TWIERDZENIE O REKURENCJI UNIWERSALNEJ

A. Zad 1

a) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n$

1) wypisanie danych

$a = 4$

$b = 2$

$f(n) = n$

2) znalezienie $\log_b a = \log_2 4 = 2$

$g(n) = n^{\log_b a} = n^2$

3) porównanie $f(n)$ i $g(n)$

$g(n) > f(n)$, zatem od $g(n)$ musimy coś odjąć, aby otrzymać $f(n)$, zatem 1 przypadek.

4) stosujemy TRU

$T(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(n^2)$

b) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$

1) $a = 4$

$b = 2$

$f(n) = n^2$

2) $\log_b a = \log_2 4 = 2$, $g(n) = n^2$

3) $f(n) = g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n) = \Theta(n^2 \log n)$

c) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$

1) $a = 4$

$b = 2$

$f(n) = n^3$

2) $\log_b a = 2$, $g(n) = n^2$

3) $f(n) > g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^3)$

A. Zad 2

a) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$

1) $a = 4$

$b = 2$

$f(n) = n^2$

2) $\log_b a = \log_2 4 \approx 2,8074$, $g(n) = n^{\log_2 7}$

3) $g(n) > f(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^{\log_2 7})$

b) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$

1) $a = 2$

$b = 2$

$f(n) = n^3$

2) $\log_6 a = \log_2 2 = 1$, $g(n) = n$

3) $f(n) > g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^3)$

c) $T(n) = T\left(\frac{9n}{10}\right) + n$

1) $a = 1$

$b = \frac{10}{9}$

$f(n) = n$

2) $\log_{\frac{10}{9}} 1 = 0$, $g(n) = n^0 = 1$

3) $f(n) > g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n)$

B. Zad. dom

a) $T(n) = 16T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$

1) $a = 16$

$b = 4$

$f(n) = n^2$

2) $\log_6 a = 2$, $g(n) = n^2$

3) $f(n) = g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^2 \log n)$

b) $T(n) = 7T\left(\frac{n}{3}\right) + n^2$

1) $a = 7$
$b = 3$
$f(n) = n^2$

2) $\log_3 7 \approx 1{,}77$, $g(n) = n^{\log_3 7}$

3) $f(n) > g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^2)$

c) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$

1) $a = 3$
$b = 2$
$f(n) = n^3$

2) $\log_2 3 \approx 1{,}585$, $g(n) = n^{\log_2 3}$

3) $f(n) > g(n)$

4) $T(n) = \Theta(n^3)$