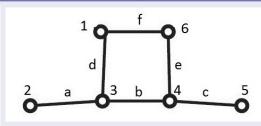
# Matematyka dyskretna 7. Podstawowe pojęcia grafowe

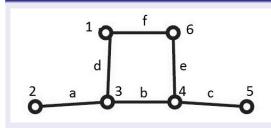
17.12.2020



Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

Zadanie A.1

Zadanie A.2



Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

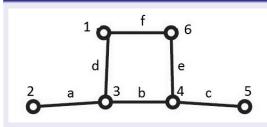
zbiór wierzchołków: V(G) =

liczba wierzchołków:  $\nu(G) =$ 

zbiór krawędzi: E(G) =

Zadanie A.1

Zadanie A.2



Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

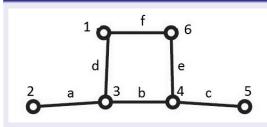
zbiór wierzchołków:  $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 

liczba wierzchołków:  $\nu(G) =$ 

zbiór krawędzi: E(G) =

Zadanie A.1

Zadanie A.2



Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

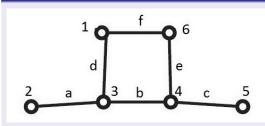
zbiór wierzchołków:  $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 

liczba wierzchołków:  $\nu(G) = 6$ 

zbiór krawędzi: E(G) =

Zadanie A.1

Zadanie A.2



Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

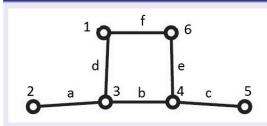
zbiór wierzchołków:  $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 

liczba wierzchołków:  $\nu(G) = 6$ 

zbiór krawędzi:  $E(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ 

Zadanie A.1

Zadanie A.2

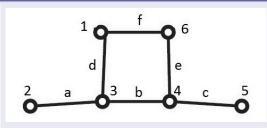


Ile krawędzi/wierzchołków ma graf G z powyższego rysunku?

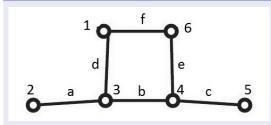
zbiór wierzchołków:  $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 

liczba wierzchołków:  $\nu(G) = 6$ 

zbiór krawędzi:  $E(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ 



Podaj funkcję incydencji grafu G.

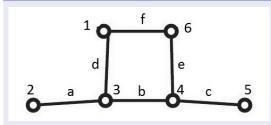


$$\psi(a) = , \quad \psi(b) = , \quad \psi(c) = ,$$

$$\psi(d) = , \quad \psi(e) = , \quad \psi(f) = ;$$

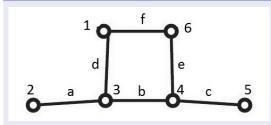
Zadanie A.1

Zadanie A.2



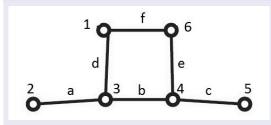
$$\psi(a) = 23, \quad \psi(b) = \quad , \quad \psi(c) = \quad ,$$

$$\psi(d) = , \quad \psi(e) = , \quad \psi(f) = ;$$



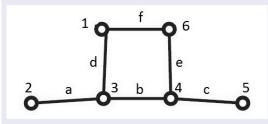
$$\psi(a) = 23, \quad \psi(b) = 34, \quad \psi(c) = 34, \quad \psi(c$$

$$\psi(d) = , \quad \psi(e) = , \quad \psi(f) = ;$$



$$\psi(a) = 23, \ \psi(b) = 34, \ \psi(c) = 45,$$

$$\psi(d) = , \quad \psi(e) = , \quad \psi(f) = ;$$

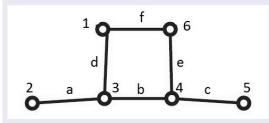


$$\psi(a) = 23, \ \psi(b) = 34, \ \psi(c) = 45,$$

$$\psi(d) = 13, \ \psi(e) = \ , \ \psi(f) = \ ;$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

