

Politechnika Opolska

Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki

Instytut Systemów Napędowych i Robotyki

Studia pierwszego stopnia stacjonarne

Kierunek studiów:
Elektrotechnika

**SPRAWOZDANIE PROJEKTOWE Z MASZYN
ELEKTRYCZNYCH**

TEMAT PRACY

Analiza silnika klatkowego trójfazowego za pomocą oprogramowania
Octave i FEMM

Prowadzący:
Kowol Marcin

Autor:
Hoffman Kacper
nr albumu: 95009

Opole 2019

Analiza silnika klatkowego trójfazowego za pomocą oprogramowania Octave i FEMM

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę analizy parametrów elektrycznych i mechanicznych silnika klatkowego. Do realizacji projektu wykorzystano oprogramowanie Octave i FEMM. Zaproponowany model polowy i o parametrach skupionych silnika indukcyjnego pozwala przedstawić użycie oprogramowania do analizy owego modelu. W oparciu o schemat ideowy zaprojektowano oraz wykonano niezbędny model polowy. Program służący do narysowania układu w programie FEMM napisano w Octave [1]. W pracy zamieszczono dokładny opis badanego silnika, wyniki jego analizy oraz wpływ zmiany parametrów na obliczenia.

Analysis of a cage type triphase induction motor using Octave and FEMM software

Summary

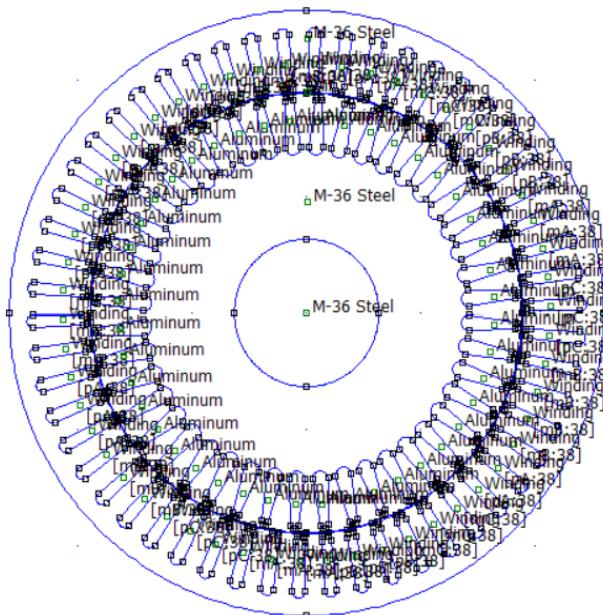
The work presents a method of computer analysis of the electrical and mechanical parameters of a cage type motor. The project uses Octave and FEMM software. The proposed field model of an induction motor allows to present the use of computer analysis of said model. The required field model was created based on an appropriate mental design. The commands used to draw the circuit in FEMM was written in Octave [1]. The work contains a detailed description of the required motor, analysis results and the effect that changes of certain parameters have on calculations.

Zawartość

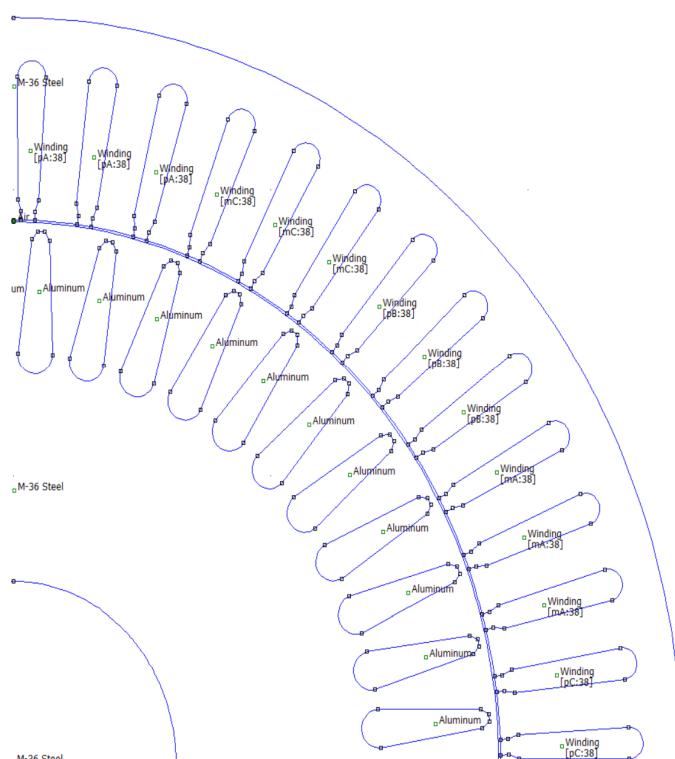
Zawartość.....	3
1 Opis silnika.....	4
2 Obliczenia.....	6
2.1 Wyznaczenie równania macierzowego.....	6
2.2 Wyznaczenie pozostałych parametrów.....	10
3 Metoda elementów skończonych.....	12
3.1 Ustawienia modelu.....	12
3.2 Obliczenia.....	14
4 Wyniki analizy.....	16
5 Wnioski.....	27
6 Literatura.....	27

1 Opis silnika

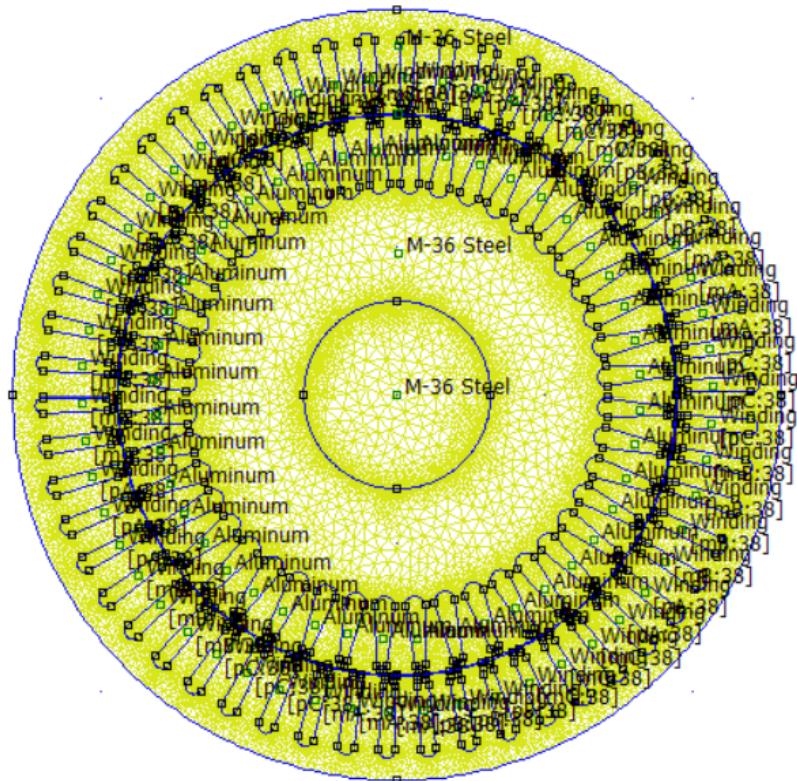
Badany silnik jest silnikiem klatkowym trójfazowym. Został on zaprojektowany na moc znamionową $P_N = 90 \text{ kW}$, co oznacza, że powinien on być zasilany jest napięciem $U_N = 985 \text{ V}$ o częstotliwości $f = 50 \text{ Hz}$, o prądzie znamionowym $I_N = 170 \text{ A}$. Faktyczna moc i prawidłowe zasilenie silnika zostało określone za pomocą odpowiednich obliczeń w rozdziale czwartym. Jest on silnikiem trójfazowym ($m_s = 3$) i posiada trzy pary biegunków ($p = 3$). Z ilości biegunków można łatwo wyznaczyć [2], że prędkością synchroniczną silnika jest $n_s = 1000 \text{ obr/min}$, natomiast katalogowa prędkość znamionowa to $n_N = 890 \text{ obr/min}$.



Rys. 1.1. Model silnika w programie FEMM wraz z użytymi materiałami

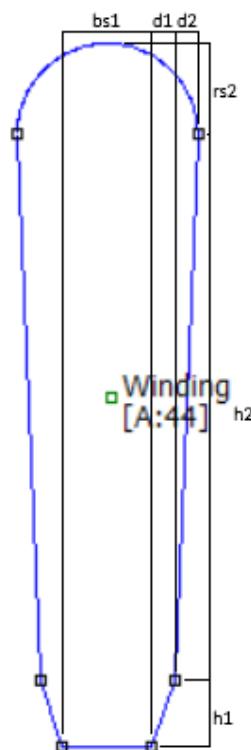


Rys. 1.2. Przybliżenie na fragment powyższego modelu



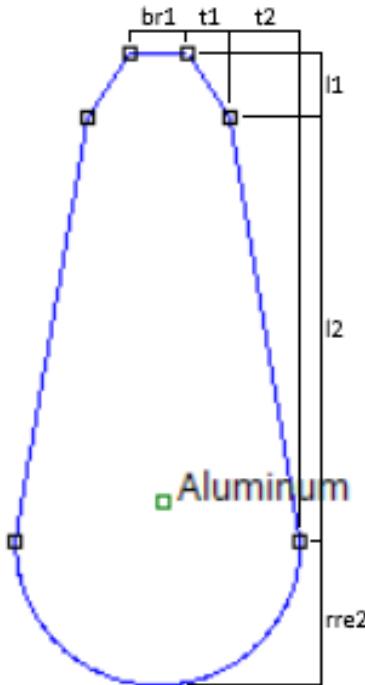
Rys. 1.3. Siatka dyskretyzacyjna silnika o 113109 węzłach

Wymiary wewnętrzne silnika zostały wyznaczone wzorami przybliżonymi dla mocy $P_n = 90 \text{ kW}$. Długość efektywna silnika to $l_e = 1.86 \text{ m}$. Wnios wału (podstawa pozostałych obliczeń) wynosi $H = 315 \text{ mm}$. Z niego wyznaczone zostały promień zewnętrzny stojana $R_{se} = 260 \text{ mm}$, wewnętrzny $R = 190 \text{ mm}$, promień wirnika $R_w = 95 \text{ mm}$ a szczelina wyniosła $\delta = 0.8 \text{ mm}$.



Rys. 1.4. Żłobek stojana z zaznaczonymi zmiennymi

W stojanie znajduje się $Q_s = 54$ żlobków zaokrąglonych o podstawie $b_{s1} = 5.5$ mm oraz wysokości $h_{s0} = 3$ mm od powierzchni wewnętrznej. Wielkości opisujące sam żłobek to wysokości $h_1 = 4$ mm, $h_2 = 33$ mm, promień zaokrąglenia $r_{s2} = 5.5$ mm, szerokości $d_1 = 1.4$ mm i $d_2 = 1.4$ mm. W związku z jego kształtem (prostokąt, dwa trapezy i półkole) jego pole powierzchni wynosi $S_s = 410 \text{ mm}^2$.



