Symulacje komputerowe, WMat 2023

Lista 1: Liczby pseudolosowe i ich elementarne zastosowania

1. **Generatory LCG liczb pseudolosowych** Napisz program generujący liczby pseudolosowe używając algorytmu **Minimal Standard LCG**. Sprawdź, że liczby z wygenerowanego ciągu próbkowane z odpowiednio dużym odstępem, mając cechy ciągu iid zmiennych losowych o rozkładzie jednostajnym.

2. **Ciągi kwazilosowe** Napisz własny algorytm generujący liczby kwazilosowe z ciągu **van der Corputa**. Ciąg van der Corputa dla bazy b obliczamy nastepująco: dla każdej z liczb $\{0, 1, 2, \ldots, n\}$ przedstawiamy ją w bazie b, następnie odwracamy jej cyfry i dopisujemy z przodu 0.. Np. z liczby 42_{10} otrzymujemy $0.24_{10} = 24/100$, dla liczby $1011_2 = 11_{10}$ otrzymujemy $0.1101_2 = 13/16$. Powtórz dla tego ciągu analizę z zad. 1.

3. **Szacowanie liczby** π Oszacuj liczbę π, korzystając z faktu, że jeżeli wybierzemy punkt (x, y) z kwadratu jednostkowego $[0, 1] \times [0, 1]$, to mamy szansę $\pi/4$, że będzie w odległości mniejszej niż 1 od punktu $(0, 0)$. Sprawdź, jak dobre jest to oszacowanie dla n punktów wygenerowanych przy użyciu:

- liczb pseudolosowych z minimal standard LCG,
- liczb kwazilosowych z **ciągu Haltona**, tj. pary ciągów van der Corputa o bazach względnie pierwszych,
- liczb wybieranych równomiernie z kwadratu, tj. o kolejnych współrzędnych różniących się $1/\sqrt{n}$.

Jaki rozkład mają błędy w oszacowaniu $\hat{\pi}_n - \pi$ dla dużych n?

4. **Igła Buffona** Przeprowadź symulację eksperymentu **igły Buffona**, polegającego na rzucaniu z dużej wysokości igły długości l na podłogę i zliczaniu, jak często przetnie ona brzegi poziomych pasów o szerokości 1.

- Z jakiego rozkładu należy losować leżące na ziemi igły? Zasymuluj pojedynczy rzut.
- Wiedząc, że prawdopodobieństwo przecięcia brzegu pasa wynosi $2l/\pi$ dla $l < 1$ (dlaczego tyle?) zaimplementuj alternatywny algorytm szacowania liczby π.