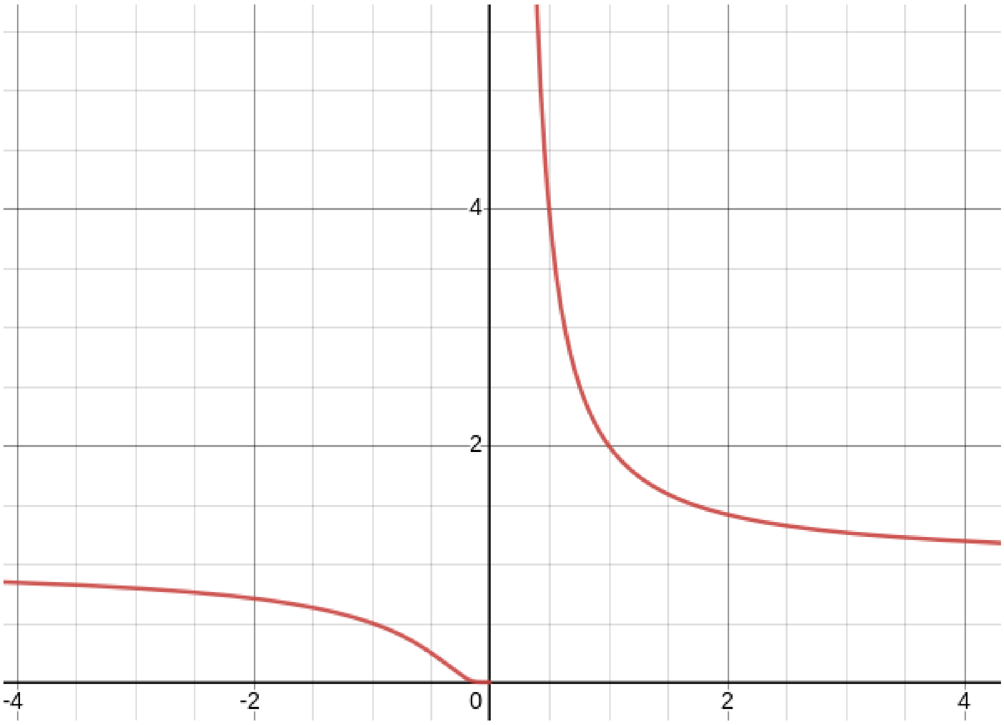
a)

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x^{-1}}, x \neq 0 \\ -3, x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0+0} \left\{ 2^{x^{-1}} \right\} = \infty$$

$$\lim_{x \to 0-0} \left\{ 2^{x^{-1}} \right\} = 0$$

f(0) = -3 $\to$ 0- точка разрыва третьего рода



b)

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} \quad x \neq 0 \\ 0, \quad x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0+0} f(x) = \pi/2$$