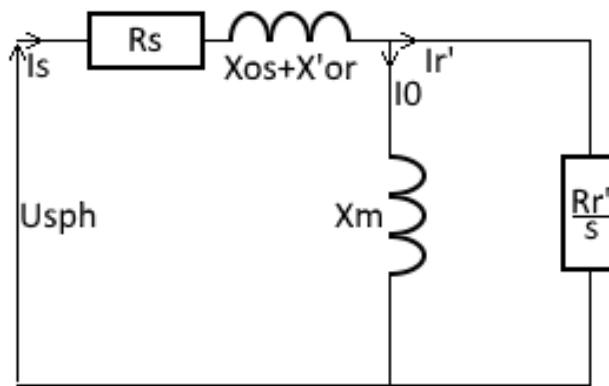
Rys. 1.5. Żłobek wirnika z zaznaczonymi zmiennymi

Wirnik z kolej posiada $Q_r = 44$ żlobki zaokrąglone o podstawie $br_1 = 2.7$ mm położone w odległości $h_{s0} = 3$ mm od powierzchni wewnętrznej. Wielkości opisujące sam żłobek to wysokości $l_1 = 3$ mm, $l_2 = 20$ mm, promień zaokrąglenia $r_{re2} = 6.8$ mm, szerokości $t_1 = 2$ mm i $t_2 = 3.4$ mm. W związku z jego kształtem (prostokąt, dwa trapezy i półkole) jego pole powierzchni wynosi $S_r = \text{mm}^2$. Analiza tego silnika polega na wprowadzeniu jego modelu do programu FEMM przy pomocy skryptu Octave. Następnie należy przeprowadzić analizę wbudowanym skryptem FEMM [1] do metody elementów skończonych tego modelu przy różnych wartościach poślizgu, co bezpośrednio przełoży się na częstotliwość zasilania. Wykonanie tego w pętli pozwoli na rozwiązywanie równania macierzowego, które opisuje każdy silnik klatkowy. [3] Jego rozwiązanie zostanie użyte do wyznaczenia parametrów zastępczych silnika oraz stworzenia wykresów zmienności prądu fazowego stojana, momentu obrotowego wirnika i współczynnika mocy.

2 Obliczenia

2.1 Wyznaczenie równania macierzowego

Każdy silnik klatkowy można przedstawić za pomocą schematu zastępczego, który uwzględnia wpływ rezystancji uzwojenia, jego reaktancji rozproszenia oraz straty w wirniku (czynne i wynikające z magnesowania).



Rys. 2.1. Schemat zastępczy silnika klatkowego

Na schemacie zastępczym U_{sph} i I_s oznaczają napięcie i prąd zasilania podłączonego do stojana. R_s to rezystancja uzwojenia, a $X_{os} + X'_{or}$ to suma reaktancji rozproszenia uzwojeń stojana i wirnika. R_r'/s to rezystancja zastępcza odpowiadająca stratom czynnym w wirniku a X_m to reaktancja strat magnetyzacji rdzenia. Za straty czynne odpowiada prąd I_r' a za straty stanu jałowego - prąd I_0 . Jeśli reaktancję można opisać poprzez odpowiadającą jej indukcyjność:

$$X = \omega L \quad (2.1)$$

To impedancję wejściową danej fazy zasilania można wyznaczyć jako połączenie wszystkich elementów:

$$Z_{we} = R_s + jX_{os} + jX'_{or} + \frac{jX_m \frac{R_r'}{s}}{jX_m + \frac{R_r'}{s}} \quad (2.2)$$

$$Z_{we} = R_s + jX_{os} + jX'_{or} + \frac{jX_m R_r'}{sjX_m + R_r'} \quad (2.3)$$

$$Z_{we} = R_s + j\omega L_{os} + j\omega L'_{or} + \frac{j\omega L_m R_r'}{js\omega L_m + R_r'} \quad (2.4)$$

$$Z_{we} = R_s + j\omega(L_{os} + L'_{or}) + \frac{j\omega L_m R_r'}{js\omega L_m + R_r'} \quad (2.5)$$

$$Z_{we} = R_s + j\omega(L_{os} + L'_{or}) + \frac{j\omega L_m}{js\omega \frac{L_m}{R_r'} + 1} \quad (2.6)$$

Dla ułatwienia następujących obliczeń wprowadzono pomocnicze oznaczenie:

$$\tau = \frac{L_m}{R_r'} \quad (2.7)$$

Dzięki któremu równanie (1.4) przyjmuje postać:

$$Z_{we} = R_s + j\omega(L_{os} + L'_{or}) + \frac{j\omega L_m}{js\omega \tau + 1} \quad (2.8)$$

$$Z_{we} = R_s + j\omega(L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau}) \quad (2.9)$$

Dalsze obliczenia polegają na zauważeniu, że napięcie fazowe można zapisać na dwa sposoby. Z jednej strony można użyć prawa Ohma dla impedancji wejściowej:

$$U_{sph} = Z_{we} I_s = (R_s + j\omega(L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau})) I_s \quad (2.10)$$

Z drugiej strony napięcie fazowe jest napięciem na uzwojeniu, czyli sumą napięcia na rezystancji zastępczej uzwojenia oraz napięcia wynikającego z indukcyjności cewki [3]:

$$U_{sph} = R_s I_s + j\omega\Psi \quad (2.11)$$

Porównanie tych wzorów pozwala na wyznaczenie strumienia skojarzonego oraz indukcyjności cewki (podzielonej na część rzeczywistą i urojoną dla kolejnych obliczeń):

$$(R_s + j\omega(L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau})) I_s = R_s I_s + j\omega\Psi \quad (2.12)$$

$$(R_s + j\omega(L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau})) I_s - R_s I_s = j\omega\Psi \quad (2.13)$$

$$(L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau}) j\omega I_s = j\omega\Psi \quad (2.14)$$

$$\Psi = (L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau}) I_s \quad (2.15)$$

$$L = L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+j\omega\tau} \quad (2.16)$$

$$L = L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m(1-j\omega\tau)}{1+(s\omega\tau)^2} \quad (2.17)$$

$$L = L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+(s\omega\tau)^2} - \frac{jL_m s\omega\tau}{1+(s\omega\tau)^2} \quad (2.18)$$

$$L = (L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+(s\omega\tau)^2}) - j(\frac{L_m s\omega\tau}{1+(s\omega\tau)^2}) \quad (2.19)$$

$$\Re(L) = L_r = L_{os} + L_{or}' + \frac{L_m}{1+(s\omega\tau)^2} \quad (2.20)$$

$$\Im(L) = L_i = \frac{-L_m s\omega\tau}{1+(s\omega\tau)^2} \quad (2.21)$$

Jeśli znowu wprowadzimy oznaczenia pomocnicze:

$$c_1 = \tau L_m \quad (2.22)$$

$$c_2 = \tau^2 \quad (2.23)$$

To równanie (2.21) można przedstawić w zmienionej postaci:

$$L_i = \frac{-\tau L_m s \omega}{1 + s^2 \omega^2 \tau^2} \quad (2.24)$$

$$L_i = \frac{-c_1 s \omega}{1 + s^2 \omega^2 c_2} \quad (2.25)$$

$$L_i + L_1 s^2 \omega^2 c_2 = -c_1 s \omega \quad (2.26)$$

$$c_1 s \omega + L_1 s^2 \omega^2 c_2 = -L_i \quad (2.27)$$

$$(s\omega)c_1 + (L_1 s^2 \omega^2)c_2 = -L_i \quad (2.28)$$

Równanie (2.28) zostało wyprowadzone, bo względem c_1 i c_2 jest to równanie liniowe.

Możliwa jest zamiana na postać macierzową:

$$\begin{bmatrix} s\omega & L_1 s^2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_i \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

A jeśli wyznaczymy wiele wartości $-L_i$ dla różnych poślizgów otrzymamy pełną postać macierzową[3]:

$$\begin{bmatrix} s_1 \omega & L_1 s_1^2 \omega^2 \\ s_2 \omega & L_1 s_2^2 \omega^2 \\ \vdots & \vdots \\ s_n \omega & L_1 s_n^2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{i1} \\ -L_{i2} \\ \vdots \\ -L_{in} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Łatwiejszym zapisem tego równania jest przyjęcie oznaczeń macierzowych:

$$m = \begin{bmatrix} s_1 \omega & L_1 s_1^2 \omega^2 \\ s_2 \omega & L_1 s_2^2 \omega^2 \\ \vdots & \vdots \\ s_n \omega & L_1 s_n^2 \omega^2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$b = \begin{bmatrix} -L_{i1} \\ -L_{i2} \\ \vdots \\ -L_{in} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{m} \mathbf{c} = \mathbf{b} \quad (2.34)$$

Teraz można przeprowadzić odpowiednie przekształcenia dla wyznaczenia macierzy \mathbf{c} (nie można bezpośrednio użyć macierzy odwrotnej \mathbf{m}^{-1} ze względu na rozmiar macierzy \mathbf{b}):

$$\mathbf{m}^T \mathbf{m} \mathbf{c} = \mathbf{m}^T \mathbf{b} \quad (2.35)$$

$$(\mathbf{m}^T \mathbf{m})^{-1} \mathbf{m}^T \mathbf{m} \mathbf{c} = (\mathbf{m}^T \mathbf{m})^{-1} \mathbf{m}^T \mathbf{b} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{c} = (\mathbf{m}^T \mathbf{m})^{-1} \mathbf{m}^T \mathbf{b} \quad (2.37)$$

2.2 Wyznaczenie pozostałych parametrów

Za pomocą równania macierzowego (2.37) jest możliwe obliczenie wszystkich pozostałych parametrów badanego silnika. Z równań (2.22) i (2.23) wynika, że:

$$\tau = \sqrt{c_2} \quad (2.38)$$

$$L_m = \frac{c_1}{\tau} \quad (2.39)$$

Z kolej z równania (2.7) wyznaczmy rezystancję R_r' :

$$R_r' = \frac{L_m}{\tau} \quad (2.40)$$

Z równania (2.20) wynika sposób wyznaczenia indukcyjności rozproszenia:

$$L_{\sigma s} + L_{\sigma r}' = L_r - \frac{L_m}{1 + (s\omega\tau)^2} \quad (2.41)$$

Jednak skoro wyznaczamy różne wartości L_r dla wielu poślizgów, to można powiedzieć, że indukcyjność rozproszenia jest średnią arytmetyczną wszystkich wyników równania (2.41):

$$L_{\sigma s} + L_{\sigma r}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_r - \frac{L_m}{1 + (s_\omega \tau)^2} \quad (2.42)$$

Reaktancje magnetyzacji i rozproszenia wynikają z (2.1):

$$X_m = \omega L_m \quad (2.43)$$

$$X_{\sigma s} + X_{\sigma r}' = \omega (L_{\sigma s} + L_{\sigma r}') \quad (2.44)$$

Wartość prądu stojana wynika bezpośrednio z prawa Ohma:

$$I_s = \frac{U_{sph}}{|Z_{we}|} \quad (2.45)$$

A współczynnik mocy jest cosinusem argumentu prądu stojana:

$$\cos(\phi) = \cos(\arg(I_s)) \quad (2.46)$$

Prąd odpowiadający stratom czarnym I_r' odpowiada rezystancji zastępczej R_r' i wyznaczony jest również z prawa Ohma:

$$\underline{I_r}' = \frac{\underline{U_m}}{\frac{R_r'}{s}} \quad (2.47)$$

Jednak wymaga on napięcia na owym rezystorze, który można wyliczyć z drugiego prawa Kirchoffa:

$$\underline{U_{sph}} = \underline{U_m} + R_s \underline{I_s} + jX_{\sigma s} \underline{I_s} + jX_{\sigma r} \underline{I_s} \quad (2.48)$$

$$\underline{U_m} = \underline{U_{sph}} - R_s \underline{I_s} - jX_{\sigma s} \underline{I_s} - jX_{\sigma r} \underline{I_s} \quad (2.49)$$

