Metoda gradientu prostego

Opis algorytmu poszukującego rozwiązania optymalnego:

1. Określenie parametrów startowych (pierwszego przybliżenia ciągu sterowań $u_n^{(1)}$, stanu początkowego x_0, dokładności ε, maksymalnej liczby iteracji K) oraz funkcji kosztu $L_n(x_n, u_n)$, gdzie $n = 0, 1, \dots, N-1$. Inicjalizacja parametru $c = 0$.
2. Wyznaczenie wartości stanu x_n na podstawie równania stanu $x_{n+1} = f(x_n, u_n)$, gdzie $n = 0, 1, \dots, N-1$, oraz wartości wskaźnika jakości J na podstawie równania
$$J = \sum_{n=0}^{N-1} \{L_n(x_n, u_n)\}$$
3. Określenie **postaci Hamiltonianu $\boldsymbol{H_n}$** na podstawie równania $H_n(x_n, u_n, p_{n+1}) = L_n(x_n, u_n) + p_{n+1} f_n(x_n, u_n)$, gdzie $n = 0, 1, \dots, N-1$. Przyjmuje się, że $p_N = 0$
4. Wyznaczenie wartości mnożników Lagrange'a p_n na podstawie równania
$$p_n = \frac{\partial H_n}{\partial x_n}$$
gdzie $n = N-1, N-2, \dots, 0$.
5. Wyznaczenie wartości b_n (gradient funkcjonału zredukowany do przestrzeni sterowań) na podstawie równania
$$b_n = \frac{\partial H_n}{\partial u_n}$$
gdzie $n = 0, 1, \dots, N-1$.
6. Wyznaczenie normy gradientu zredukowanego $||b_n||$:
$$\|b_n\| = \left(\sum_{n=0}^{N-1} b_n^T\, b_n\right)^{1/2}$$
7. Porównanie otrzymanej wartości $||b_n||$ z dokładnością ε.
8. Porównanie aktualnej liczby iteracji z maksymalną liczbą iteracji K.
9. Jeżeli nie została osiągnięta dokładność ε ani liczba iteracji K: wyznaczenie optymalnej wartości parametru t modyfikującego ciąg sterowań na podstawie równania:
$$\min \mathrm{J(t)} = \min \sum_{n=0}^{N-1} L_n(x_n^{(i+1)}(t), u_n^{(i+1)}(\mathrm{t}))$$

   gdzie minimalizacja następuje po parametrze t. Zmodyfikowany ciąg sterowań i wartości stanu wyznacza się na podstawie równań:
$$u_n^{(i+1)} = u_n^{(i)} - t \cdot b_n^{(i)}$$

   oraz:
$$x_{n+1}^{(i+1)} = f_n(x_n^{(i+1)}, u_n^{(i+1)})$$
10. Modyfikacja ciągu sterowań na podstawie równania:
$$u_n^{(i+1)} = u_n^{(i)} - t_{opt} \cdot b_n^{(i)}$$
gdzie parametr t_{opt} uzyskano w punkcie 9.
11. Inkrementacja liczby iteracji. Powrót do punktu 2.

Metoda gradientu sprzężonego j.w. ale z modyfikacją:

9. Jeżeli nie została osiągnięta dokładność ε ani liczba iteracji K: wyznaczenie wektora kierunków sprzężonych d określających kierunek poprawy. $d_n^{(i)} = \begin{cases} -b_n, \ dla\ i = 1 \\ -b_n^{(i)} + c^{(i)} d_n^{(i-1)}, \ dla\ i > 1 \end{cases}$

gdzie $c^{(i)}$ zgodnie z wariantem Fletchera-Reevesa wynosi $c^{(i)} = \dfrac{\left\|\left(b_n^{(i)}\right)\right\|^2}{\left\|\left(b_n^{(i-1)}\right)\right\|^2}$

a sterowanie modyfikowane jest na podstawie równania:
$$u_n^{(i+1)} = u_n^{(i)} - t \cdot d_n^{(i)}$$