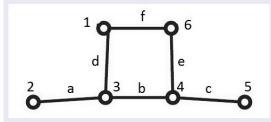


$$\psi(a) = 23, \ \psi(b) = 34, \ \psi(c) = 45,$$

$$\psi(d) = 13, \ \psi(e) = 46, \ \psi(f) =$$

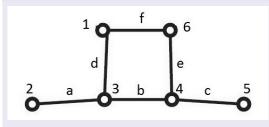
Zadanie A.1

Zadanie A.2



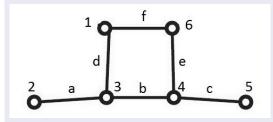
$$\psi(a) = 23, \ \psi(b) = 34, \ \psi(c) = 45,$$

$$\psi(d) = 13, \ \psi(e) = 46, \ \psi(f) = 16;$$



Zadanie A.1

Zadanie A.2

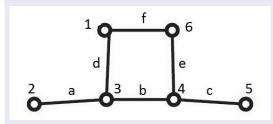


$$d(1) = , d(2) = , d(3) = ,$$

$$d(4) = , d(5) = , d(6) = ;$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

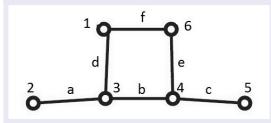


$$d(1) = 2$$
,  $d(2) =$ ,  $d(3) =$ ,

$$d(4) = , d(5) = , d(6) = ;$$



Zadanie A.2

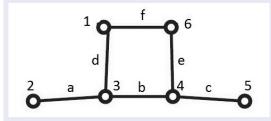


$$d(1) = 2$$
,  $d(2) = 1$ ,  $d(3) = 1$ ,

$$d(4) = , d(5) = , d(6) = ;$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

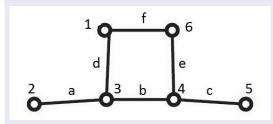


$$d(1) = 2$$
,  $d(2) = 1$ ,  $d(3) = 3$ ,

$$d(4) = , d(5) = , d(6) = ;$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

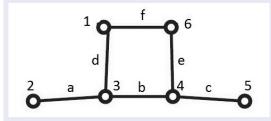


$$d(1) = 2$$
,  $d(2) = 1$ ,  $d(3) = 3$ ,

$$d(4) = 3$$
,  $d(5) =$ ,  $d(6) =$ ;

Zadanie A.1

Zadanie A.2

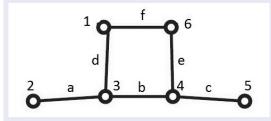


$$d(1) = 2$$
,  $d(2) = 1$ ,  $d(3) = 3$ ,

$$d(4) = 3$$
,  $d(5) = 1$ ,  $d(6) =$ ;

Zadanie A.1

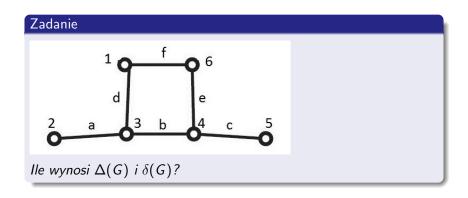
Zadanie A.2



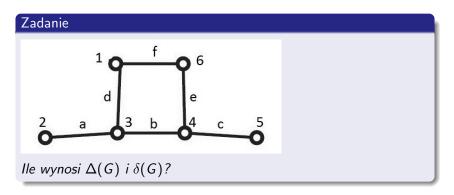
$$d(1) = 2$$
,  $d(2) = 1$ ,  $d(3) = 3$ ,

$$d(4) = 3$$
,  $d(5) = 1$ ,  $d(6) = 2$ ;

