

# Symulacje Komputerowe

Raport: 1

Temat sprawozdania ..... **Coś kreatywnego** .....  
Nazwisko i Imię prowadzącego kurs ..... **dr Michał Balcerek** .....

Wykonawca:	
Imię i Nazwisko, nr indeksu	Kacper Budnik, 262286 Szymon Malec, 262276
Wydział	Wydział matematyki, W13
Termin zajęć:	Wtorek, 15 <sup>15</sup>
Numer grupy ćwiczeniowej	T00-70d
Data oddanie sprawozdania:	24 kwietnia 2022
<b>Ocena końcowa</b>	

**Adnotacje dotyczące wymaganych poprawek oraz daty otrzymania poprawionego sprawozdania**

## 1. Wstęp - Koniec

## 2. Liniowy generator kongruentny - Kiedyś

## 3. Metoda odwrotnej dystrybuanty - Malec

### 3.1. Opis

Metoda ta polega na generowaniu zmiennej losowej  $X$  generując zmienną  $U$  z rozkładu jednostajnego oraz nakładając na nią funkcję odwrotną dystrybuanty.

#### Algorytm dla rozkładów dyskretnych

Założmy, że rozkład  $X$  ma postać  $P(X = x_i) = p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ .

1. Generuj  $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ .
2. Wyznacz  $j \in \mathbb{N}$  takie, że  $\sum_{i=1}^{j-1} p_i < U \leq \sum_{i=1}^j p_i$ .
3. Zwróć  $X = x_j$ .

#### Algorytm dla rozkładów ciągłych

Założmy, że  $X$  ma dystrybuantę  $F(x)$ .

- a) Jeśli dystrybuanta jest ściśle rosnąca:
  1. Generuj  $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ .
  2. Zwróć  $X = F_X^{-1}(U)$ .
- b) Jeśli dystrybuanta nie jest ściśle rosnąca:
  1. Generuj  $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ .
  2. Zwróć  $X = \tilde{F}_X^{-1}(U)$ , gdzie  $\tilde{F}_X^{-1}(y) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F_X(x) \geq y\}$ .

### 3.2. Przykłady

#### Dyskretny - chuj

#### Ciągły - rozkład Cauchy'ego

Chcemy wygenerować  $X \sim C(\mu, \sigma)$ . Dystrybuanta rozkładu Cauchy'ego ma postać

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) + \frac{1}{2}.$$

Za pomocą elementarnych przekształceń jesteśmy w stanie otrzymać funkcję odwrotną

$$F^{-1}(y) = \sigma \tan\left(\pi\left(y - \frac{1}{2}\right)\right) + \mu.$$

Zatem, żeby wygenerować  $X$ , należy najpierw wygenerować  $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$  i zwrócić  $F^{-1}(U)$ . Możemy to jednak lekko uprościć. Niech  $Z \sim \mathcal{U}\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ . Wtedy

$$Z \stackrel{d}{=} \pi\left(U - \frac{1}{2}\right).$$

Ostatecznie algorytm będzie wyglądał następująco:

1. Generuj  $Z \sim \mathcal{U}\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .
2. Zwróć  $X = \sigma \tan(Z) + \mu$ .

## 4. Metoda akceptacji i odrzucenia<sup>[1]</sup> - Budnik

### 4.1. Opis

Metoda akceptacji i odrzucenia służy do generowania zmiennej losowej  $\mathbf{X}$  przy użyciu innych zmiennych. By móc wykorzystać tę metodę muszą być spełnione:

- Potrafimy efektywnie generować inną zmienną losową  $\mathbf{Y}$
- Zmienne  $\mathbf{X}$  oraz  $\mathbf{Y}$  muszą być skupione na tym samym zbiorze
- Potrafimy wyznaczyć stałą  $c$  taką że  $\frac{\mathbb{P}(X = i)}{\mathbb{P}(Y = i)} \leq c$  dla każdego  $i$

Jeśli są spełnione powyższe założenia możemy użyć poniższego algorytmu do generowania zmiennej  $\mathbf{X}$ .

#### Algorytm

1. Generuj jedną realizację  $\mathbf{Y}$
2. Generuj  $U \sim U(0,1)$ ,  $U \perp \mathbf{Y}$
3. Jeśli  $U \leq \frac{p_Y}{cq_Y}$  zwróć  $\mathbf{X}=\mathbf{Y}$ , w przeciwnym wróć do 1.

Prawdopodobieństwo że zmienna zostanie zaakceptowana wynosi

$$\mathbb{P}(\text{'wartość zaakceptowana'}) = \frac{1}{c}$$

zatem by algorytm był wydajny stała  $c$  powinna być jak najmniejsza. Średnia liczba powtórzeń algorytmu wynosi  $c$ . **To było dyskretne, jeszcze potrzebne ciągle**

### 4.2. Przykład

## 5. Metoda splotowa - Malec

## 6. Metoda kompozycji - Malec

## 7. Metoda Boxa-Mullera - Budnik

## 8. Metoda biegunowa - Budnik

## 9. Zakończenie - Początek

# Bibliografia

[1] <https://youtu.be/NFmbgbyj5M0?t=1323>