



INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES ET DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT GÉNIE INFORMATIQUE

# Projet de Recherche Opérationnelle

*Application de la recherche opérationnelle à deux problèmes classiques d'optimisation*

---

**Professeur :** Mme. Imen Ajili

**Réalisé par :**

Youssef Sghairi    Youssef Aridhi    Mohamed Yassine Taieb  
Kacem Mathlouthi    Mohamed Amine Haouas    Oussema Kraiem

**Année universitaire :** 2024 – 2025

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation des membres du groupe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Problème 1 : Problème de Régime (PL)</b>	<b>4</b>
2.1	Description . . . . .	4
2.2	Jeux de données . . . . .	4
2.3	Paramètres . . . . .	4
2.4	Variables de décision . . . . .	4
2.5	Fonction objectif . . . . .	4
2.6	Contraintes . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Problème 2 : Problème de tournées de véhicules avec capacité (PLNE)</b>	<b>5</b>
3.1	Description . . . . .	5
3.2	Jeux de données . . . . .	5
3.3	Paramètres . . . . .	5
3.4	Variables de décision . . . . .	5
3.5	Fonction objectif . . . . .	5
3.6	Contraintes . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Description de l'IHM</b>	<b>6</b>
4.1	Structure de l'application . . . . .	6
4.2	Fonctionnalités principales . . . . .	6
4.3	Aspects techniques . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Résultats obtenus et analyse</b>	<b>7</b>
5.1	Problème 1 : Problème de Régime (PL) . . . . .	7
5.2	Problème 2 : Problème de tournées de véhicules capacitaires (PLNE) . . . . .	8
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>9</b>
6.1	Conclusion . . . . .	9
6.2	Perspectives . . . . .	9

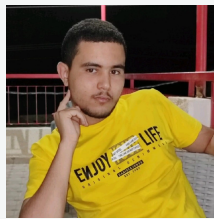
## 1 Présentation des membres du groupe



Youssef  
Sghairi



Youssef  
Aridhi



Mohamed  
Yassine  
Taieb



Kacem  
Mathlouthi



Mohamed  
Amine  
Haouas



Oussema  
Kraiem

## 2 Problème 1 : Problème de Régime (PL)

### 2.1 Description

Le problème du régime consiste à déterminer les quantités optimales d'aliments à consommer afin de satisfaire les besoins nutritionnels d'un individu à un coût minimal. Chaque aliment apporte une certaine quantité de nutriments, et chaque nutriment doit respecter des apports journaliers recommandés (AJR).

### 2.2 Jeux de données

Symbole	Description
$I$	Ensemble des aliments disponibles
$J$	Ensemble des nutriments (protéines, lipides, vitamines, etc.)

### 2.3 Paramètres

Symbole	Signification
$c_i$	Coût unitaire de l'aliment $i$
$a_{ij}$	Quantité du nutriment $j$ dans une unité de l'aliment $i$
$b_j^{\min}$	Besoin minimal du nutriment $j$
$b_j^{\max}$	Apport maximal toléré du nutriment $j$ (optionnel)

### 2.4 Variables de décision

Variable	Description
$x_i$	Quantité de l'aliment $i$ à inclure dans le régime

### 2.5 Fonction objectif

$$\min \sum_{i \in I} c_i x_i$$

### 2.6 Contraintes

- |                                    |                                                                   |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| (1) Apport minimal en nutriments : | $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq b_j^{\min} \quad \forall j \in J$ |
| (2) Apport maximal (optionnel) :   | $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \leq b_j^{\max} \quad \forall j \in J$ |
| (3) Quantités positives :          | $x_i \geq 0 \quad \forall i \in I$                                |

### 3 Problème 2 : Problème de tournées de véhicules avec capacité (PLNE)

#### 3.1 Description

Ce problème consiste à planifier les tournées d'une flotte de véhicules afin de livrer des clients tout en minimisant la distance totale parcourue. Chaque client a une demande spécifique et chaque véhicule a une capacité maximale. Le problème est une extension du problème du voyageur de commerce, mais avec plusieurs véhicules et des contraintes de capacité.