Zadanie A.2



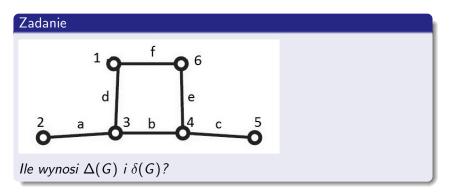
Zadanie A.2



Maksymalny stopień:  $\Delta(G) =$ 

Minimalny stopień:  $\delta(G) =$ 

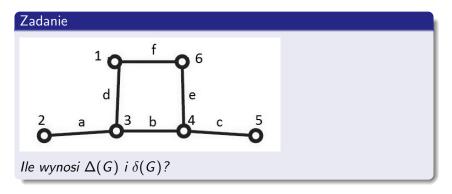
Zadanie A.2



Maksymalny stopień:  $\Delta(G) = 3$ 

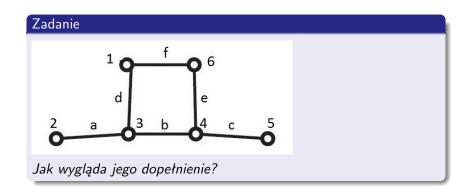
Minimalny stopień:  $\delta(G) =$ 

Zadanie A.2

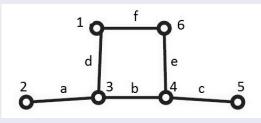


Maksymalny stopień:  $\Delta(G) = 3$ 

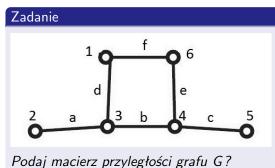
Minimalny stopień:  $\delta(G) = 1$ 



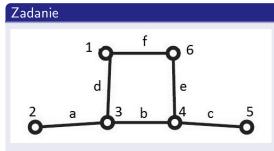




Podaj macierz przyległości grafu G?



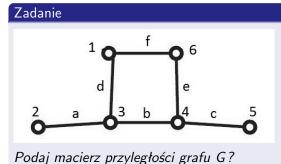
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
2						
4 5						
6						



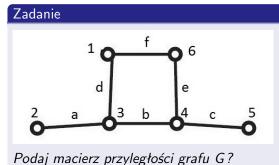
Podaj macierz przyległości grafu G?

	1	2	3	4	5	6
1	0					
2						
1 2 3 4 5 6						
4						
5						
6						



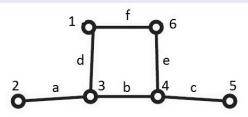


	1	2	3	4	5	6
1	0	0				
2						
1 2 3						
4						
4 5 6						
6						



	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1			
2						
1 2 3						
4 5 6						
6						

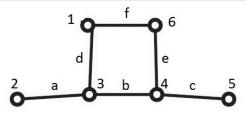




Podaj macierz przyległości grafu G?

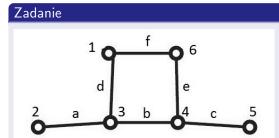
	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0		
2						
1 2 3						
4 5 6						
6						





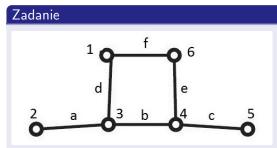
Podaj macierz przyległości grafu G?

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	
2						
1 2 3						
4						
4 5 6						
6						



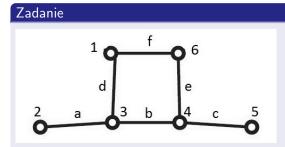
Podaj macierz przyległości grafu G?

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	1
2						
1 2 3						
4 5						
6						



Podaj macierz przyległości grafu G?

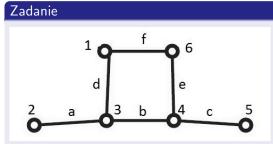
	1		3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	1
2	0					
1 2 3						
4 5 6						
6						



Podaj macierz przyległości grafu G?

	1		3		5	6
1	0	0	1	0	0	1
2	0	0				
3						
1 2 3 4 5 6						
5						
6						

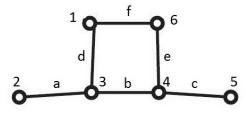




Podaj macierz przyległości grafu G?

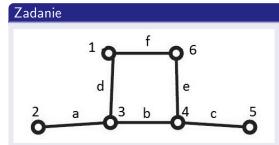
	1	2		4	5	6
1	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1			
3						
4						
1 2 3 4 5 6						
6						





Podaj macierz przyległości grafu G?

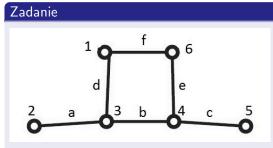
	1	2		4	5	6
1	0	0	1 1	0	0	1
1 2 3 4 5 6	0	0	1	0		
3						
4						
5						
6						



Podaj macierz przyległości grafu G?

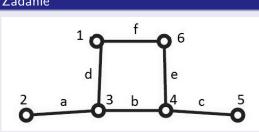
		2			5	6
1	0	0	1	0	0	1
1 2 3 4 5	0	0	1	0	0	
3						
4						
5						
6						





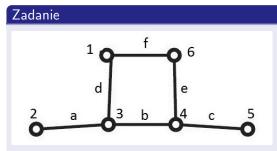
Podaj macierz przyległości grafu G?

