Symulacje Komputerowe

Raport: **1**

Temat sprawozdania .... **Coś kreatywnego** ....

Nazwisko i Imię prowadzącego kurs .... **dr Michał Balcerek** ....

Wykonawca:	
Imię i Nazwisko, nr indeksu	Kacper Budnik, 262286 Szymon Malec, 262276
Wydział	Wydział matematyki, W13
Termin zajęć:	Wtorek, 15^{15}
Numer grupy ćwiczeniowej	T00-70d
Data oddanie sprawozdania:	24 kwietnia 2022
Ocena końcowa	

Adnotacje dotyczące wymaganych poprawek oraz daty otrzymania poprawionego sprawozdania

1. Wstęp - Koniec

2. Liniowy generator kongruentny - Kiedyś

3. Metoda odwrotnej dystrybuanty - Malec

3.1. Opis

Metoda ta polega na generowaniu zmiennej losowej X generując zmienną U z rozkładu jednostajnego oraz nakładając na nią funkcję odwrotną dystrybuanty.

Algorytm dla rozkładów dyskretnych

Załóżmy, że rozkład X ma postać $\mathrm{P}(X = x_i) = p_\mathrm{i},\ i = 1, 2, \ldots$.

1. Generuj $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
2. Wyznacz $j \in \mathbb{N}$ takie, że $\sum_{i=1}^{j-1} p_i < U \leq \sum_{i=1}^{j} p_i$.
3. Zwróć $X = x_i$.

Algorytm dla rozkładów ciągłych

Załóżmy, że X ma dystrybuantę $F(x)$.

a) Jeśli dystrybuanta jest ściśle rosnąca:
   1. Generuj $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
   2. Zwróć $X = F_X^{-1}(U)$.

b) Jeśli dystrybuanta nie jest ściśle rosnąca:
   1. Generuj $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
   2. Zwróć $X = \tilde{F}_X^{-1}(U)$, gdzie $\tilde{F}_X^{-1}(y) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F_X(x) \geq y\}$.

3.2. Przykłady

Dyskretny - chuj

Ciągły - rozkład Cauchy'ego

Chcemy wygenerować $X \sim C(\mu, \sigma)$. Dystrybuanta rozkładu Cauchy'ego ma postać

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) + \frac{1}{2}.$$

Za pomocą elementarnych przekształceń jesteśmy w stanie otrzymać funkcję odwrotną

$$F^{-1}(y) =$$

Zatem algorytm generowania $X \sim C(\mu, \sigma)$ będzie wyglądał następująco:

1. Generuj $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
2. Zwróć $X =$.

4. Metoda akceptacji i odrzucenia[1] - Budnik

4.1. Opis

Metoda akceptacji i odrzucenia służy do generowania zmiennej losowej **X** przy użyciu innych zmiennych. By móc wykorzystać tą metodę muszą być spełnione:

— Potrafimy efektywnie generować inną zmienną losową **Y**
— Zmienne **X** oraz **Y** muszą być skupione na tym samym zbiorze
— Potrafimy wyznaczyć stałą c taką że $\dfrac{\mathbb{P}(X=i)}{\mathbb{P}(Y=i)} \leqslant c$ dla każdego i

Jeśli są spełnione powyższe założenia możemy użyć poniższego algorytmu do generowania zmiennej **X**.

Algorytm

1. Generuj jedną realizację **Y**
2. Generuj U~U(0,1), **U** $\perp\!\!\!\perp$ **Y**
3. Jeśli **U** $\leqslant \frac{p_{\mathbf{Y}}}{cq_{\mathbf{Y}}}$ zwróć **X=Y**, w przeciwnym wróć do 1.

Prawdopodobieństwo że zmienna zostanie zaakceptowana wynosi

$$\mathbb{P}(\text{'wartość zaakceptowana'}) = \frac{1}{c}$$

zatem by algorytm był wydajny stała c powinna być jak najmniejsza. Średnia liczba powtórzeń algorytmu wynosi c. **To było dyskretne, jeszcze potrzebne ciągłe**

4.2. Przykład

5. Metoda splotowa - Malec

6. Metoda kompozycji - Malec

7. Metoda Boxa-Mullera - Budnik

8. Metoda biegunowa - Budink

9. Zakończenie - Początek

Bibliografia

[1] https://youtu.be/NFmbgbyj5M0?t=1323