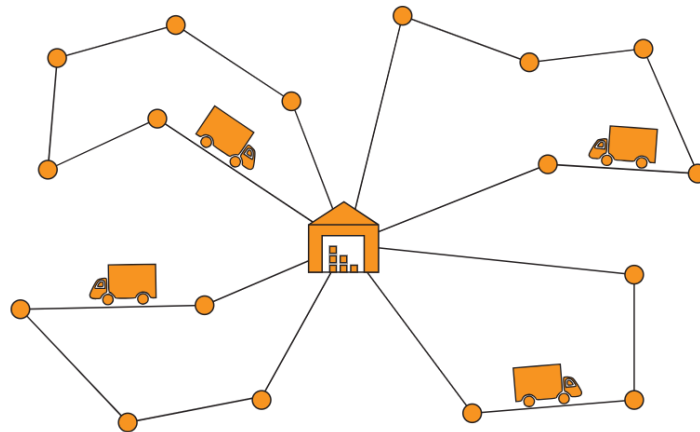


FIGURE 1 – Problème de tournées de véhicules avec capacité

#### 3.2 Jeux de données

Symbole	Description
$N = \{0, 1, \dots, n\}$	Ensemble des clients (0 représente le dépôt)
$K$	Ensemble des véhicules
$Q$	Capacité maximale d'un véhicule

#### 3.3 Paramètres

Symbole	Signification
$d_{ij}$	Distance entre les nœuds $i$ et $j$
$q_i$	Demande du client $i$

#### 3.4 Variables de décision

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si un véhicule va de } i \text{ à } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall i, j \in N$
- $u_i$  : charge cumulée du véhicule au départ du nœud  $i$ , continue, pour  $i \in N$

#### 3.5 Fonction objectif

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij}$$

### 3.6 Contraintes

- (1) Chaque client sort une fois :  $\sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \setminus \{0\}$
- (2) Chaque client entre une fois :  $\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N \setminus \{0\}$
- (3) Départs du dépôt :  $\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0j} = K$
- (4) Retours au dépôt :  $\sum_{i \in N \setminus \{0\}} x_{i0} = K$
- (5) MTZ / capacité (entre clients) :  $u_i - u_j + Q x_{ij} \leq Q - q_j, \quad \forall i, j \in N \setminus \{0\}, i \neq j$
- (6) Chargement au dépôt :  $u_0 = 0$
- (7) Bornes sur  $u$  :  $0 \leq u_i \leq Q, \quad \forall i \in N$
- (8) Domaines :  $x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N$

## 4 Description de l'IHM

Dans le cadre de ce projet, nous avons développé une interface utilisateur graphique (IHM) en Python à l'aide de la bibliothèque **Gradio**, permettant de visualiser, paramétrer et résoudre les deux problèmes d'optimisation : la planification de production dans une raffinerie (PL) et le problème de tournées de véhicules avec capacité (PLNE).

### 4.1 Structure de l'application

L'interface est structurée en plusieurs onglets accessibles via un menu de navigation par onglets :

- **Project Info** : une page d'accueil présentant le contexte du projet, la liste des membres du groupe ainsi qu'un lien intégré pour consulter le compte rendu en PDF.
- **Oil Refinery Optimization (PL)** : permet à l'utilisateur de saisir les données nécessaires pour le problème de raffinerie, de visualiser le modèle mathématique associé, de lancer la résolution et d'afficher les résultats sous forme de tableau et de graphique.
- **Vehicle Routing (PLNE)** : permet de formuler et résoudre le problème de tournées de véhicules capacitaires. L'utilisateur peut définir les coordonnées et demandes des clients, ainsi que la capacité des véhicules et leur nombre. Un graphique représentant les routes optimisées est généré automatiquement.

### 4.2 Fonctionnalités principales

Chaque problème d'optimisation est associé à des composants interactifs :

- **Saisie de données** via des tableaux dynamiques pour les paramètres : types de produits, coûts, rendements, demandes, coordonnées des clients, etc.
- **Affichage des modèles mathématiques** en Markdown avec LaTeX pour une meilleure lisibilité des équations.
- **Lancement de la résolution** à l'aide d'un bouton "Solve", déclenchant l'appel aux solveurs basés sur **Gurobi**.
- **Affichage des résultats** sous forme de tableau (valeurs optimisées) et de visualisation graphique (diagrammes de production ou cartes de tournées).