Za pomocą prądu $\underline{I_r}'$ można określić straty mocy czynnej w wirniku:

$$P = 3 \frac{R_r'}{s} I_r'^2 \quad (2.50)$$

$$P = 3 \frac{R_r'}{s} I_r'^2 - 3 R_r' I_r'^2 + 3 R_r' I_r'^2 \quad (2.51)$$

$$P = 3 \frac{R_r'}{s} I_r'^2 - \frac{3 s R_r' I_r'^2}{s} + 3 R_r' I_r'^2 \quad (2.52)$$

$$P = \frac{3 R_r' I_r'^2 (1-s)}{s} + 3 R_r' I_r'^2 \quad (2.53)$$

Podział na część zależną i niezależną od poślizgu odpowiada podziale na moc mechaniczną wału i cieplną w stratach wirnika:

$$P_{Fe} = \frac{3 R_r' I_r'^2 (1-s)}{s} \quad (2.54)$$

$$P_d = 3 R_r' I_r'^2 \quad (2.55)$$

Równanie (2.54) można użyć wraz z wyznaczoną prędkością obrotową dla obliczenia momentu obrotowego wirnika:

$$\omega = \frac{2\pi f}{p} (1-s) \quad (2.56)$$

$$M = \frac{P_{mech}}{\omega} \quad (2.57)$$

$$M = \frac{\frac{3 R_r' I_r'^2 (1-s)}{s}}{\frac{2\pi f (1-s)}{p}} \quad (2.58)$$

$$M = \frac{3 R_r' I_r'^2 (1-s) p}{2\pi f (1-s) s} \quad (2.59)$$

$$M = \frac{3 p R_r' I_r'^2}{2 \pi s f} \quad (2.60)$$

3 Metoda elementów skończonych

3.1 Ustawienia modelu

Obliczenia w Octave zaczynają się od zdefiniowania danych układu w jednostkach SI. Potem za pomocą interakcji między Octave i FEMM otworzyć nowe zadanie magnetostatyczne w FEMM i narysować układ odpowiednimi komendami [1]:

Listing 3.1. Fragment kodu służącego do narysowania obwodu w FEMM

```

1 %Otwarcie FEMM
2 openfemm();
3 %Otwarcie nowego problemu magnetycznego
4 newdocument(0);
5 %Definicja problemu
6 mi_probdef(fs,'meters','planar',1.e-8,le,30);
7 %Wylaczenie Smart Mesh
8 %Smart Mesh generuje bardzo dokładna siatkę,
9 %ale dla dużych modeli bardzo spowalnia analizę
10 smartmesh(0);
11 %Rysowanie stojana
12 mi_drawarc(center+rse,center,center,center+rse,90,1);
13 mi_drawarc(center,center+rse,center-rse,center,90,1);
14 mi_drawarc(center-rse,center,center,center-rse,90,1);
15 mi_drawarc(center,center-rse,center+rse,center,90,1);

```

Listing 3.2. Fragment kodu do rysowania żlobka stojana

```

1 %Rysowanie żlobka stojana
2 mi_drawline(center-bs1/2,syppoint+hs1,center-
3*bs1/4,syppoint+hs2);
3 mi_drawline(center-3*bs1/4,syppoint+hs2,center-
ds2/2,syppoint+hs3);
4 mi_drawarc(center+ds2/2,syppoint+hs3,center-
ds2/2,syppoint+hs3,180);
5 mi_drawline(center+ds2/2,syppoint+hs3,center+3*bs1/4,syppoint+hs2
);
6 mi_drawline(center+3*bs1/4,syppoint+hs2,center+bs1/2,syppoint+hs1
);
7 mi_drawline(center-bs1/2,syppoint,center-bs1/2,syppoint+hs1);
8 mi_drawline(center+bs1/2,syppoint,center+bs1/2,syppoint+hs1);

```

Użyte w modelu materiały to powietrze umieszczone w szczelinie, aluminium wypełniające żlobki w wirniku, stal krzemowa typu M-36 jako materiał rdzenia, stojana i wirnika oraz osobno zdefiniowany materiał na uzwojenie (bazujący na miedzi). Ustawia się one na etykiety umieszczone wewnętrz odpowiadnych rejonów. Dla dodatkowego przyspieszenia analizy dodano parametr mszie = 100, który służy do zmniejszenia niepotrzebnie dokładnych regionów w wirniku lub w wale [1].

Listing 3.3. Fragment kodu do dodawania materiałów i umieszczania ich w etykietach

```

1 %Dodanie materiałów
2 mi_getmaterial('Air');
3 mi_addblocklabel(center,center+rr+delta/2);
4 mi_selectlabel(center,center+rr+delta/2);

```

```

5 mi_setblockprop('Air',0,msize,0,0,0,0);
6 mi_clearselected();
7 mi_adddmaterial('M-36 Steel');
8 mi_addblocklabel(center,center);
9 mi_addblocklabel(center,center+3*rw/2);
10 mi_addblocklabel(center,center+5*rr/4);
11 mi_selectlabel(center,center);
12 mi_selectlabel(center,center+3*rw/2);
13 mi_selectlabel(center,center+5*rr/4);
14 mi_setblockprop('M-36 Steel',0,msize,0,0,0,0);

```

Potrzebne jest również dodanie warunku *Zero* i własności *+A*, *+B*, *+C*, *-A*, *-B* i *-C*.

Warunek brzegowy *Zero* jest warunkiem Dirichleta ustawianym na zewnętrzny okrąg stojana oraz na wał - oznacza on miejsca, w których wszystkie własności magnetyczne mają wartość 0. Pozostałe własności odpowiadają zasilaniu uzwojenia stojana. Dla przykładu *+A* oznacza, że w danym rejonie prąd z fazy A wpływa do uzwojenia (do wewnątrz modelu) a *-A* - że prąd fazy A wypływa z uzwojenia (na zewnątrz modelu).

Listing 3.4. Fragment kodu dodający warunek brzegowy

```

1 %Warunek brzegowy
2 mi_addboundprop('Zero',0,0,0,0,0,0,0,0,0);
3 %Ustalenie wartosci brzegowej
4 mi_selectarcsegment(center+rw/2,center+rw/2);
5 mi_selectarcsegment(center-rw/2,center+rw/2);
6 mi_selectarcsegment(center+rw/2,center-rw/2);
7 mi_selectarcsegment(center-rw/2,center-rw/2);
8 mi_selectarcsegment(center+rse,center+rse);
9 mi_selectarcsegment(center-rse,center+rse);
10 mi_selectarcsegment(center+rse,center-rse);
11 mi_selectarcsegment(center-rse,center-rse);
12 Dodanie warunku Zero na luki stojana
13 %Dla duzych promieni luk jest traktowany jak wielokat, dlatego
14 kat miedzy fragmentami musi byc 1
15 mi_setarcsegmentprop(1,'Zero',0,0);
16 mi_clearselected();

```

Listing 3.5. Fragment kodu dodający własności uzwojenia

```

1 %Dodanie pradow troj fazowych
2 mi_addcircprop('+A',I,1);
3 mi_addcircprop('+B',I*(-0.5+i*sqrt(3)/2),1);
4 mi_addcircprop('+C',I*(-0.5-i*sqrt(3)/2),1);
5 mi_addcircprop('-A',-I,1);
6 mi_addcircprop('-B',-I*(-0.5+i*sqrt(3)/2),1);
7 mi_addcircprop('-C',-I*(-0.5-i*sqrt(3)/2),1);

```

Jednak przypisanie tych własności na żlobki nie jest oczywiste. Najpierw należy skopiować żlobki komendą *mi_copyrotate20*; [1] a następnie dodać do nich prądy. W tym przypadku zostało to zrobione podwójną pętlą *for*. Pierwsza pętla służy do podzielenia stojana na 6p części (gdzie p to liczba par biegunków). Robi się tak, ponieważ jedna 'szóstka' złożona z *+A*, *-C*, *+B*, *-A*, *+C* i *-B* tworzy jeden biegum silnika. Następnie ustawia się zmienną *k* aby reprezentowała indeks pierwszego żlobka danej 'szóstki' (jej wartości to kolejno 0, 6, 12 itd.). Indeks *l* z drugiej pętli *for* przyjmuje z kolei indeksy pozostałych żlobków danej 'szóstki' (jeśli *k* wynosi 0, to *l* wynosi kolejno 1, 2, 3, 4 i 5. Jeśli *k* wynosi 6, to *l* wynosi kolejno 7, 8, 9, 10 i 11 itd.). Dzięki temu w łatwy sposób można wybrać etykiety odpowiadające każdej 'szóstce'.

Samo zaznaczanie żlobków jest kwestią trygonometrii. Kąt pomiędzy żlobkiem odniesienia (tutaj żlobek przy orientacji 90°) a wybieranym żlobkiem wynosi:

$$\alpha = 90 - 360 \frac{(k+l)}{Q_s} \quad (3.1)$$

Czyli współrzędne wybieranego żlobka to to cosinus i sinus tego kąta pomnozone przez promień okrędu na którym są położone te żlobki (tutaj $r+h_{s1}$):

$$x = (r+h_{s1}) \cos(\alpha) \quad (3.2)$$

$$y = (r+h_{s1}) \sin(\alpha) \quad (3.3)$$

Zostało to zaimplementowane poniższym kodem:

Listing 3.6. Kod służący do przypisania prądów do odpowiednich etykiet

```

1 %Przypisanie prądów do żlobków
2 for i=0:Qs/(6*p)
3     k=6*p*i;
4     for l=0:6*p
5         ang(l+1)=90-360*(k+l)/Qs;
6         xn(l+1)=center+(r+8*hs1)*cosd(ang(l+1));
7         yn(l+1)=center+(r+8*hs1)*sind(ang(l+1));
8         mi_selectlabel(xn(l+1),yn(l+1));
9         if l+1<=p
10            mi_setblockprop('Winding',1,1,'+A',0,0,z);
11        elseif l+1<=2*p
12            mi_setblockprop('Winding',1,1,'-C',0,0,z);
13        elseif l+1<=3*p
14            mi_setblockprop('Winding',1,1,'+B',0,0,z);
15        elseif l+1<=4*p
16            mi_setblockprop('Winding',1,1,'-A',0,0,z);
17        elseif l+1<=5*p
18            mi_setblockprop('Winding',1,1,'+C',0,0,z);
19        else
20            mi_setblockprop('Winding',1,1,'-B',0,0,z);
21        endif
22        mi_clearselected();
23    endfor
24 endfor

```

3.2 Obliczenia

Główym celem obliczeń jest rozwiązywanie równania macierzowego (2.37), aby wyznaczenie pozostałych parametrów było możliwe. Tak jak wcześniej wspomniano, analizę należy wykonać dla różnych wartości poślizgu. W tym przypadku analizę wykonano 10 razy, a wszystkie wspomniane w rozdziale drugim obliczenia zostały przeniesione do kodu Octave.

