Задача: определить длину отрезка прямой, лежащего внутри треугольника.

Алгоритм:
Возможно 4 варианта взаимного расположения треугольника и прямой:

1 Треугольник и прямая не пересекаются.

2 Прямая проходит через одну из вершин треугольника.

3 Одна из сторон треугольника лежит на прямой.

4 Прямая пересекает 2 стороны треугольника.

Длина отрезка прямой, лежащего внутри трегольника, отлична от нуля только в 4 случае. Чтобы вычислить её, можно последовательно проверить для каждой стороны треугольника, пересекается ли она с рассматриваемой прямой. Если в результате проверки количество точек пересечения треугольника отлично от 2, то длина искомого отрезка равна 0, иначе она равна расстоянию между точками пересечения.

Рассмотрим более поробно алгоритм проверки наличия пересечченияя стороны треугольника и прямой. Пусть рассматриваемой стороне треугольника принадлежат вершины A и B, а прямая задаётся точками P_1P_2. Пересечение отрезка AB прямой P_1P_2 равносильно принадлежности точек A и B разным полуплосскостям относительно прямой P_1P_2. A и B лежат в разных полуплоскостях относительно P_1P_2 тогда и только тогда, когда $[\overline{P_1P_2}, \overline{P_1A}][\overline{P_1P_2}, \overline{P_1B}] < 0$.

Перейдём к рассмотрению алгоритма вычисления точки пересечения отрезка AB и прямой P_1P_2. Пусть точка P_1 имеет координаты $(x_1, y_1), P_2 - (x_2, y_2), A-(x_3, y_3), B-(x_4, y_4)$. Обозначим M точку пересечения AB и P_1P_2. Пусть M имеет кординаты (x_M, y_M). Тогда существуют числа k и m такие, что

$$\begin{cases} x_M = x_1 + k(x_2 - x_1) = x_3 + m(x_4 - x_3) \\ y_M = y_1 + k(y_2 - y_1) = y_3 + m(y_4 - y_3) \end{cases}$$

Из составленной системы уравнений получим

$$\begin{cases} k = \frac{(x_4-x_3)(y_1-y_3)-(y_4-y_3)(x_1-x_3)}{(y_4-y_3)(x_2-x_1)-(x_4-x_3)(y_2-y_1)} \\ m = \frac{(x_2-x_1)(y_1-y_3)-(y_2-y_1)(x_1-x_3)}{(y_4-y_3)(x_2-x_1)-(x_4-x_3)(y_2-y_1)} \end{cases}$$