

WSTĘP DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA
ROZGRZEWKA PRZED PIERWSZĄ CZĘŚCIĄ EGZAMINU

Zadanie 1. Ola i Pola codziennie rano przychodzą na przystanek autobusowy w losowym momencie między 8:00 i 8:30, niezależnie od siebie, przy czym nigdy się nie spóźniają na autobus, który przyjeżdża punkt 8:30 i zabiera obie dziewczynki do szkoły.

- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że obie przyjdą na przystanek po 8:05, ale przed 8:15?
- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że Ola przyjdzie dokładnie 5 minut po Poli?
- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że Ola przyjdzie co najmniej 5 minut po Poli?
- Ola przyszła na przystanek o 8:10 i nie zastała tam Poli. Ile wynosi prawdopodobieństwo, że Pola przyjdzie przed 8:20?

Zadanie 2. W urnie znajduje się 10 kul czerwonych i 5 kul zielonych. Powtarzamy 20 razy eksperyment polegający na wylosowaniu jednej kuli i wrzuceniu jej z powrotem do urny.

- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że kulę czerwoną wylosujemy tyle samo razy co kulę zieloną?
- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że kulę czerwoną wylosujemy co najwyżej dwa razy?
- Ile wynosi prawdopodobieństwo, że ani razu nie wylosujemy czerwonej kuli dwa razy z rzędu?

Zadanie 3. W sesji student zdaje dwa egzaminy, z analizy i z rachunku prawdopodobieństwa. Szansa, że student zda egzamin z analizy wynosi 50%, że zda rachunek prawdopodobieństwa 80%, a że zda co najmniej jeden z nich 90%. Jakie jest prawdopodobieństwo, że student:

- zda oba egzaminy?
- zda tylko jeden egzamin?
- zda analizę, ale obleje rachunek prawdopodobieństwa?

Czy zdarzenia A – student zda analizę i R – student zda rachunek prawdopodobieństwa, są niezależne?

Zadanie 4. W urnie są trzy kule czerwone i trzy zielone. Wyciągamy dwie kule z urny, zmieniamy ich kolory na „przeciwnie”, wrzucamy z powrotem do urny, a potem wyciągamy jeszcze raz jedną kulę.

- Jaka jest szansa, że za każdym razem losowaliśmy kule tylko jednego koloru?
- Jaka jest szansa, że po pierwszym losowaniu przemałowaliśmy dwie czerwone kule, jeśli w drugim losowaniu wyciągnęliśmy kulę zieloną?

Zadanie 5. Strzelamy do tarczy 4 razy, przy czym za każde trafienie wygrywamy 40zł, a za każde spudłowanie musimy zapłacić 10zł (zapłatę 10zł interpretujemy jako wygraną -10zł). Prawdopodobieństwo trafienia w pojedynczym strzale wynosi 10%. Niech X będzie zmienną losową oznaczającą wygraną.

- Wyznacz rozkład i dystrybuantę zmiennej losowej $2X + 1$.
- Oblicz wariancję zmiennej losowej X .
- Oblicz wartość oczekiwaną zmiennej losowej $(3X - 10)^2$.

Zadanie 6. Z urny zawierającej 4 kule w kolorach białym, czerwonym, niebieskim i żółtym losujemy 100 razy ze zwracaniem po jednej kuli. Niech X zlicza ile razy wyciągnęliśmy kulę białą, a Y ile razy wyciągnęliśmy kulę niebieską. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję sumy zmiennych losowych X i Y .

Zadanie 7. Wektor losowy (X, Y) posiada rozkład podany w poniższej tabelce:

$X \backslash Y$	0	2
-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

- Wyznacz $\mathbb{E}X^2Y^3$.
- Wyznacz wartość oczekiwaną oraz wariancję zmiennej losowej Y .
- Wyznacz $\text{Cov}(X, Y)$.
- Czy zmienne losowe X i Y są niezależne?