Listing 3.7. Fragment kodu przedstawiający analizę modelu

```

1 %Petla analizy
2 for i=1:10
3     %Analiza wykonana dla wszystkich wartości częstotliwości s*fs
4     mi_probdef(s(i)*fs,'meters','planar',1.e-8,le,30);
5     mi_analyze();
6     mi_loadsolution();
7     %Zdobycie własności fazy A
8     %Aprop(1) - Prąd fazy A
9     %Aprop(3) - Strumień skojarzony z fazą A

```

```

10 Aprop=mo_getcircuitproperties('+A');
11 %Wyznaczenie indukcyjnosci zastepczej
12 %2 razy bo uwzajenie idzie w dwie strony
13 Lr(i)=2*real(Aprop(3)/Aprop(1));
14 Li(i)=2*imag(Aprop(3)/Aprop(1));
15 endfor

```

Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie wszystkich pozostałych parametrów:

Listing 3.8. Kod wyznaczający parametry zastępcze

```

1 %Wyznaczenie parametrow zastepczych
2 %Macierz m z rownania macierzowego
3 m=[(s*2*pi*fs)',(Li.*((s*2*pi*fs).^2))'];
4 %Wektor b z rownania macierzowego
5 b=-Li';
6 %Wyznaczenie macierzy c z rownania macierzowego
7 c=(m'*m)\(m'*b);
8 %Parametr pomocniczy tau
9 tau=sqrt(c(2));
10 %Indukcyjnosc magnesujaca
11 Lm=c(1)/tau;
12 Xm=2*pi*fs*Lm;
13 %Rezystancja wirnika (odniesiona, bez poslizgu)
14 Rrp=Lm/tau;
15 %Indukcyjnosc stojana
16 Ls=mean(Lr-Lm./(1+(tau*s*2*pi*fs).^2));
17 Xs=2*pi*fs*Ls;
18 for i=1:1000
19 %Impedancja wejsciowa
20 Zwe(i)=Rs+j*Xs+(j*Xm*Rrp/s(i))/(j*Xm+Rrp/s(i));
21 %Rzeczywisty prad stojana
22 Is(i)=Usph/Zwe(i);
23 %Wartosc RMS rzeczywistego pradu
24 Isrms(i)=abs(Is(i));
25 %Wspolczynnik mocy
26 cosphi(i)=cos(angle(Is(i)));
27 %Napiecie na Rr'/s w schemacie zastepczym
28 Um(i)=Usph-Rs*Is(i)-j*Xs*Is(i);
29 %Prad schematu zastepczego
30 Irp(i)=Um(i)/(Rrp/s(i));
31 %Wartosc RMS pradu zastepczego
32 Irprms(i)=abs(Irp(i));
33 %Moment obrotowy wirnika
34 M(i)=(3*p*Rrp*(Irp(i)^2))/(s(i)*2*pi*fs);
35 endfor

```

Dodatkowo warto jest przedstawić prąd stojana, moment obrotowy wirnika oraz współczynnik mocy na wspólnym wykresie:

Listing 3.9. Kod tworzący wykres prądu, momentu i współczynnika mocy

```

1 figure();
2 %Stworzenie nowego podwykresu
3 subplot(3,1,1);
4 %Wykres pradu stojana RMS
5 plot(s,Isrms,'r');
6 xlabel('s [ - ]');
7 ylabel('I_s_R_M_S [ A ]');
8 hold on;
9 subplot(3,1,2);
10 %Charakterystyka mechaniczna

```

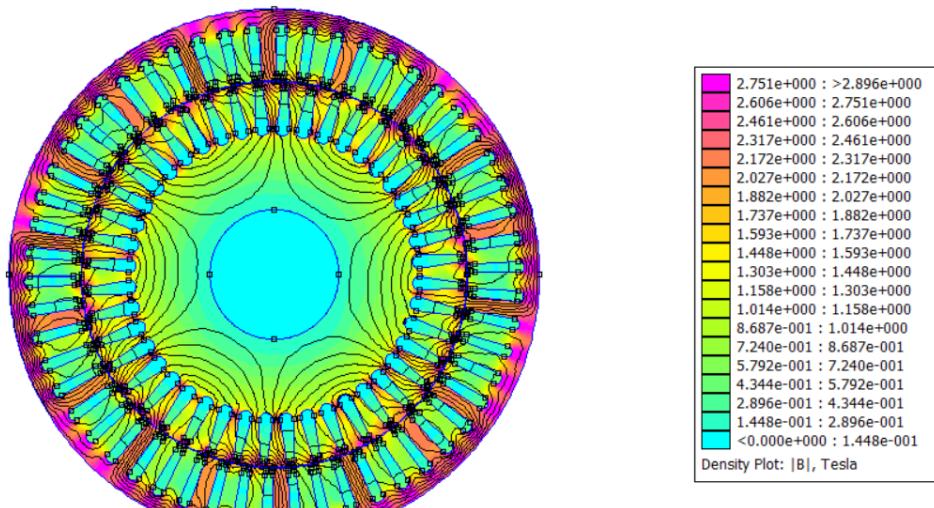
```

11 plot(s,M,'g');
12 xlabel('s [-]');
13 ylabel('M [Nm]');
14 subplot(3,1,3);
15 %Wykres współczynnika mocy
16 plot(s,cosphi,'b');
17 xlabel('s [-]');
18 ylabel('cos(\phi) [-]');

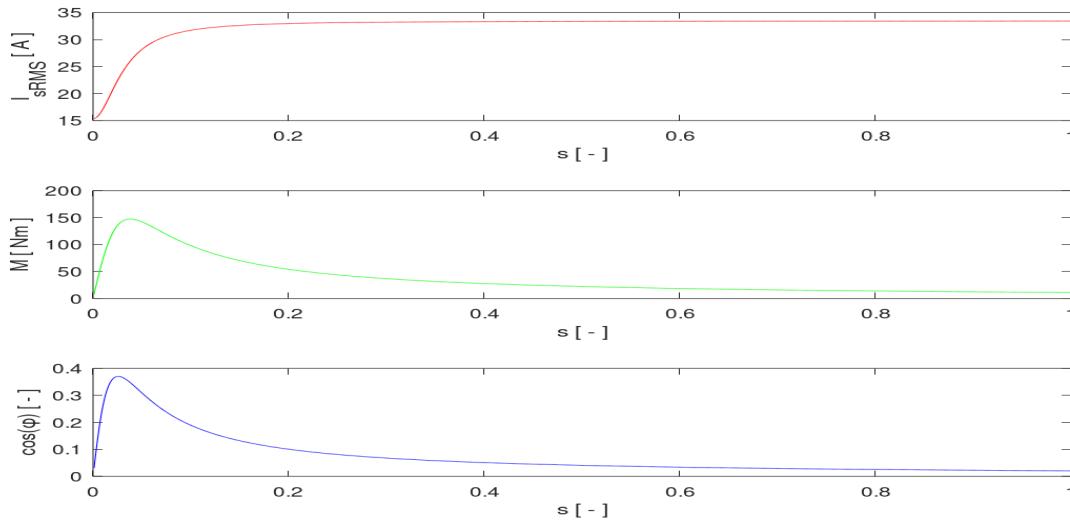
```

4 Wyniki analizy

Aby móc prawidłowo zanalizować obliczenia z programu FEMM, trzeba je przyrównać do wartości katalogowych silników o podobnych parametrach, oraz wykonać analizę dla kilku warunków zasilania czy struktury. Najpierw należy go zasilić przy warunkach użytych przy projektowaniu jako znamionowych, czyli dla prądu $I_n = 170$ A, napięcia $U_n = 985$ V oraz częstotliwości $f_s = 50$ Hz. Wyniki tej analizy przedstawiono poniżej:

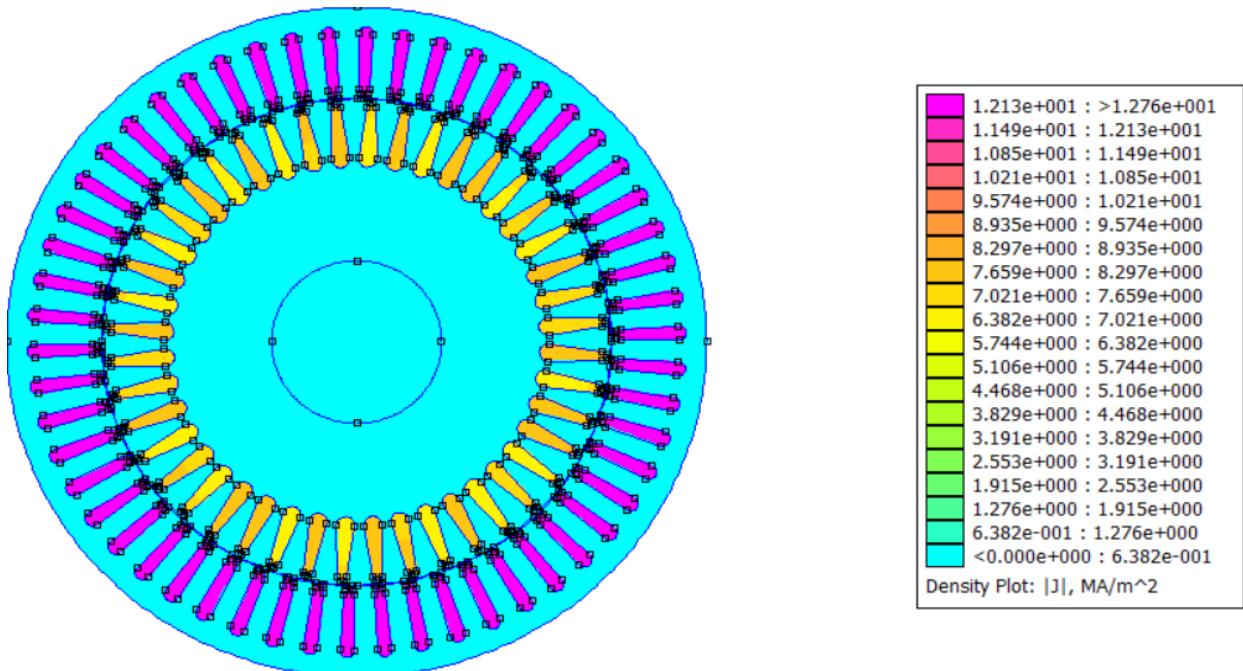


Rys. 4.1. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu znamionowym $I_n = 170$ A