	1	2		4	5	6
1	0	0	1 1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0
1 2 3 4 5 6						
4						
5						
6						

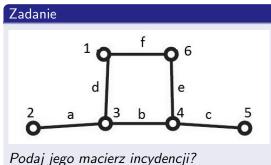


Podaj macierz przyległości grafu G?

	1	2	3 1 1 0 1 0 0	4	5	6
1	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	0	0	0	1	0	0
6	1	0	0	1	0	0

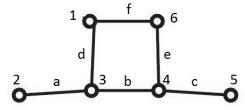


Podaj jego macierz incydencji?



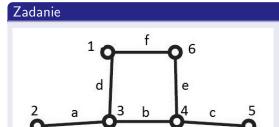
	a	b	с	d	e	f
1						
2 3 4 5						
3						
4						
6						





Podaj jego macierz incydencji?

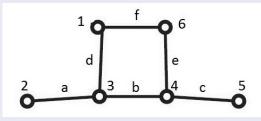
	а	b	С	d	e	f
1						
2	1					
1 2 3	1					
4 5 6						
6						



Podaj jego macierz incydencji?

	a	b	С	d	e	f
1	0					
2	1					
3	0 1 1 0 0					
4	0					
5	0					
6	0					

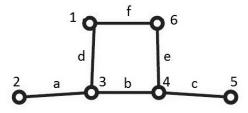




Podaj jego macierz incydencji?

	a	b	С	d	e	f
1	0					
2	1					
3	0 1 1 0 0	1				
4	0	1				
5	0					
6	0					

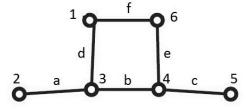




Podaj jego macierz incydencji?

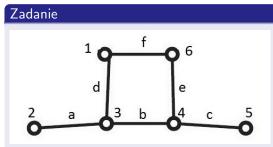
	a	b	с	d	e	f
1	0 1 1 0 0	0				
2	1	0				
3	1	1				
4	0	1				
5	0	0				
6	0	0				





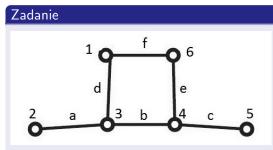
Podaj jego macierz incydencji?

		_				_
	a	b	С	d	e	f
1	0	0				
2	1	0				
3	1	0 0 1 1 0 0				
4	0	1	1			
5	0	0	1			
6	0	0				



Podaj jego macierz incydencji?

	а	b	С	d	e	f
1	0	0 0 1 1 0	0			
2	1	0	0			
3	1	1	0			
4	0	1	1			
5	0	0	1			
6	0	0	0			



Podaj jego macierz incydencji?

	a	b	С	d	e	f
1	0	0	0	1 0 1 0 0	0	1
2	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0
4	0	1	1	0	1	0
5	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	1

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu =$ 

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu = 5$ 

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu = 5$ 

Liczba krawędzi:  $\varepsilon =$ 

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu = 5$ 

Liczba krawędzi:  $\varepsilon = 5$ 

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu = 5$ 

Liczba krawędzi:  $\varepsilon = 5$ 

Stopnie wierzchołków:

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Bez rysowania grafu, na podstawie podanej poniżej macierzy przyległości, określ liczbę wierzchołków, liczbę krawędzi i stopnie wierzchołków grafu. Następnie narysuj ten graf i sprawdź wynik.

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Liczba wierzchołków:  $\nu = 5$ 

Liczba krawędzi:  $\varepsilon = 5$ 

Stopnie wierzchołków: 2, 2, 2, 3, 1

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że dla każdego grafu G zachodzi

$$\delta(G) \leqslant 2\varepsilon(G)/\nu(G) \leqslant \Delta(G),$$

gdzie  $\varepsilon(G)$  jest liczbą krawędzi grafu G, a  $\nu(G)$  liczbą jego wierzchołków.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że dla każdego grafu G zachodzi

$$\delta(G) \leqslant 2\varepsilon(G)/\nu(G) \leqslant \Delta(G),$$

gdzie  $\varepsilon(G)$  jest liczbą krawędzi grafu G, a  $\nu(G)$  liczbą jego wierzchołków.

