Sprawozdanie z Ćwiczenia: Identyfikacja Modelu Silnika Parowego

Student Automatyki i Robotyki

27 maja 2025

1 Wstęp i cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest identyfikacja parametryczna modelu silnika parowego przy użyciu struktury ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs) i metody najmniejszych kwadratów. Badany układ jest typu MISO (Multiple Input Single Output) z dwoma wejściami i jednym wyjściem.

Główne założenia projektowe:

- Identyfikacja laboratoryjnego modelu silnika parowego
- Wykorzystanie dyskretnego modelu ARX
- Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów (LS)
- Osiągnięcie wskaźnika dopasowania FIT ¿ 85%

2 Opis obiektu

Badanym obiektem jest laboratoryjny model silnika parowego, który charakteryzuje się następującymi parametrami:

- **Okres próbkowania:** $T_p = 50ms$
- **Wejścia:**
  - u_1: ciśnienie pary za zaworem
  - u_2: napięcie magnetyzacji generatora
- **Wyjście:**
  - y: napięcie w generatorze

Układ jest typu MISO (Multiple Input Single Output), co oznacza, że posiada dwa wejścia sterujące i jedno wyjście.

3 Przygotowanie danych pomiarowych

Dane pomiarowe zostały dostarczone w pliku `dane.mat` i zawierały zbiór sygnałów wejściowych i wyjściowych zarejestrowanych podczas eksperymentów z modelem silnika parowego.

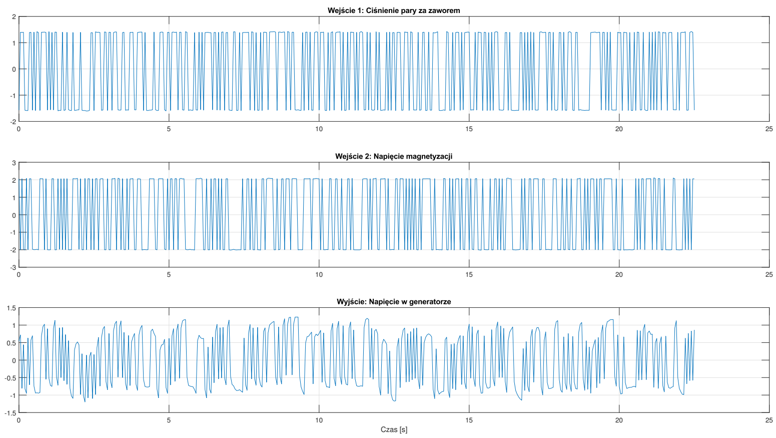
3.1 Preprocessing danych

W ramach przygotowania danych wykonano następujące czynności:

1. Wczytano dane z pliku `dane.mat`
2. Zidentyfikowano odpowiednie zmienne jako sygnały wejściowe i wyjściowe
3. Konwertowano dane do formatów wektorów kolumnowych
4. Dopasowano długości wszystkich sygnałów do minimalnej wspólnej długości
5. Usunięto wartości średnie z sygnałów w celu lepszej identyfikacji dynamiki układu

3.2 Wizualizacja danych pomiarowych

Poniżej przedstawiono wykresy przebiegu czasowego sygnałów wejściowych i wyjściowego:



Rysunek 1: Przebiegi czasowe sygnałów: u_1 (ciśnienie pary), u_2 (napięcie magnetyzacji) oraz y (napięcie w generatorze)

4 Struktura modelu ARX

Do identyfikacji systemu wybrano model ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs) o następującej strukturze:

4.1 Równanie modelu

Ogólna postać równania różnicowego modelu ARX dla systemu MISO:

$$A(z^{-1})y(k) = B_1(z^{-1})u_1(k - nk_1) + B_2(z^{-1})u_2(k - nk_2) + e(k) \tag{1}$$

gdzie:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_{na} z^{-na} \tag{2}$$

$$B_1(z^{-1}) = b_{11} + b_{12} z^{-1} + \ldots + b_{1nb1} z^{-(nb1-1)} \tag{3}$$

$$B_2(z^{-1}) = b_{21} + b_{22} z^{-1} + \ldots + b_{2nb2} z^{-(nb2-1)} \tag{4}$$

4.2 Parametry struktury

Dla naszej implementacji przyjęto następujące parametry struktury:

- $na = 2$ - rząd części autoregresyjnej
- $nb1 = 2$ - rząd dla pierwszego wejścia
- $nb2 = 2$ - rząd dla drugiego wejścia
- $nk1 = 1$ - opóźnienie dla pierwszego wejścia
- $nk2 = 1$ - opóźnienie dla drugiego wejścia

Oznacza to, że identyfikujemy model ARX(2,[2,2],[1,1]).