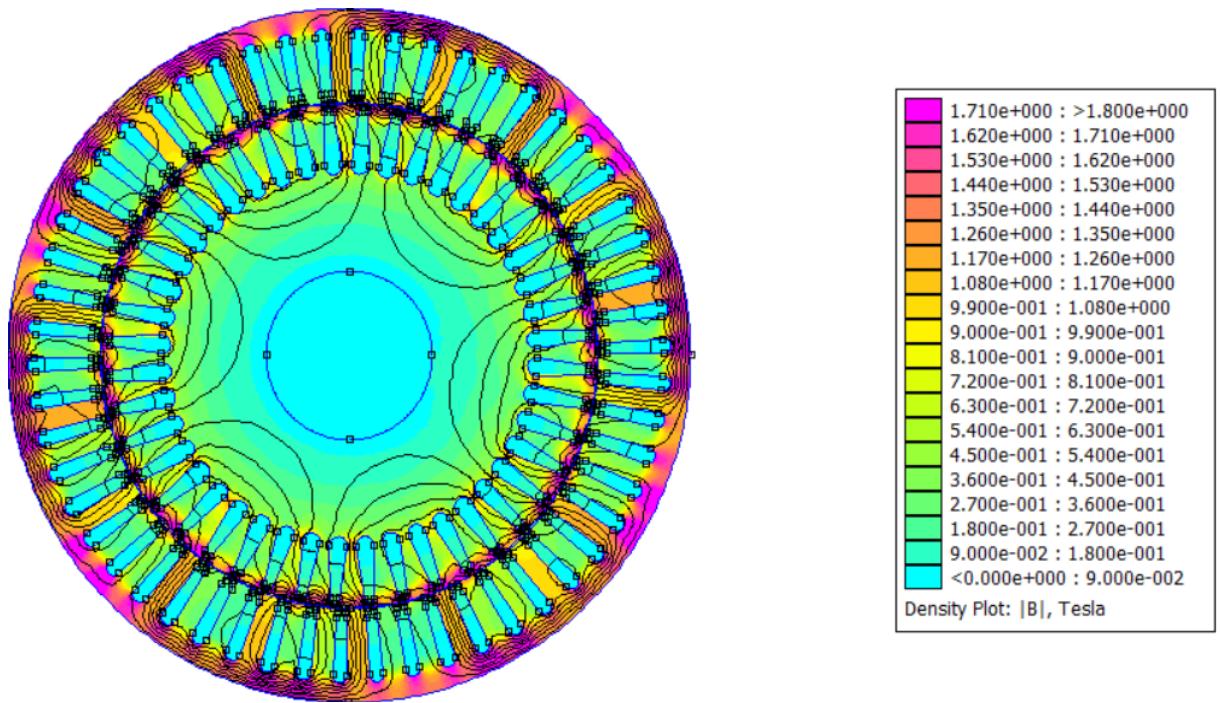


Rys. 4.2. Wykres prądu stojana, momentu obrotowego wirnika i współczynnika mocy dla zasilania $I_n = 170$ A

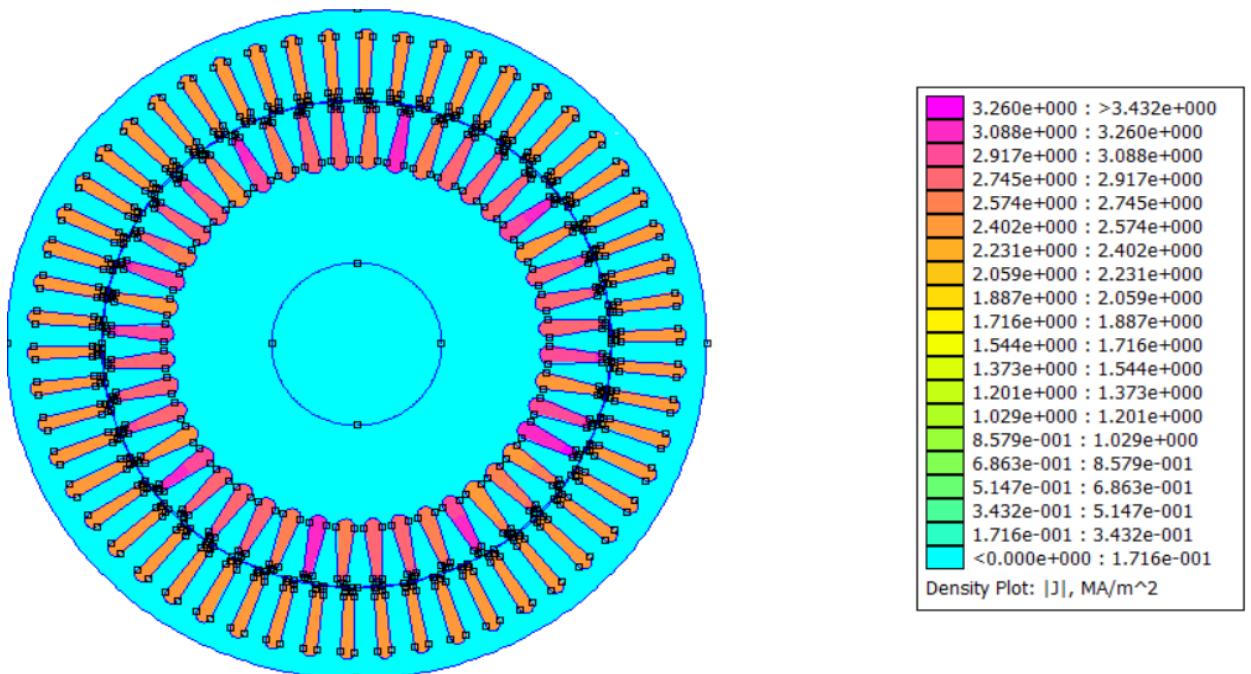
Rozkład pola magnetycznego wewnętrz silnika jest dosyć regularny. Kontury potencjału magnetycznego zamkają się w trzech parach biegunów. Są one trochę zniekształcone, ale jest to wpływ częstotliwości zasilania. Wartości indukcji są jednak zauważalnie wysokie. Indukcja w pobliżu 3 T jest zastanawiająca. Ona, jak i niska wartość współczynnika mocy, wskazują na bezpośrednią wadę tego podejścia. Parametry, które zostały uznane za znamionowe w czasie projektowania, odpowiadają tylko bardzo specyficznych strukturom silnika. Te struktury odnoszą się do realistycznych silników przedstawionych w katalogach, a te są ukryte przed klientami ze względu na własność intelektualną projektantów. Nie wiadome jest, jakie zostały wykonane poprawy dla uproszczonego modelu, ani nawet jakie są kształty żlobków ich uzwojeń lub klatki. Ten model silnika najprawdopodobniej nie jest w stanie wytworzyć wymaganych 90 kW mocy przy jakimkolwiek zasilaniu, a 170 A nie jest znamionowym prądem zasilania (co widać z resztą patrząc na rozkład gęstości prądu przedstawiony poniżej). Jednak istnieje sposób, aby przybliżyć się do prawdziwej wartości znamionowej prądu. Jednym z końcowych wyników obliczeń jest prąd stojana I_{SRMS} [2]. Ten prąd, wyznaczony dla zasilania „znamionowego” 170 A przy rozruchu (który tutaj akurat wyniósł 33 A) powinien być bardziej zbliżony do prądu którym powinno być zasilone uzwojenie. Użycie go przy ponownej analizie nie tylko zmniejszy wartości indukcji, ale też gęstości prądu.



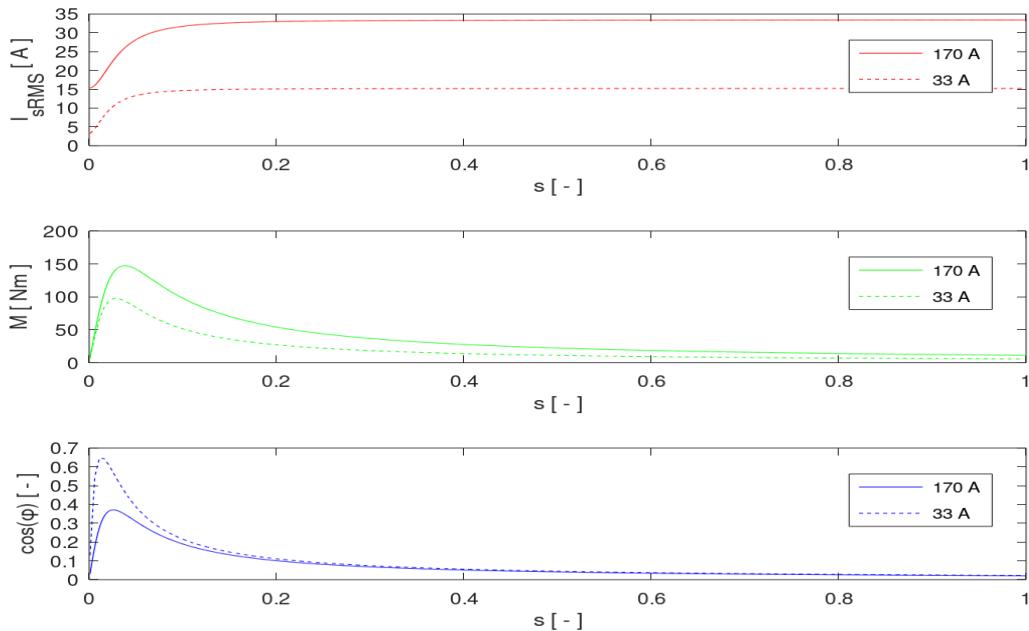
Rys. 4.3. Rozkład gęstości prądu w uswojeniach przy $I_n = 170$ A (przesycenie uzwojeń)



Rys. 4.4. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu $U = U_n$ i prądzie $I = 33$ A



Rys. 4.5. Rozkład gęstości prądu w uswojeniach przy $I_n = 33$ A (nasycenie uzwojeń)



Rys. 4.6. Wykresy porównawcze prądu, momentu i współczynnika mocy dla $I = 170 \text{ A}$ oraz $I = 33 \text{ A}$

Wpływ zmniejszenia napięcia jest natychmiastowo zauważalny. Co prawda spadły wartości momentu obrotowego, ale za to indukcja magnetyczna w silniku zmalała poniżej 2 T, a współczynnik mocy wzrósł do 0.65. Rozkład gęstości prądu potwierdza, że uzwojenie nie jest już przesycone. Potwierdza to przewidywania na temat prawidłowego poziomu prądu uzwojenia. Dla zasilania $I = 33 \text{ A}$ moment krytyczny znamionowy wynosi $M_{bn} \approx 98 \text{ Nm}$ dla poślizgu $s_{bn} \approx 0.028$. Przeciążalność typowych silników to $p_i = 2$, czyli moment znamionowy mógł wynieść $M_n \approx 49 \text{ Nm}$ co nastąpiło dla poślizgu $s \approx 0.0078$. Prędkość synchroniczna to $n_{sn} = 1000 \text{ obr/min}$, co oznacza, że prędkość znamionowa tego według wzoru:

$$n_n = n_{sn}(1 - s_n) \quad (4.1)$$

Wynosi $n_n \approx 992 \text{ obr/min}$. Współczynnik mocy dla tego poślizgu wynosi $\cos(\phi) \approx 0.58$. Uzyskany moment jest bardzo niski dla takiego typu silnika, ale to jest skutek wykorzystania bardzo uproszczonego modelu silnika.