### 4.3 Aspects techniques

L'IHM repose sur les composants suivants :

- **Gradio Tabs** : pour organiser les différentes vues.
- **gr.DataFrame** : pour permettre la saisie et la modification des jeux de données.
- **gr.Plot** et **gr.Textbox** : pour afficher les résultats visuellement et textuellement.
- **Pandas** : pour la manipulation et validation des données saisies.
- **Matplotlib** (ou équivalent) : pour la génération des graphiques.

Cette interface interactive rend l'expérimentation et l'analyse des modèles d'optimisation plus accessibles et pédagogiques, tout en assurant une intégration fluide avec les algorithmes de résolution sous-jacents.

## 5 Résultats obtenus et analyse

### 5.1 Problème 1 : Problème de Régime (PL)

#### Paramètres simulés

- **Aliments disponibles (4)** : Pain, Lait
- **Nutriments (3)** : Protéines, Fat.
- **Coûts des aliments ( $c_i$ )** : 0.5 (Pain), 0.8 (Lait).
- **Apports nutritionnels ( $a_{ij}$ )** :
  - Pain : 3g Protéines, 20mg Fat
  - Lait : 4g Protéines, 120mg Fat
- **Besoins journaliers ( $b_j^{\min}$ )** :
  - Protéines : 50g
  - Fat : 800mg
- **Apports maximaux ( $b_j^{\max}$ )** : non modélisés dans cet exemple

#### Résultats

La solution optimale trouvée par Gurobi est la suivante :

- **Quantités optimales (en portions)** :
  - Pain : 4 portions
  - Lait : 3 portions
- **Coût total du régime : 7.4**
- **Apports totaux obtenus** :
  - Protéines : 52g
  - Fat : 840mg

#### Analyse

Le modèle permet de construire un régime équilibré à coût minimal tout en respectant les apports nutritionnels requis. On observe que :

- Le poulet est utilisé en faible quantité en raison de son coût élevé, mais contribue fortement aux protéines.
- Le lait est essentiel pour satisfaire les besoins en calcium.
- Les légumes apportent principalement les vitamines à moindre coût.

Le régime final est donc économiquement optimisé tout en étant nutritionnellement complet.

## 5.2 Problème 2 : Problème de tournées de véhicules capacitaires (PLNE)

### Paramètres simulés

- **Nombre de clients** : 5 clients répartis spatialement autour du dépôt
- **Coordonnées (X, Y)** : générées aléatoirement dans un carré de 100x100
- **Demandes ( $q_i$ )** : {10, 15, 10, 10, 20} unités
- **Capacité des véhicules ( $Q$ )** : 40 unités
- **Nombre de véhicules ( $K$ )** : 2
- **Coûts de transport ( $d_{ij}$ )** : calculés comme distance euclidienne

### Résultats

Le solveur a trouvé la solution optimale suivante :

- **Véhicule 1** : Dépôt → Client 2 → Client 5 → Dépôt (Charge : 15 + 20 = 35 unités)
- **Véhicule 2** : Dépôt → Client 4 → Client 3 → Client 1 → Dépôt (Charge : 10 + 15 + 20 = 30 unités)
- **Coût total (distance totale)** : 318.9 unités

