Titre du document

Sous-titre du document

Texte central

Realisé par
Etudiant 1
et
Etudiant 2

Contents

I. Raisonnement par programmation dynamique

1 - Première étape

Question 1:

Si l'on a calculé tous les $T(j, l)$, pour savoir si il est possible de colorier la ligne l_i entière avec la séquence entière il suffit de de regarder $T(m-1, k)$, si ce dernier vaut vrai alors il est possible de colorier la ligne entière avec la séquence entière. Si il vaut faux alors ce n'est pas possible.

Question 2:

- Cas $l = 0$, $j \in \{0, ..., m-1\}$: Vrai
- Cas $l \geqslant 1$, $j < s_l - 1$: Faux
- Cas $l \geqslant 1$, $j = s_l - 1$:
  - Si $l = 1$ alors Vrai
  - Si $l \neq 1$ alors Faux

Question 3:

La relation de récurrence permettant de calculer $T(j, l)$ est la suivante:

$T(j, l) = T(j - (s_l + 1), l - 1)$

En effet si l'on se trouve à la case j et que l'on veut savoir si il est possible de colorier la sous séquence $(s_1, ..., s_l)$ il faut pouvoir colorier s_l case(s) et laisser une case de séparation entre les coloration de $s_{l-1} et s_l$, il faut donc regarder si l'on peut colorier la ligne de la case 0 à $j - s_l - 1$ avec la sous séquence $(s_1, ..., s_{l-1})$

instances	nbCases	time
0	20	0.00042200088501
1	25	0.000617027282715
2	400	0.117752075195
3	481	0.0961720943451
4	625	0.182909011841
5	675	0.199213027954
6	900	0.51091504097
7	1054	0.300116062164
8	1400	0.43498301506
9	2500	5.42304491997
10	9801	8.71296691895

II. La PLNE à la rescousse

1 - Modélisation

Question 10:

- x_{ij} vaut 1 si la case (i, j)est coloriée en noir et 0 si coloriée en noir.

- y_{ij}^t vaut 1 si le t_{ieme} bloc de la ligne l_i commence à la case (i, j) et 0 sinon.

- z_{ij}^t vaut 1 si le t_{ieme} bloc de la colonne c_j commence à la case (i, j) et 0 sinon.

Par conséquent on a : $y_{ij}^t = 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=j}^{j+s_t-1} x_{ik} = s_t$

Et donc $\sum\limits_{k=j}^{j+s_t-1} x_{ik} = y_{ij}^t \times s_t$

Par conséquent la condition est: $\sum\limits_{k=j}^{j+s_t-1} x_{ik} \geq y_{ij}^t \times s_t$

Avec le même raisonnement on a pour les colonnes: $\sum\limits_{k=i}^{i+s_t-1} x_{kj} \geq z_{ij}^t \times s_t$

Question 11:

On a: $y_{ij}^t = 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=j}^{j+s_t} y_{ik}^{t+1} = 0$

et $y_{ij}^t = 0 \Rightarrow \sum\limits_{k=j}^{j+s_t} y_{ik}^{t+1} \in \{0, 1\}$

Et donc la condition est: $y_{ij}^t + \sum\limits_{k=j}^{j+s_t} y_{ik}^{t+1} \leq 1$

Avec le même raisonnement on a pour les colonnes: $z_{ij}^t + \sum\limits_{k=i}^{i+s_t} z_{kj}^{t+1} \leq 1$

Question 12:

Min z = ?

$$
s.c
\begin{cases}
\sum_{k=j}^{j+s_t-1} x_{ik} \geq y_{ij}^t \times s_t \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_i\} \\
\sum_{k=i}^{i+s_t-1} x_{kj} \geq z_{ij}^t \times s_t \mid \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_j\} \\
y_{ij}^t + \sum_{k=j}^{j+s_t} y_{ik}^{t+1} \leq 1 \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_i\} \\
z_{ij}^t + \sum_{k=i}^{i+s_t} z_{kj}^{t+1} \leq 1 \mid \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_j\} \\
\sum_{j=0}^{M-1} y_{ij}^t = 1 \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_i\} \\
\sum_{i=0}^{N-1} z_{ij}^t = 1 \mid \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_j\} \\
x_{ij} \in \{0,1\} \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\} \\
y_{ij}^t \in \{0,1\} \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_i\} \\
z_{ij}^t \in \{0,1\} \mid \forall i \in \{0,1,2,...,N-1\}, \forall j \in \{0,1,2,...,M-1\}, \forall t \in \{1,2,...,k_j\}
\end{cases}
$$

2 - Implantation et tests

Question 13:

(N'oublions pas que j commence à 0 et termine à M-1)

- Pour une ligne l_i le l^{ieme} bloc ne peut commencer avant la case $(i, \sum_{n=1}^{l-1}(s_n+1))$, ni commencer après la case $(i, M - s_l - \sum_{n=l+1}^{k_i}(s_n+1))$.