Kacper Kalinowski 464966 16.06.2021 Kolokwium nr 2

1. $X = \{2, 3, 4, 5\}$ $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$R = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 2,6\rangle, \langle 2,8\rangle, \langle 2,10\rangle$
$\langle 3,2\rangle, \langle 3,4\rangle, \langle 3,6\rangle, \langle 3,8\rangle, \langle 3,10\rangle$
$\langle 4,6\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 4,8\rangle, \langle 4,10\rangle$
$\langle 5,2\rangle, \langle 5,4\rangle, \langle 5,6\rangle, \langle 5,8\rangle, \langle 5,10\rangle\}$

$S = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 2,5\rangle$
$\langle 4,2\rangle, \langle 4,3\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 4,5\rangle$
$\langle 6,2\rangle, \langle 6,3\rangle, \langle 6,4\rangle, \langle 6,5\rangle$
$\langle 8,2\rangle, \langle 8,3\rangle, \langle 8,4\rangle, \langle 8,5\rangle$
$\langle 10,2\rangle, \langle 10,3\rangle, \langle 10,4\rangle, \langle 10,5\rangle$

$\langle x,y\rangle$
$2\ \langle x,2\rangle$
$1\ \langle 2,y\rangle$

$R \circ S = \{\langle 2,2\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 6,2\rangle, \langle 8,2\rangle, \langle 10,2\rangle,$
$\langle 2,4\rangle, \langle 6,4\rangle, \langle 8,4\rangle, \langle 10,4\rangle, \langle 2,6\rangle$
$\langle 4,6\rangle, \langle 6,6\rangle, \langle 8,6\rangle, \langle 10,6\rangle, \langle 4,8\rangle, \langle 6,8\rangle$
$\langle 2,8\rangle, \langle 8,8\rangle, \langle 10,8\rangle, \langle 2,10\rangle, \langle 4,10\rangle, \langle 6,10\rangle$
$\langle 8,10\rangle, \langle 10,10\rangle$

1.

$R = \{(2,2), \langle 2,4\rangle, \langle 2,6\rangle, \langle 2,8\rangle, \langle 2,10\rangle,$
$\langle 3,6\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 4,8\rangle, \langle 5,10\rangle\}$

$S = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,4\rangle, (4,4)$

$R \circ S = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 4,4\rangle\}$

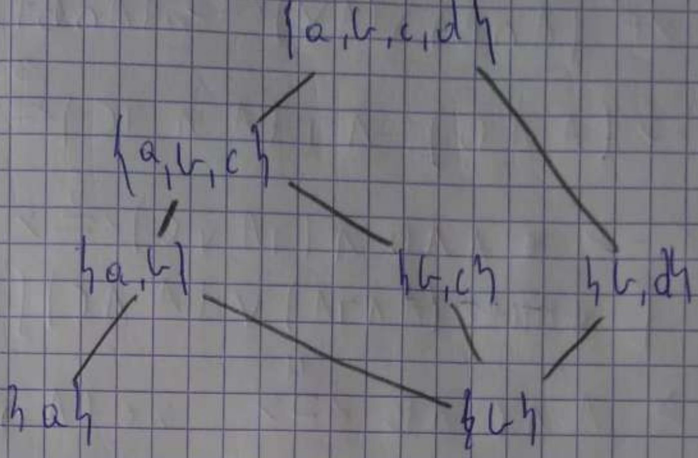
$S \circ R = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 2,6\rangle, \langle 2,8\rangle, \langle 2,10\rangle, \langle 4,4\rangle$
$\langle 4,8\rangle\}$

$R \cap S = \{\langle 2,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 4,4\rangle\}$

$S \setminus R = \emptyset$

Kacper Kalinowski 464966 16.06.2021

5. $X = \{\{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{b,d\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \{a,b,c,d\}\}$



