

7. Całkowanie numeryczne

Zadanie 1. Oblicz przybliżoną wartość całki za pomocą metod:

- (a) Trapezów dla $n = 3$
- (b) Parabol dla $n = 2$
- (c) $\frac{3}{8}$ Newtona dla $n = 2$

gdzie:

1.

$$\int_{-6}^6 \frac{x}{x-7} dx$$

Metoda trapezów dla $n = 3$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6+6}{3} = 4$$

x_i	-6	-2	2	6
y_i	$\frac{6}{13}$	$\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{5}$	-6
α_i	1	2	2	1

$$\int_{-6}^6 \frac{x}{x-7} dx \approx \frac{4}{2} \left(\frac{6}{13} \cdot 1 + \frac{2}{9} \cdot 2 - \frac{2}{5} \cdot 2 - 6 \cdot 1 \right) \approx -11,7880$$

Metoda parabol dla $n = 2$

$$h = \frac{b-a}{2n} = \frac{6-(-6)}{4} = 3$$

x_i	-6	-3	0	3	6
y_i	$6/13$	$3/10$	0	$-3/4$	-6
α_i	1	4	2	4	1

$$\int_{-6}^6 \frac{x}{x-7} dx \approx \frac{3}{3} \left(\frac{6}{13} \cdot 1 + \frac{3}{10} \cdot 4 + 0 - \frac{3}{4} \cdot 4 - 6 \cdot 1 \right) \approx -7,3385$$

Metoda $\frac{3}{8}$ Newtona dla $n = 2$

$$h = \frac{b-a}{3n} = \frac{12}{6} = 2$$

x_i	-6	-4	-2	0	2	4	6
y_i	$6/13$	$4/11$	$2/9$	0	$-2/5$	$-4/3$	-6
α_i	1	3	3	2	3	3	1

$$\int_{-6}^6 \frac{x}{x-7} dx \approx \frac{3}{8} \cdot 2 \left(\frac{6}{13} \cdot 1 + \frac{4}{11} \cdot 3 + \frac{2}{9} \cdot 3 + 0 - \frac{2}{5} \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3 - 6 \right) \approx -6,7357$$