Następne analizy zostały wykonane dla dwóch obniżonych napięć: $U = 0.9U_n = 887 \text{ V}$ oraz $U = 0.8U_n = 788 \text{ V}$, dwóch obniżonych częstotliwości $f = 0.9f_s = 45 \text{ Hz}$ oraz $f = 0.8f_s = 40 \text{ Hz}$, a na koniec dla dwóch różnych ilości żlobków w wirniku $Q_r = 64$ oraz $Q_r = 68$. Zostało to zrobione, bo można w łatwy sposób potwierdzić wpływ zmiany napięcia i częstotliwości na wartości krytyczne, a zmiana ilości żlobków pokaże wpływ ich ilości na analizę (w czasie projektowania modelu ideowego ilość żlobków wirnika zależała od ilości żlobków stojana, ale możliwe było wybranie odpowiadającej ilości). Wpływ zmian napięcia i częstotliwości wynika ze sposobu obliczania wartości krytycznych w zależności od wielkości krytycznych znamionowych. Dla silnika klatkowego są one określone następująco [3]:

$$\frac{s_b}{s_{bn}} = \frac{f_s}{f} \quad (4.13)$$

$$\frac{M_b}{M_{bn}} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f_s}{f} \right)^2 \quad (4.14)$$

Zmiany napięcia nie wpływają na poślizg krytyczny, a dla momentu krytycznego spodziewamy się następujących zmian:

$$\frac{M_b}{M_{bn}} = \left(\frac{0.9 U_n}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f_s}{f_s} \right)^2 \approx 0.81 \quad (4.15)$$

$$\frac{M_b}{M_{bn}} = \left(\frac{0.8 U_n}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f_s}{f_s} \right)^2 \approx 0.64 \quad (4.16)$$

Czyli momenty krytyczne powinny spaść do $M_b = 98 * 0.81 \approx 79$ Nm oraz $M_b = 98 * 0.64 \approx 63$ Nm. Z kolej zmiana częstotliwości wpływa na oba parametry:

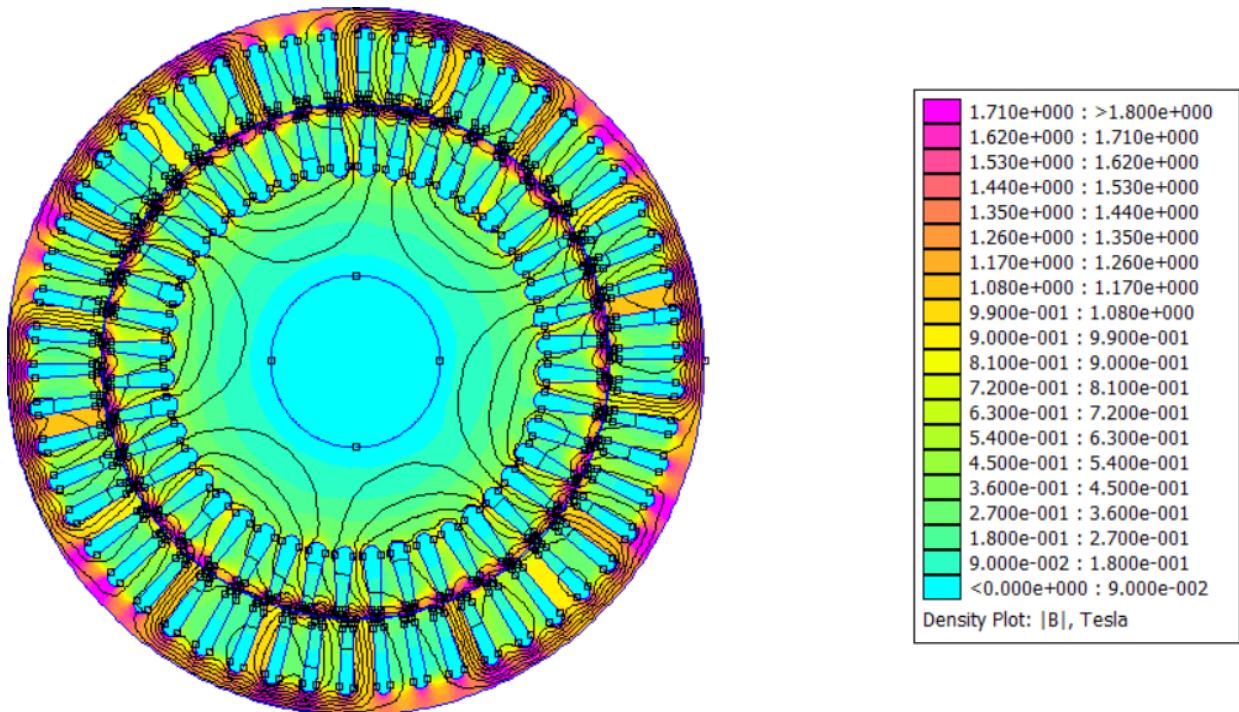
$$\frac{M_b}{M_{bn}} = \left(\frac{U_n}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f_s}{0.9 f_s} \right)^2 \approx 1.23 \quad (4.17)$$

$$\frac{M_b}{M_{bn}} = \left(\frac{U_n}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f_s}{0.8 f_s} \right)^2 \approx 1.56 \quad (4.18)$$

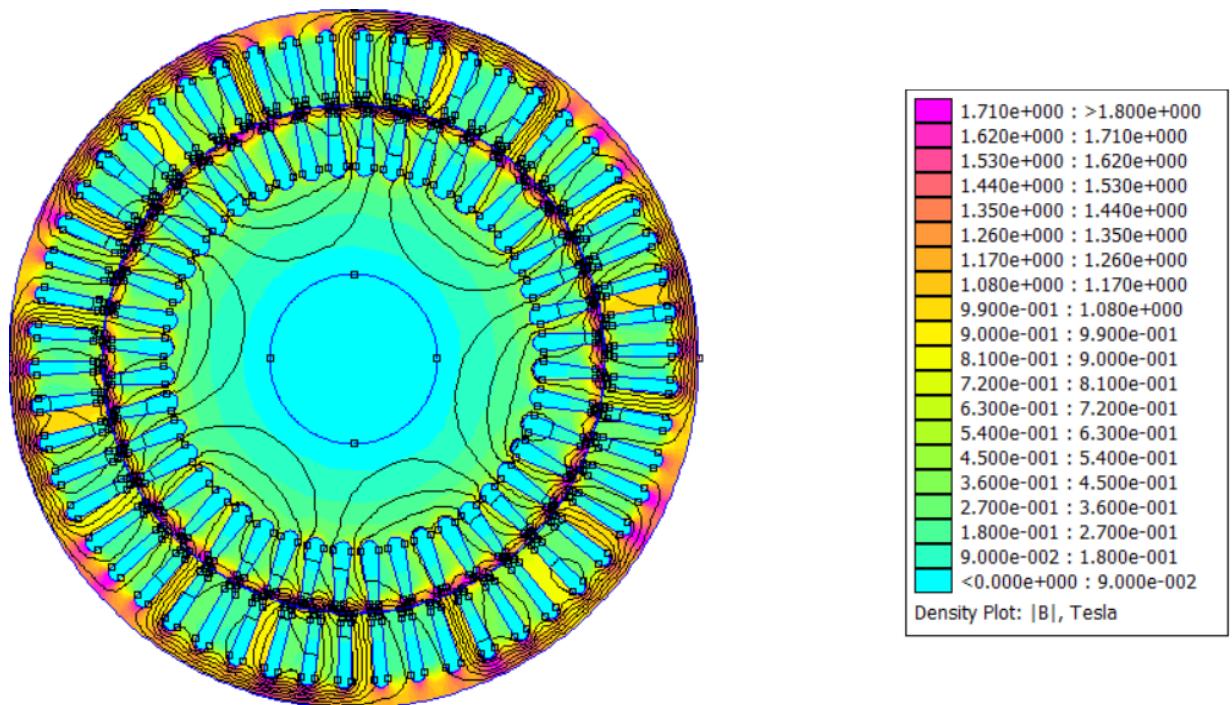
$$\frac{s_b}{s_{bn}} = \frac{f_s}{0.9 f_s} \approx 1.11 \quad (4.19)$$

$$\frac{s_b}{s_{bn}} = \frac{f_s}{0.8 f_s} \approx 1.25 \quad (4.20)$$

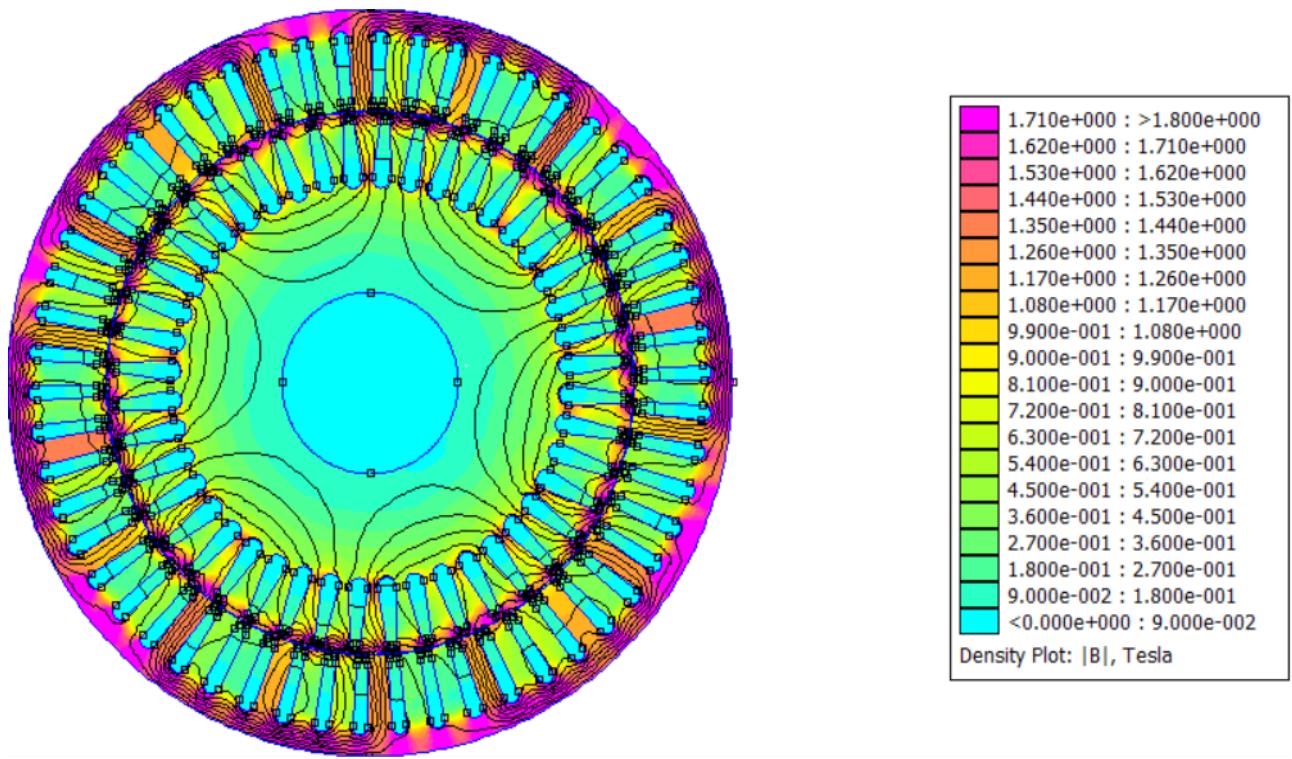
Czyli można się spodziewać, że dla $f = 0.9 f_s$ wyniosą $M_b = 98 * 1.23 \approx 121$ Nm i $s_b = 0.028 * 1.11 \approx 0.031$ a dla $f = 0.8 f_s$ wyniosą $M_b = 98 * 1.56 \approx 153$ Nm oraz $s_b = 0.028 * 1.25 \approx 0.035$. Poniżej przedstawione zostały wyniki tych analiz:



