

# *Pytania/zagadnienia teoretyczne obowiązujące na test nr 2 z Matematyki Dyskretnej dla Informatyków semestr zimowy 2021/2022.*

- Pytanie 1.** Zdefiniuj graf nieskierowany i graf prosty. Podaj przykłady takich grafów.
- Pytanie 2.** Kiedy dwa grafy są identyczne, a kiedy są izomorficzne? Na czym polega różnica?
- Pytanie 3.** Co to jest stopień wierzchołka? Co to jest stopień minimalny  $\delta(G) = \delta$  i maksymalny  $\Delta(G) = \Delta$  grafu  $G$ ? Wytłumacz, co to znaczy, że  $\Delta(G) = 5$ ?
- Pytanie 4.** Podaj definicję dopełnienia grafu prostego.
- Pytanie 5.** Podaj definicję macierzy incydencji i macierzy przyległości.
- Pytanie 6.** Podaj i krótko uzasadnij twierdzenie o sumie stopni wierzchołków w grafie.
- Pytanie 7.** Podaj definicję podgrafu rozpiętego.
- Pytanie 8.** Podaj definicję podgrafu indukowanego podzbiorem zbioru wierzchołków. Niech  $G = (V, E)$  będzie grafem prostym oraz  $V_1 \subseteq V$ . Czy podgrafy  $G[V \setminus V_1]$  oraz  $G - V_1$  mogą się różnić?
- Pytanie 9.** Podaj definicję podgrafu indukowanego podzbiorem zbioru krawędzi. Niech  $G = (V, E)$  będzie grafem prostym oraz  $E_1 \subseteq E$ . Czy podgrafy  $G[E \setminus E_1]$  oraz  $G - E_1$  mogą się różnić?
- Pytanie 10.** Podaj definicję grafu dwudzielnego.
- Pytanie 11.** Podaj definicję  $n$ -kostki  $Q_n$ .
- Pytanie 12.** Jak można opisać grafy dwudzielne używając pojęcia cyklu nieparzystego?
- Pytanie 13.** Podaj definicję grafu spójnego i składowych spójności.
- Pytanie 14.** Ile co najmniej i ile co najwyżej krawędzi może mieć graf prosty o  $\nu$  wierzchołkach i  $\omega$  składowych spójności? Opisz, jak wyglądają grafy ekstremalne - te, dla których liczba krawędzi jest równa podanym oszacowaniom.
- Pytanie 15.** Podaj definicję lasu i drzewa.
- Pytanie 16.** Ile krawędzi ma drzewo o  $\nu$  wierzchołkach? Udowodnij indukcyjnie odpowiedni fakt. Ile krawędzi ma las na  $\nu$  wierzchołkach składający się z  $\omega$  drzew? Uzasadnij odpowiedź.
- Pytanie 17.** Co to jest krawędź cięcia? Jakie znasz warunki konieczne i dostateczne na to by dana krawędź  $e = uv$  była krawędzią cięcia?
- Pytanie 18.** Co to jest wierzchołek cięcia?
- Pytanie 19.** Jak nazywa się graf, w którym wszystkie krawędzie są krawędziami cięcia? Odpowiedź uzasadnij.
- Pytanie 20.** Podaj definicję drzewa rozpiętego.
- Pytanie 21.** Podaj i krótko uzasadnij wzór rekurencyjny na liczbę drzew rozpiętych w grafie.
- Pytanie 22.** Podaj twierdzenie Cayleya. Z czego skorzystaliśmy w dowodzie przedstawionym na zajęciach?
- Pytanie 23.** Co należy dodać do BFS, żeby w grafie bez wag znajdował on najkrótsze ścieżki z ustalonego wierzchołka do pozostałych?
- Pytanie 24.** Opisz pomocniczą strukturę danych wykorzystywaną w BFS.
- Pytanie 25.** Opisz pomocniczą strukturę danych wykorzystywaną w DFS.

**Pytanie 26.** Opisz główną ideę algorytmu Kruskala. W jaki sposób w implementacji algorytmu Kruskala można sprawdzać, czy kolejną krawędź należy zaakceptować?

**Pytanie 27.** Podaj definicję grafu eulerowskiego i półeulerowskiego.

**Pytanie 28.** Podaj warunek konieczny i dostateczny, by graf był eulerowski.

**Pytanie 29.** Wywnioskuj z twierdzenia z poprzedniego pytania (podaj i udowodnij) warunek konieczny i dostateczny, by graf był półeulerowski.

**Pytanie 30.** Opisz główną ideę algorytmu Fleury'ego.

**Pytanie 31.** Opisz problem chińskiego listonosza.

**Pytanie 32.** Podaj definicję grafu hamiltonowskiego i półhamiltonowskiego.

**Pytanie 33.** Podaj i udowodnij warunek konieczny, związany z usuwaniem podzbioru zbioru wierzchołków, by graf był hamiltonowski.

**Pytanie 34.** Opisz problem wędrującego komiwojażera.

**Pytanie 35.** Podaj definicje grafu planarnego i grafu płaskiego. Podaj definicję grafu dualnego do grafu płaskiego.

**Pytanie 36.** Podaj twierdzenie Kuratowskiego

**Pytanie 37.** Podaj i udowodnij wzór Eulera.

**Pytanie 38.** Podaj wniosek ze wzoru Eulera o minimalnym stopniu grafu planarnego.

**Pytanie 39.** Udowodnij, że  $K_5$  nie jest grafem planarnym.

**Pytanie 40.** Udowodnij, że  $K_{3,3}$  nie jest grafem planarnym.

**Pytanie 41.** Podaj definicję zbioru niezależnego wierzchołków. Podaj definicję zbioru niezależnego krawędzi – skojarzenia.

**Pytanie 42.** Podaj definicję właściwego kolorowania wierzchołków grafu i liczby chromatycznej grafu.

**Pytanie 43.** Podaj definicję właściwego kolorowania krawędzi grafu i indeksu chromatycznego grafu.

**Pytanie 44.** Podaj twierdzenie o czterech kolorach.

**Pytanie 45.** Co to jest równanie charakterystyczne dla jednorodnej liniowej rekurencji.

**Pytanie 46.** Sformułuj wynik (lemat), z którego możemy wyznaczyć rozwiązanie rekurencji  $a_n = Aa_{n-1} + Ba_{n-2}$ . Jakie jest uogólnienie tego lematu?

**Pytanie 47.** Podaj definicję i rekurencję dla liczb Fibonacciego.

**Pytanie 48.** Podaj definicję i rekurencję dla liczb Bella.

**Pytanie 49.** Podaj interpretację i rekurencję dla liczb Stirlinga drugiego rodzaju.

**Pytanie 50.** Podaj interpretację i rekurencję dla liczb Stirlinga pierwszego rodzaju.