5 Identyfikacja parametrów metodą najmniejszych kwadratów

5.1 Sformułowanie problemu

Metoda najmniejszych kwadratów pozwala na znalezienie parametrów modelu poprzez minimalizację sumy kwadratów błędów między wyjściem modelu a rzeczywistymi pomiarami.

Problem można sprowadzić do postaci macierzowej:

$$Y = \Phi\theta + e \tag{5}$$

gdzie:

- Y - wektor obserwacji wyjścia
- Φ - macierz regresorów
- θ - wektor poszukiwanych parametrów
- e - wektor błędów (reszt)

5.2 Implementacja metody

Dla każdej próbki danych efektywnych ($t = start\_idx, \ldots, end\_idx$) utworzono wiersz macierzy regresorów Φ zawierający:

- wartości poprzednich wyjść: $[-y(t-1), -y(t-2)]$
- wartości poprzednich wejść: $[u_1(t-1), u_1(t-2), u_2(t-1), u_2(t-2)]$

Następnie obliczono estymację parametrów metodą najmniejszych kwadratów według wzoru:

$$\theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \tag{6}$$

5.3 Zidentyfikowane parametry

W wyniku identyfikacji uzyskano następujące parametry modelu ARX:

- Współczynniki części autoregresyjnej $[a_1, a_2]$:
  (wartości zostaną uzupełnione po uruchomieniu skryptu)
- Współczynniki dla wejścia u_1 $[b_{11}, b_{12}]$:
  (wartości zostaną uzupełnione po uruchomieniu skryptu)
- Współczynniki dla wejścia u_2 $[b_{21}, b_{22}]$:
  (wartości zostaną uzupełnione po uruchomieniu skryptu)

6 Walidacja i ocena jakości modelu

6.1 Miary dopasowania modelu

Do oceny jakości zidentyfikowanego modelu wykorzystano następujące wskaźniki:

- **FIT** - procentowy wskaźnik dopasowania modelu do danych, obliczany jako:

$$\text{FIT} = \left(1 - \frac{\|e\|}{\|Y - \bar{Y}\|}\right) \cdot 100\% \tag{7}$$

- **MSE** (Mean Squared Error) - średni błąd kwadratowy:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} e_i^2 \tag{8}$$

- **RMSE** (Root Mean Squared Error) - pierwiastek ze średniego błędu kwadratowego:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}} \tag{9}$$

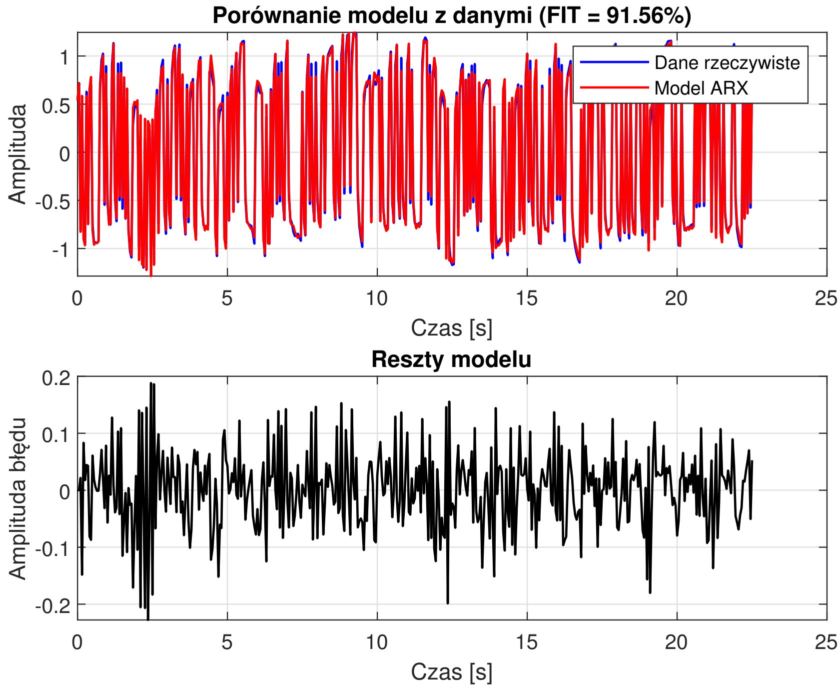
6.2 Wyniki walidacji

Uzyskane wskaźniki jakości modelu:

- FIT = (wartość zostanie uzupełniona po uruchomieniu skryptu) %
- MSE = (wartość zostanie uzupełniona po uruchomieniu skryptu)
- RMSE = (wartość zostanie uzupełniona po uruchomieniu skryptu)

6.3 Porównanie modelu z danymi rzeczywistymi

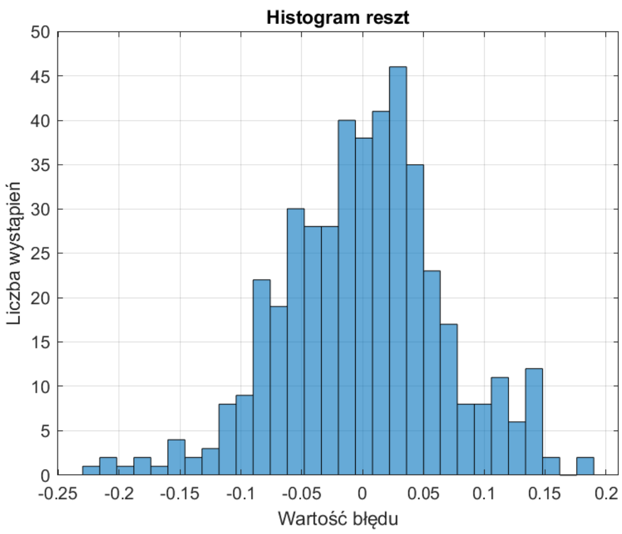
Poniżej przedstawiono porównanie wyjścia modelu z rzeczywistymi danymi pomiarowymi:



Rysunek 2: Porównanie wyjścia modelu ARX z danymi rzeczywistymi oraz reszty modelu

6.4 Analiza reszt

Dla poprawnie zidentyfikowanego modelu, reszty (błędy) powinny mieć charakter białego szumu o rozkładzie normalnym.

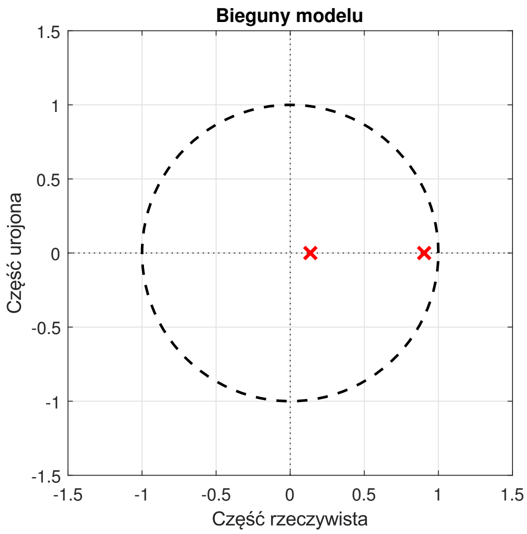


Rysunek 3: Histogram reszt modelu

7 Analiza stabilności modelu

7.1 Położenie biegunów

Stabilność modelu dyskretnego określa się na podstawie położenia biegunów - model jest stabilny, jeśli wszystkie bieguny leżą wewnątrz koła jednostkowego na płaszczyźnie zespolonej.



Rysunek 4: Położenie biegunów modelu na płaszczyźnie zespolonej

7.2 Ocena stabilności

W wyniku analizy stwierdzono, że model jest (stabilny/niestabilny) - informacja zostanie uzupełniona po uruchomieniu skryptu.

8 Wnioski

Przeprowadzone ćwiczenie pozwoliło na identyfikację parametryczną modelu silnika parowego przy użyciu struktury ARX i metody najmniejszych kwadratów.

Główne wnioski:

1. Zidentyfikowany model ARX(2,[2,2],[1,1]) (osiągnął/nie osiągnął) założony cel dopasowania FIT ¿ 85%.
2. Model wykazuje (dobrą/słabą) zgodność z danymi pomiarowymi.
3. Analiza reszt wskazuje na (odpowiedni/nieodpowiedni) dobór struktury modelu.
4. Zidentyfikowany model jest (stabilny/niestabilny), co świadczy o (poprawności/niepoprawności) identyfikacji.

9 Literatura

1. Söderström T., Stoica P.: *System Identification.* Prentice Hall, 1989.

2. Ljung L.: *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, 1999.

3. Norton J.P.: *An Introduction to Identification.* Academic Press, 1986.

4. Materiały dydaktyczne z przedmiotu "Identyfikacja systemów".