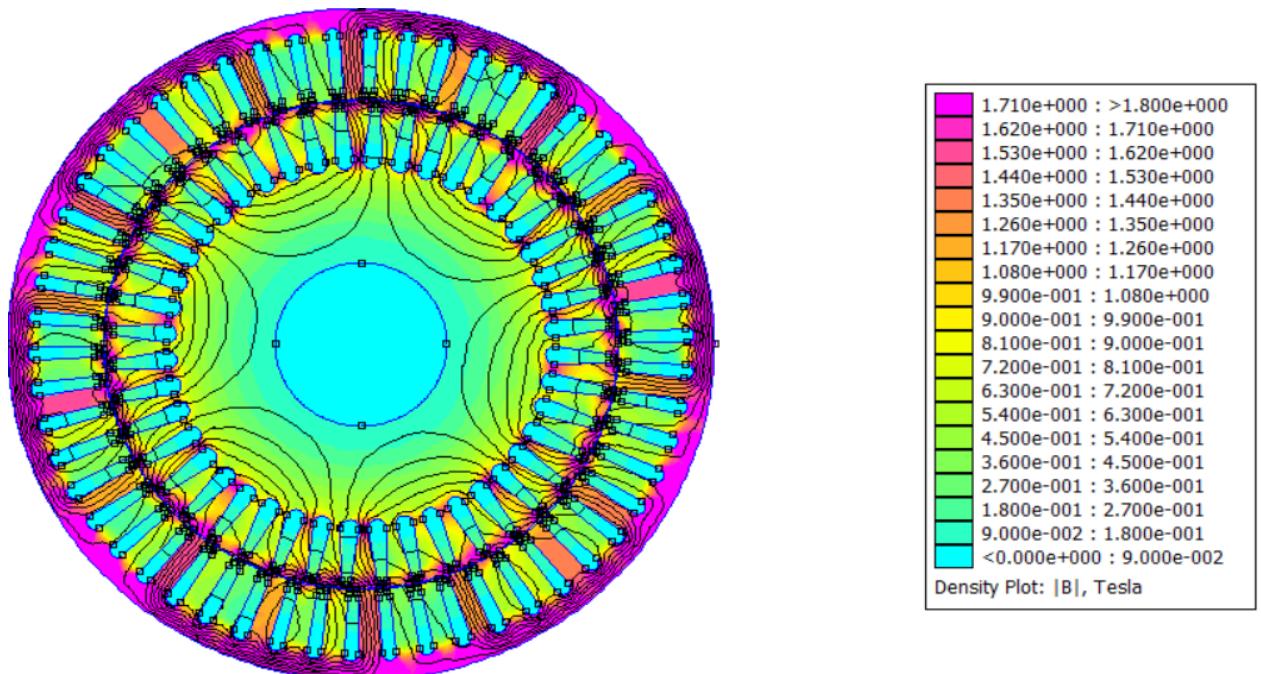
Rys. 4.7. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu $U = 0.9U_n$ oraz $I = 33$ A



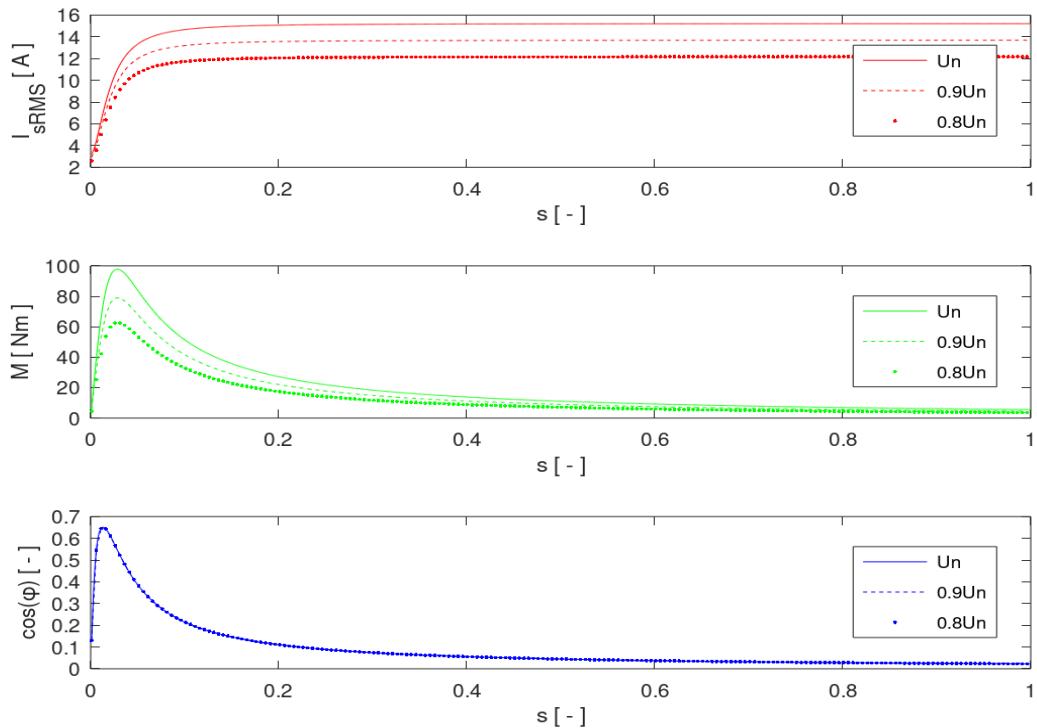
Rys. 4.8. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu $U = 0.8U_n$ oraz $I = 33$ A



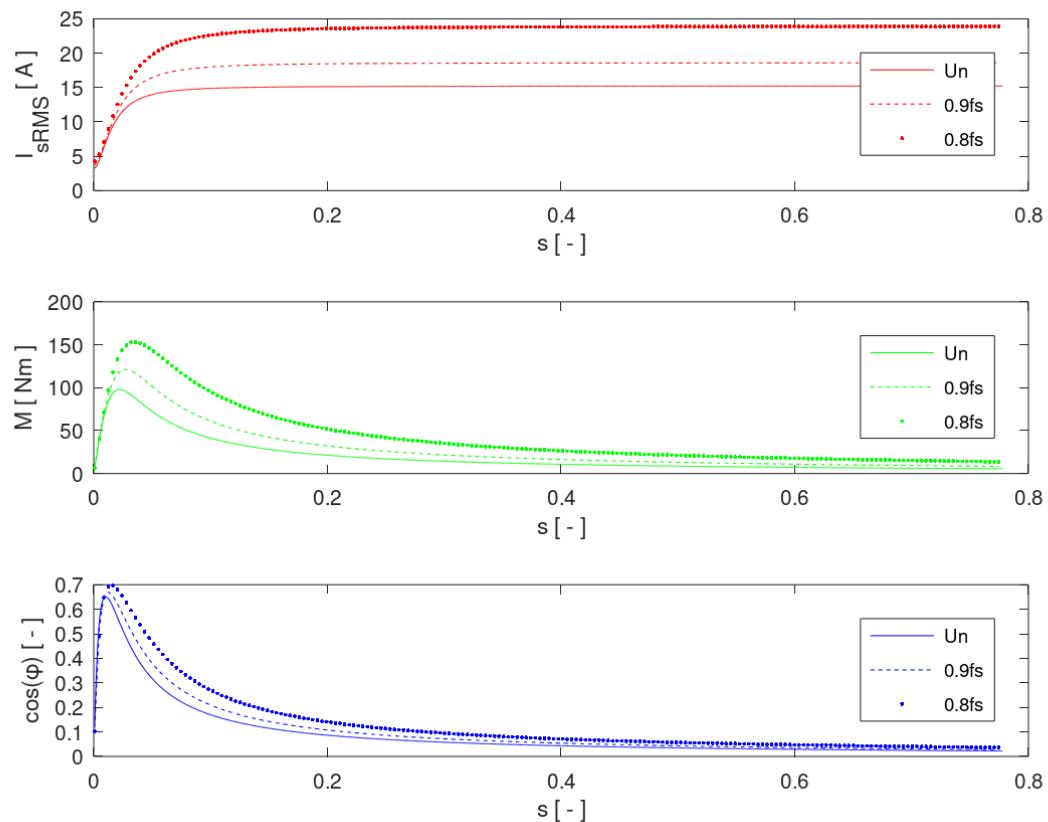
Rys. 4.7. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu $f = 0.9f_s$ oraz $I = 33$ A



Rys. 4.8. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zasilaniu $f = 0.8f_s$ oraz $I = 33$ A



Rys. 4.9. Wykresy porównawcze prądu, momentu obrotowego wirnika i współczynnika mocy dla zmian napięcia



Rys. 4.10. Wykres prądu, momentu obrotowego wirnika i współczynnika mocy dla zmian częstotliwości

Potwierdziły się wcześniejsze przewidywania na temat zmian momentu obrotowego. Dla napięcia pomniejszonego o 10% moment krytyczny wyniósł 79 Nm, a dla 20% wyniósł 64 Nm. Przy zmianie częstotliwości o 10% moment krytyczny wzrósł do 120 Nm przy poślizgu 0.031 a dla 20% wyniósł 155 Nm dla poślizgu 0.044. Dodatkowo przy spadku częstotliwości zauważalnie wzrósł współczynnik mocy. Inne ważniejsze parametry dla tych zmian można przedstawić w osobnej tabeli dla trzech poślizgów: znamionowego, krytycznego (dla aktualnego ustawienia) oraz rozruchowego.

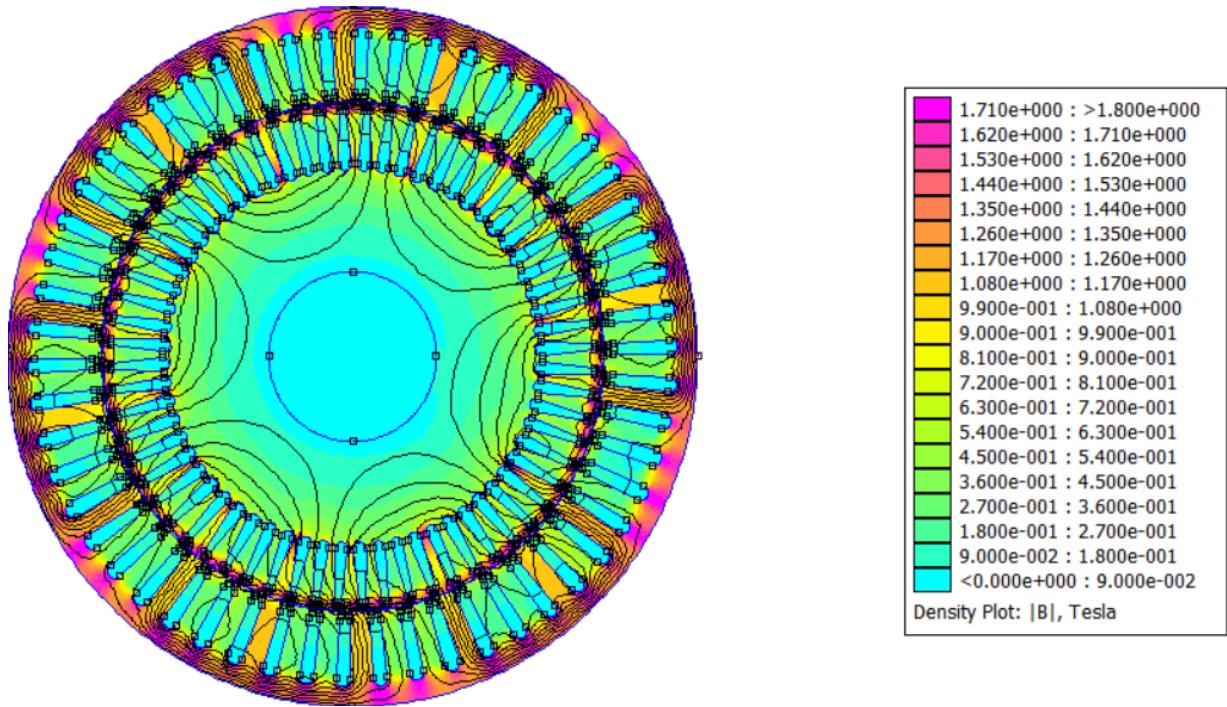
Tab. 4.1. Zestawienie wyników analizy dla zmian napięcia