## Twierdzenie

Dla dowolnego grafu G = (V, E) zachodzi

$$\sum_{v\in V}d_G(v)=2|E|.$$

Zadanie A.1 Zadanie A.2

$$\sum_{v\in V(G)}d_G(v)=2\varepsilon(G)$$

Zadanie A.2

$$\sum_{v\in V(G)}d_G(v)=2\varepsilon(G)$$

Możemy oszacować sumę stopni w następujący sposób:

$$\leqslant \sum_{v \in V(G)} d_G(v) \leqslant$$

Zadanie A.2

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2\varepsilon(G)$$

Możemy oszacować sumę stopni w następujący sposób:

$$\delta(G) \cdot \nu(G) \leqslant \sum_{v \in V(G)} d_G(v) \leqslant$$

Zadanie A.2

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2\varepsilon(G)$$

Możemy oszacować sumę stopni w następujący sposób:

$$\delta(G) \cdot \nu(G) \leqslant \sum_{v \in V(G)} d_G(v) \leqslant \Delta(G) \cdot \nu(G)$$

Zadanie A.2

$$\sum_{v\in V(G)}d_G(v)=2\varepsilon(G)$$

Możemy oszacować sumę stopni w następujący sposób:

$$\delta(G) \cdot \nu(G) \leqslant \sum_{v \in V(G)} d_G(v) \leqslant \Delta(G) \cdot \nu(G)$$

Dzieląc stronami przez  $\nu(G)$  dostajemy:

Zadanie A.2

$$\sum_{v\in V(G)}d_G(v)=2\varepsilon(G)$$

Możemy oszacować sumę stopni w następujący sposób:

$$\delta(G) \cdot \nu(G) \leqslant \sum_{v \in V(G)} d_G(v) \leqslant \Delta(G) \cdot \nu(G)$$

Dzieląc stronami przez  $\nu(G)$  dostajemy:

$$\delta(G) \leqslant 2\varepsilon(G)/\nu(G) \leqslant \Delta(G).$$

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v)$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_p(G)} d_G(v)$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_p(G)} d_G(v)$$

Ponieważ 2|E(G)| oraz  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  są liczbami parzystymi,

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_p(G)} d_G(v)$$

Ponieważ 2|E(G)| oraz  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  są liczbami parzystymi,  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  też musi być liczbą parzystą.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$$

Ponieważ 2|E(G)| oraz  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  są liczbami parzystymi,  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  też musi być liczbą parzystą. Aby suma nieparzystych składników była parzysta,

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$$

Ponieważ 2|E(G)| oraz  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  są liczbami parzystymi,  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  też musi być liczbą parzystą. Aby suma nieparzystych składników była parzysta, liczba tych składników musi być parzysta.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

Uzasadnij, że w każdym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

Wprowadźmy oznaczenia:

 $V_n(G)$  – wierzchołki nieparzystego stopnia grafu G

 $V_p(G)$  – wierzchołki parzystego stopnia grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v) = \sum_{v \in V_n(G)} d_G(v) + \sum_{v \in V_p(G)} d_G(v)$$

Ponieważ 2|E(G)| oraz  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  są liczbami parzystymi,  $\sum_{v \in V_n(G)} d_G(v)$  też musi być liczbą parzystą. Aby suma nieparzystych składników była parzysta, liczba tych składników musi być parzysta. Stąd  $|V_n(G)|$  jest liczbą parzystą.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

W grafie G o 19 krawędziach są tylko wierzchołki stopnia 3 i stopnia 5. Są cztery wierzchołki stopnia 5. Ile jest wszystkich wierzchołków?

Zadanie A.1

Zadanie A.2

W grafie G o 19 krawędziach są tylko wierzchołki stopnia 3 i stopnia 5. Są cztery wierzchołki stopnia 5. Ile jest wszystkich wierzchołków?

 $\nu$  – liczba wierzchołków grafu G

Zadanie A.1

Zadanie A.2

W grafie G o 19 krawędziach są tylko wierzchołki stopnia 3 i stopnia 5. Są cztery wierzchołki stopnia 5. Ile jest wszystkich wierzchołków?

 $\nu$  – liczba wierzchołków grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v)$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

W grafie G o 19 krawędziach są tylko wierzchołki stopnia 3 i stopnia 5. Są cztery wierzchołki stopnia 5. Ile jest wszystkich wierzchołków?