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) = -\pi/2$$

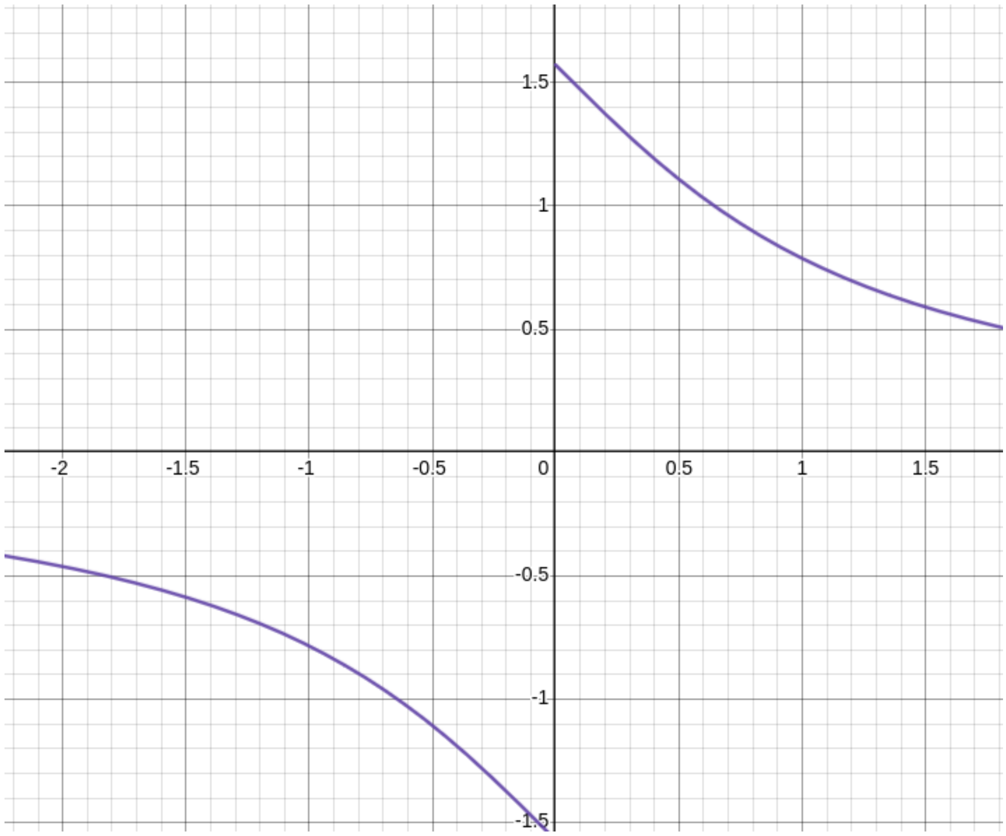
$\to$ точка разрыва первого рода

c)

$$f(x) = \begin{cases} x, x \in \mathbb{Q} \\ x, x \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q} \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0+0} fx = 0$$

$$\lim_{x \to 0-0} fx = 0$$



$$f(x) = 0 \rightarrow \text{Ноль- не точка разрыва.}$$

Во всех остальных вещественных точках разрыв нулевого рода, т.к функция в окрестности этих точек близко приближается к вещественному значени, но никогда не равняется ему.

2

$$\lim_{x\to 0+0} \frac{\cos\sin 3x}{x^2} = \lim_{x\to 0+0} \frac{\cos 3x + \overline{o}(x)}{x^2} = \frac{1 - \frac{9}{2}x^2 - 1}{x^2} = \frac{9}{2}$$

$$\lim_{x\to 0-0} \frac{\cos\sin 3x}{x^2} = \lim_{x\to 0-0} \frac{\cos 3x + \overline{o}(x)}{x^2} = \frac{1 - \frac{9}{2}x^2 - 1}{x^2} = \frac{9}{2}$$

Если $\lambda = \frac{9}{2}$, то функция непрерывна в точке 0.

3

a)

$$y = \frac{2 + x^2}{\sqrt{1 + x^4}}$$

$$y^{'} = \frac{2x(\sqrt{1 + x^4}) - (2 + x^2) \cdot \frac{4x^3}{2\sqrt{1+x^4}}}{1 + x^4} = \frac{2x - 4x^3}{(1 + x^4)\sqrt{1 + x^4}}$$

b)

$$(\arcsin 5^{x^2})' = (\arcsin \circ \quad 5x^2)' = \frac{5^{x^2} \cdot \ln 5 \cdot 2x}{\sqrt{1 - 5^{x^2}}}$$

c)

$$f(x) = (2+\cos 3x)^{\ln x}$$
$$f^{'}(x) = (2+\cos 3x)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x} \cdot \ln(2+\cos 3x) - f\frac{3\ln x \cdot \sin 3x}{2+\cos 3x}\right)$$

d)

$$f(x) = 2^{\arctan\sqrt{1+x^2}}$$
$$(\arctan\sqrt{1+x^2})^{'} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}^2+1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x = \frac{2x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$
$$f^{'}(x) = 2^{\arctan\sqrt{1+x^2}} \cdot \left(\frac{2x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}\right)$$

e)

$$f(x) = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x}$$
$$\left(x^{a^a}\right)^{'} = x^{a^a-1}$$
$$\left(a^{x^a}\right)^{'} = a^{x^a} \cdot \ln a \cdot a \cdot x^{a-1}$$
$$a^{a^x} = (a^x \circ a^x) = a^{a^x} \cdot \ln(a) \cdot \ln(a) \cdot a^x = ln^2(a) \cdot a^{a^x+x}$$
$$f^{'}(x) = x^{a^a-1} + a^{x^a} \cdot \ln a \cdot a \cdot x^{a-1} + ln^2(a) \cdot a^{a^x+x}$$

4

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$
$$f^{'}(x) = \begin{cases} 2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ \lim_{\delta\to 0}\frac{f(0+\delta)-f(0)}{\delta}, & x = 0 \end{cases}$$
$$\lim_{\delta\to 0}\frac{f(0+\delta)-f(0)}{\delta} = \frac{\delta^2 \cdot \sin\frac{1}{\delta}}{\delta} = \delta\sin\frac{1}{\delta} = 0$$
$$f^{'}(x) = \begin{cases} 2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$