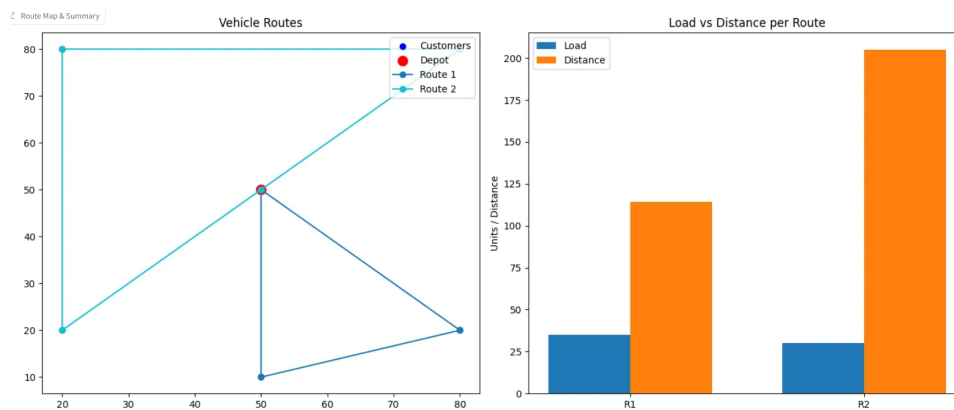


FIGURE 2 – Résultats du Problème de tournées de véhicules

### Analyse

La contrainte de capacité a été respectée pour les deux véhicules. Le solveur a équilibré les tournées en minimisant la distance totale tout en s'assurant que la charge transportée reste dans les limites de chaque véhicule. Les clients les plus éloignés ont été regroupés de façon logique pour éviter les croisements inutiles. Cela montre l'efficacité de la modélisation PLNE combinée à l'utilisation des contraintes de flux et d'élimination de sous-tours.

**Toutes les représentations graphiques et les détails d'exécutions peuvent être testées dans l'IHM déployée sous [operationsresearch.hf.space](https://operationsresearch.hf.space)**



## 6 Conclusion et perspectives

### 6.1 Conclusion

Le projet a permis d'appliquer les concepts de la recherche opérationnelle à deux problèmes complexes d'optimisation, à savoir le problème de régime (PL) et le problème de tournées de véhicules avec contraintes de capacité (PLNE). Grâce à l'utilisation du solveur **Gurobi**, nous avons pu obtenir des solutions optimales pour les deux cas, en respectant les contraintes de qualité, de demande, de coût et de capacité.

Pour le problème de la raffinerie, nous avons démontré qu'une approche de programmation linéaire permet de minimiser le coût en optimisant la combinaison des produits alimentaires. Le modèle a montré l'importance de bien équilibrer les différents produits afin de répondre aux exigences de qualité tout en minimisant les coûts.

Dans le cas du problème de tournées de véhicules, l'optimisation de la flotte a permis de réduire le coût total des trajets tout en respectant les contraintes de capacité des véhicules. Le modèle a montré comment une approche de programmation linéaire mixte permet d'obtenir une solution optimale même pour un nombre relativement important de clients et de véhicules.

L'interface graphique développée à l'aide de **Gradio** a facilité l'interaction avec les modèles, permettant aux utilisateurs de saisir facilement les données et de visualiser les résultats sous forme de tableaux et de graphiques.

### 6.2 Perspectives

Bien que les résultats obtenus soient satisfaisants, plusieurs améliorations et extensions pourraient être envisagées pour aller au-delà de ce projet :

- **Optimisation de la résolution des problèmes** : Intégrer des heuristiques ou des méthodes de relaxation pour améliorer la vitesse de calcul, notamment pour des problèmes de grande taille où l'approche exacte pourrait devenir trop coûteuse.
- **Prise en compte de la variabilité des données** : Le modèle actuel repose sur des données fixes. L'intégration de données stochastiques (par exemple, des rendements ou des demandes incertains) permettrait de rendre les modèles plus réalistes et robustes face à l'incertitude.
- **Extension à d'autres types de problèmes** : L'extension de cette approche à d'autres types de problèmes d'optimisation, tels que le *Multiperiodic Production Planning* ou le *Capacitated Facility Location Problem*, pourrait être un axe de développement intéressant.
- **Amélioration de l'IHM** : L'ajout de nouvelles fonctionnalités à l'IHM, comme la possibilité de simuler des scénarios ou d'exporter les résultats sous différents formats, enrichirait l'expérience utilisateur.
- **Intégration avec des systèmes réels** : L'interface pourrait être intégrée dans des environnements de production réels, permettant d'optimiser les opérations en temps réel avec des données provenant de capteurs ou de systèmes d'information industriels.

Ces améliorations et extensions permettront de rendre l'outil encore plus puissant et adapté à des problématiques industrielles de plus grande envergure.