	$U = U_n$			$U = 0.9U_n$			$U = 0.8U_n$		
s [-]	0.0078	0.028	1	0.0078	0.028	1	0.0078	0.028	1
M [Nm]	48.97	97.80	5.54	37.65	79.11	4.96	28.62	63.89	3.61
I_{sRMS} [A]	4.81	10.93	15.22	4.44	9.84	13.70	3.91	8.75	12.17
$\cos(\varphi)$ [-]	0.58	0.55	0.02	0.58	0.55	0.02	0.58	0.55	0.02
P_{Fe} [W]	4727.9	9954.8	0.00	3829.6	8063.4	0.00	3025.9	6371.1	0.00
P_d [W]	33.33	286.76	581.13	27.00	232.28	470.72	21.33	183.53	371.92
η [%]	5.29	11.38	0.65	4.29	9.22	0.52	3.39	7.28	0.41

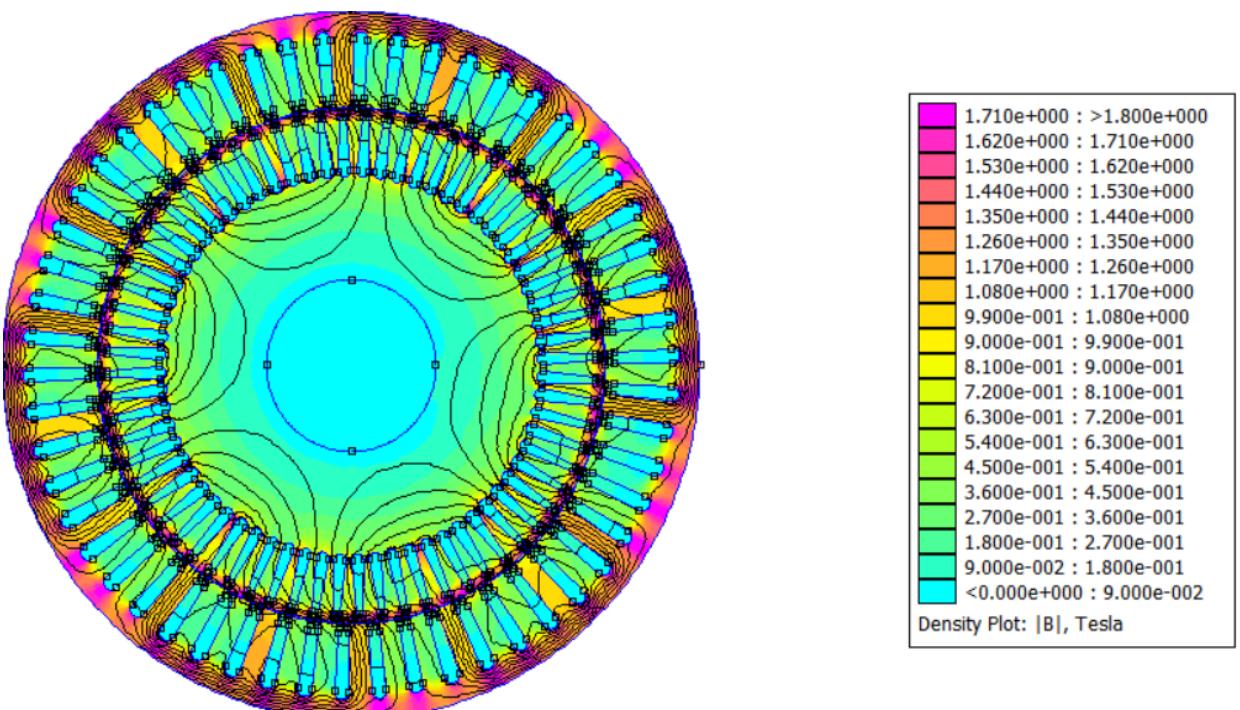
Tab. 4.2. Zestawienie wyników analizy dla zmian częstotliwości

	$f = f_s$			$f = 0.9f_s$			$f = 0.8f_s$		
s [-]	0.0078	0.028	1	0.0078	0.031	1	0.0078	0.044	1
M [Nm]	48.97	97.80	5.54	54.39	120.87	8.42	76.44	155.11	13.70
I_{sRMS} [A]	4.81	10.93	15.22	5.14	12.02	18.61	5.59	13.18	23.90
$\cos(\varphi)$ [-]	0.58	0.55	0.02	0.56	0.61	0.03	0.54	0.67	0.04
P_{Fe} [W]	4727.9	9954.8	0.00	6316.0	15678	253.02	6550.6	18979	428.60
P_d [W]	33.33	286.76	581.13	34.58	349.04	885.57	35.86	422.54	1500.1
η [%]	5.29	11.38	0.65	7.06	17.81	1.27	7.32	21.56	2.14

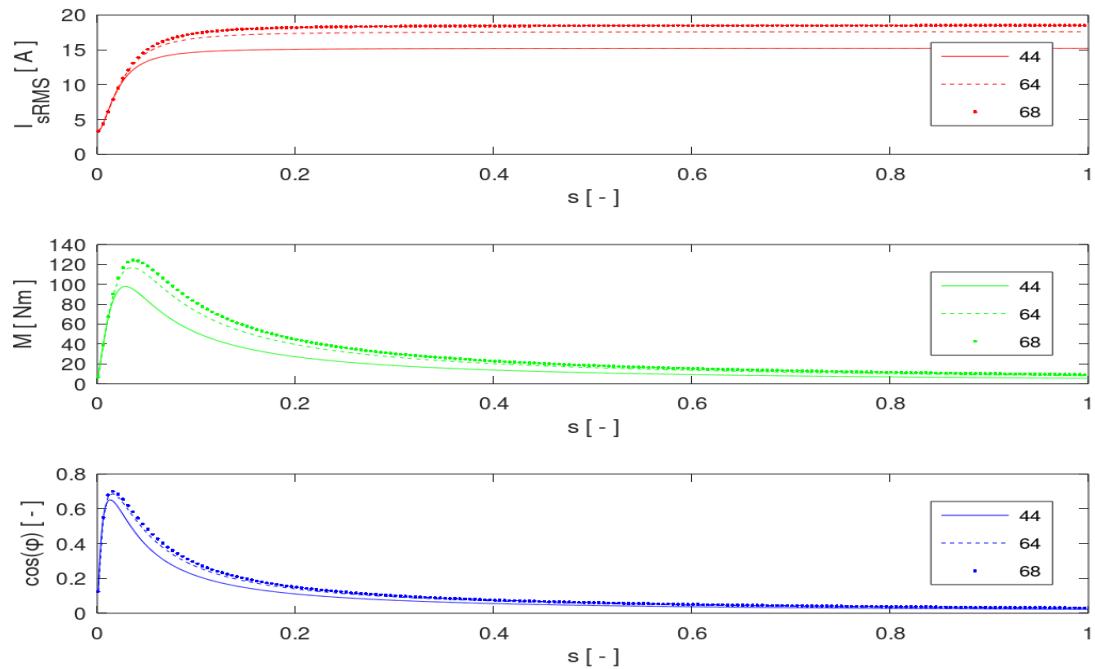
Niska sprawność wynika tylko z założenia, że mocą znamionową tego silnika jest 90 kW, co w tym modelu jest nieosiągalne. Gdyby przyjąć bardziej realistyczną moc znamionową, na przykład 22 kW, to sprawność dochodzi nawet do 88%. Ostatnie dwie analizy posłużyły do sprawdzenia wpływu ilości żlobków stojana na rozpływ pola i charakterystyki. Nie da się zbytnio przewidzieć, jakie będą skutki tej czynności, ponieważ obliczenia użyte w rozdziale drugim są przeznaczone do bardzo generalnych przypadków i nie zależą od struktury badanego silnika. Poniżej przedstawiono wyniki analizy dla zmienionej liczby żlobków wirnika:



Rys. 4.11. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zmienionej liczbie żlobków wirnika $Q_r = 64$



Rys. 4.12. Rozkład pola wewnętrz silnika przy zmienionej liczbie żlobków wirnika $Q_r = 6$



Rys. 4.13. Wykres prądu stojana, momentu obrotowego wirnika i współczynnika mocy dla zmienionej liczby żlobków

Tab. 4.3. Zestawienie wyników analizy dla zmian ilości żlobków

	$Q_r = 44$			$Q_r = 64$			$Q_r = 68$		
s [-]	0.0078	0.028	1	0.0078	0.035	1	0.0078	0.037	1
M [Nm]	48.97	97.80	5.54	45.24	116.98	8.13	45.18	124.29	9.23
I_{sRMS} [A]	4.81	10.93	15.22	4.71	12.69	17.59	4.68	13.26	18.50
$\cos(\phi)$ [-]	0.58	0.55	0.02	0.58	0.56	0.02	0.59	0.57	0.03
P_{Fe} [W]	4727.9	9954.8	0.00	4704.0	11820	0.00	4697.8	12534	0.00
P_d [W]	33.33	286.76	581.13	33.16	428.74	851.43	33.11	481.59	967.08
η [%]	5.29	11.38	0.65	7.05	18.22	1.26	7.31	23.54	2.14

Wyniki tych analiz są bardzo znaczące: zwiększoną liczbą żlobków wirnika pozwoliła zwiększyć wartość momentu krytycznego do $M_b \approx 117$ Nm oraz $M_b \approx 124$ Nm. Przy tym nastąpił jednoczesny wzrost mocy mechanicznej silnika, który podniósł sprawność badanego silnika do 23%. Oznacza to, że w przypadku tego specyficznego modelu silnika powiększenie ilości żlobków wirnika jest bardzo korzystną zmianą.

5 Wnioski

Oprogramowanie Octave i FEMM pozwoliły na przeprowadzenie dokładnej analizy skomplikowanego modelu silnika klatkowego, którego parametry byłyby praktycznie niemożliwe do obliczenia inną metodą. Końcowym wynikiem projektu jest pełna analiza owego modelu oraz zbadanie wpływu zmienionych warunków początkowych na jego działanie. Model zachował się w sposób przewidywalny i łatwy do kontroli. Nawet wartości krytyczne, których zmienność dało się przewidzieć analitycznie, zmieniły się w sposób bardzo podobny do wspomnianych obliczeń. Dodatkowo symulacja pozwoliła na odkrycie wpływu parametrów, których nie dało się przewidzieć za pomocą konwencjonalnych metod.

6 Literatura

- [1] **David Meeker:** Finite Element Method Magnetics: User's Manual [online]. 2006, Version 1.2 [dostęp: 16 października 2010]. Dostępny w Internecie: <<http://www.femm.info/Archives/doc/octavefemm.pdf>>
- [2] **Łukaniszyn M., Jagieła M., Garbiec T.:** "Zbiór zadań z maszyn elektrycznych", Komitet Redakcyjny Wydawnictw Politechniki Opolskiej, Wyd. 6.8, 2012, pp. 88-99.
- [3] **Goźlińska E.:** "Maszyny Elektryczne", Komitet Redakcyjny Wydawnictw Szkolnych i Pedagogicznych, Wyd. 9, 2007, pp. 132-137, 145-148.