

Komputerowa Analiza Danych Doświadczalnych

Laboratorium 11. (18.05.2020) - mgr inż. Paweł Szymański

(kontakt: pawel.szymanski.dokt@pw.edu.pl)

Zadanie 11 (0-5 pkt)

Metoda najmniejszych kwadratów

Korzystając z metody najmniejszych kwadratów dopasować do otrzymanych danych wielomiany stopnia $r = 0, \dots, 5$

- wczytać dane z pliku **dane2.dat**, które pochodzą z eksperymentu zderzeń ujemnie naładowanych mezonów K z protonami, przy ustalonej energii mezonu K. Pierwsza kolumna zawiera wartości cosinusa kąta rozpraszania w układzie środka masy, druga zawiera odpowiadające im liczby zdarzeń. Jako błędy pomiarów należy przyjąć pierwiastek kwadratowy z liczby zliczeń. Jeżeli otrzymany rozkład ma postać wielomianu, to wyznaczenie jego stopnia umożliwia wyznaczenie spinowych liczb kwantowych występujących stanów pośrednich ("Analiza danych", S.Brandt, Przykład 9.2.)
- należy zaimplementować funkcję realizującą procedurę dopasowania metodą najmniejszych kwadratów wielomianu stopnia r . W tym celu należy wykorzystać poniższe wzory (pomocne mogą być też **Wykład 12** oraz **instrukcja**):

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^{r-1} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^{r-1} \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \dots & t_n^{r-1} \end{bmatrix}$$

$$Y' = H \cdot Y; A' = H \cdot A$$

$$\tilde{x} = (A'^T A')^{-1} A'^T Y'$$

$$\tilde{\eta} = A \cdot \tilde{x}$$

$$M = \sum_{j=1}^n (Y_j - \tilde{\eta}_j)$$

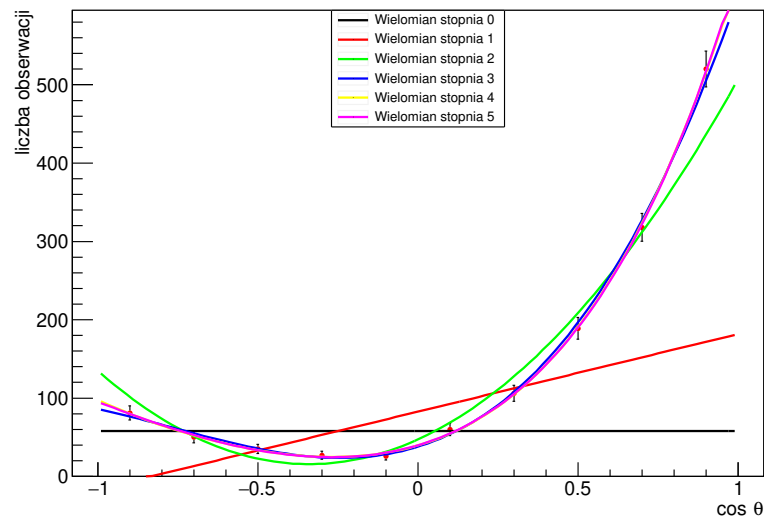
Szukamy minimum funkcji M (odpowiednik statystyki χ^2). Wartości t_j to cosinusy kąta rozpraszania (nasze wartości x), y_j to liczby obserwacji. Macierz \tilde{x} zawiera poszukiwane współczynniki wielomianu.

- należy zinterpretować otrzymane dopasowania przeprowadzając test χ^2 (korzystając z wyznaczonej wartości M). Należy określić stopień wielomianu, dla którego dopasowanie jest najlepsze oraz wyznaczyć najmniejszy stopień wielomianu, którego nie możemy odrzucić. Wypisać wartości wyznaczonych współczynników wielomianu.

Test χ^2 można skopiować z poprzedniego zadania.

Macierze w ROOT'cie:

- utworzenie macierzy o wymiarach $n \times m$: `TMatrixD mac(n,m)`
- dostęp do elementu o indeksach i, j macierzy: `mac(i,j)`
- mnożenie macierzy: `TMatrixD mac3(mac1, TMatrixD::kMult, mac2);`
- transponowanie macierzy: `TMatrixD macT(TMatrixD::kTransposed, mac)`
- odwracanie macierzy: `mac->Invert();`



```

Processing lab11.C...
Dla dopasowania wielomianem stopnia 0:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 833.548
Liczba stopni swobody: 8
Wartość krytyczna:     15.51
Wynik testu:           istnieją podstawy do odrzucenia hipotezy
Dla dopasowania wielomianem stopnia 1:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 585.449
Liczba stopni swobody: 7
Wartość krytyczna:     14.07
Wynik testu:           istnieją podstawy do odrzucenia hipotezy
Dla dopasowania wielomianem stopnia 2:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 36.4096
Liczba stopni swobody: 6
Wartość krytyczna:     12.6
Wynik testu:           istnieją podstawy do odrzucenia hipotezy
Dla dopasowania wielomianem stopnia 3:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 2.84989
Liczba stopni swobody: 5
Wartość krytyczna:     11.08
Wynik testu:           brak podstaw do odrzucenia hipotezy
Dla dopasowania wielomianem stopnia 4:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 1.68602
Liczba stopni swobody: 4
Wartość krytyczna:     9.49
Wynik testu:           brak podstaw do odrzucenia hipotezy
Dla dopasowania wielomianem stopnia 5:
Poziom istotności      0.05
Wartość statystyki testowej: 1.66265
Liczba stopni swobody: 3
Wartość krytyczna:     7.82
Wynik testu:           brak podstaw do odrzucenia hipotezy
root [1]

```