minimalny: $\{a\}, \{b\}$

maksymalny: $\{a,b,c,d\}$

najmniejszy: brak

największy: $\{a,b,c,d\}$

3. $R = \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : xy > 0\}$

- zwrotna, nie ponieważ $0\cdot 0 = 0$ czyli $(0,0) \notin R$
- antyzwrotna: nie bo $1\cdot 1 > 0$ czyli $(1,1) \in R$
- symetryczna: tak bo $\forall x,y \in \mathbb{R}$ jeśli $x\cdot y > 0$ to $y\cdot x > 0$
  czyli $\forall x,y \in \mathbb{R}$ $(x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$
- przeciwsymetryczna, nie bo jest symetryczna np. $2\cdot 3 > 0 \wedge 3\cdot 2 > 0$
  czyli $(2,3) \in R$ i $(3,2) \in R$
- antysymetryczna, nie bo np $(2,3) \in R$ i $(3,2) \in R$ i $2 \neq 3$
- przechodnia tak. dowolne $x,y,z \in \mathbb{R}$ takie że $(x,y) \in R$ i $(y,z) \in R$ czyli $x \neq 0$ i $y \neq 0$ i $z \neq 0$ oraz x,y mają ten sam znak oraz y,z mają ten sam znak czyli
  $x\cdot z > 0$ czyli $(x,z) \in R$
- słabo spójna: nie bo np. $(0,5) \notin R$ i $(5,0) \notin R$ i $0 \neq 5$

Kacper Kalinowski 464966

4. $(A \cap B) \setminus (A \setminus C) = (A \cap B) \cap C$

$x \in (A \cap B) \setminus (A \setminus C) \iff (A \cap B) \cap C$

$x \in (A \cap B) \setminus (A \setminus C) \overset{1}{\iff} x \in (A \cap B) \wedge \neg (A \setminus C) \overset{2}{\iff}$

$\iff (A \wedge B) \wedge \neg (A \wedge \neg C) \overset{3}{\iff} (A \wedge B) \wedge (\neg A \vee C) \overset{4}{\iff}$

$\iff A \wedge B \wedge (\neg A \vee C) \overset{5}{\iff}$

$[(A \wedge \neg A) \vee (A \wedge C)] \wedge B \overset{6}{\iff}$

$\iff A \wedge C \wedge B \overset{7}{\iff} x \in (A \cap B) \cap C$

1. Def $A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$
2. Def. $A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$
3. prawo negacji / Demorgana $\neg (A \cap B) \iff (\neg A \vee \neg B)$
4. — opuszczenie nawiasu
5. rozdzielność
6. Opuszczenie nawiasu
7. Def $A \cap B$

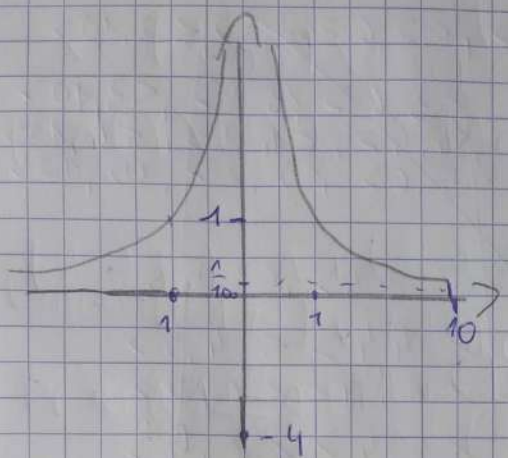
Oświadczam, że kolokwium pisałem własnoręcznie i samodzielnie.

Kalinowski

Kacper Kalinowski 464966

7.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ -4 & x = 0 \end{cases} \qquad f \; \mathbb{R}$$



$f[A] = f[\langle 0, 10 \rangle] = \langle \frac{1}{100}, \infty) \cup \{-4\}$

$f[1] = f[(-\infty, 1)] = (0, \infty) \cup \{-4\}$

$f^{-1}[B] = f[\{0, 1, 2\}] =$

$= \{-1, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$

$f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = f(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 2$

$f^{-1}[B] = f[(-1, 1)] =$

$= (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

6.

a) nie jest zwrotna bo $\forall x \in X$ x nie jest przodkiem x

czyli nie jest relacją równoważności

b) niech $d(x)$ - odl. x od pkt $(0,0)$

Jest równoważna

• zwrotna, tak ponieważ $\forall x \in X \; d(x) = d(x)$ czyli $(x, x) \in R$

• symetryczna; dowolne $x, y \in X$ takie, że $d(x) = d(y)$

wtedy oczywiście $d(y) = d(x)$, czyli $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$

• przechodnia; dowolne $x, y \in X$ takie, że $d(x) = d(y)$ oraz

$d(y) = d(z)$, wtedy $d(x) = d(y) = d(z)$ czyli $(x, z) \in R$

czyli $(x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

Klasy abstrakcji dla dowolnego pkt $x = (x_1, x_2)$

jego klasą abstrakcji będą pkt y których $d(y) = d(x)$

czyli będą to pkt na promieniu o środku w $(0,0)$ i promieniu $d(y)$

czyli $[x] = \{ y \mid y = (y_1, y_2) \wedge y_1^2 + y_2^2 = dx \}$