 $\nu$  – liczba wierzchołków grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v)$$

$$2 \cdot 19 = 4 \cdot 5 + (\nu - 4) \cdot 3$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

W grafie G o 19 krawędziach są tylko wierzchołki stopnia 3 i stopnia 5. Są cztery wierzchołki stopnia 5. Ile jest wszystkich wierzchołków?

 $\nu$  – liczba wierzchołków grafu G

$$2|E(G)| = \sum_{v \in V(G)} d_G(v)$$

$$2 \cdot 19 = 4 \cdot 5 + (\nu - 4) \cdot 3$$

7atem  $\nu = 10$ .

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

G jest grafem prostym, to znaczy że nie zawiera

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

G jest grafem prostym, to znaczy że nie zawiera pętli ani krawędzi wielokrotnych.

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

G jest grafem prostym, to znaczy że nie zawiera petli ani krawędzi wielokrotnych.

Każda krawędź wyznaczona jest przez

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

G jest grafem prostym, to znaczy że nie zawiera pętli ani krawędzi wielokrotnych.

Każda krawędź wyznaczona jest przez parę wierzchołków.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

a) Pokaż, że jeżeli graf G jest grafem prostym na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$  o  $\varepsilon$  krawędziach, to  $\varepsilon\leqslant\binom{\nu}{2}$ .

G jest grafem prostym, to znaczy że nie zawiera pętli ani krawedzi wielokrotnych.

Każda krawędź wyznaczona jest przez parę wierzchołków.

Zatem  $\varepsilon \leqslant \binom{\nu}{2}$ .

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

b) lle można utworzyć grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ , które mają dokładnie  $\varepsilon$  krawędzi?

(Przykład 7.2 z materiałów)

b) lle można utworzyć grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ , które mają dokładnie  $\varepsilon$  krawędzi?

Aby utowrzyć graf prosty o  $\varepsilon$  krawędziach wystarczy

(Przykład 7.2 z materiałów)

b) Ile można utworzyć grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ , które mają dokładnie  $\varepsilon$  krawędzi?

Aby utowrzyć graf prosty o  $\varepsilon$  krawędziach wystarczy **wybrać**  $\varepsilon$  **krawędzi** z dostępnych  $\binom{\nu}{2}$  par wierzchołków.

(Przykład 7.2 z materiałów)

b) lle można utworzyć grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ , które mają dokładnie  $\varepsilon$  krawędzi?

Aby utowrzyć graf prosty o  $\varepsilon$  krawędziach wystarczy **wybrać**  $\varepsilon$ **krawędzi** z dostępnych  $\binom{\nu}{2}$  par wierzchołków.

Liczba możliwych wyborów to:

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

b) lle można utworzyć grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ , które mają dokładnie  $\varepsilon$  krawędzi?

Aby utowrzyć graf prosty o  $\varepsilon$  krawędziach wystarczy **wybrać**  $\varepsilon$ **krawędzi** z dostępnych  $\binom{\nu}{2}$  par wierzchołków.

Liczba możliwych wyborów to:

$$\binom{\binom{\nu}{2}}{\varepsilon}$$

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) Ile jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1, \ldots, \nu\}$ ?

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) Ile jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1, \ldots, \nu\}$ ?

Aby utworzyć graf prosty

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) lle jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1, \ldots, \nu\}$ ?

Aby utworzyć graf prosty dla każdej pary wierzchołków musimy zdecydować

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) Ile jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1,\ldots,\nu\}$ ?

Aby utworzyć graf prosty dla każdej pary wierzchołków musimy zdecydować **czy dana para tworzy krawędź** w naszym grafie, czy nie.

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) lle jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1, \ldots, \nu\}$ ?

Aby utworzyć graf prosty dla każdej pary wierzchołków musimy zdecydować czy dana para tworzy krawędź w naszym grafie, czy nie.

Liczba sposobów to:

Zadanie A.1

Zadanie A.2

(Przykład 7.2 z materiałów)

c) lle jest wszystkich grafów prostych na zbiorze wierzchołków  $\{1, \ldots, \nu\}$ ?

Aby utworzyć graf prosty dla każdej pary wierzchołków musimy zdecydować czy dana para tworzy krawędź w naszym grafie, czy nie.

Liczba sposobów to:

$$2^{\binom{\nu}{2}}$$
.