Lista 1

Mateusz Kaczkowski

October 2025

Zadania na liście pierwszej polegały na napisaniu 3 algorytmów sortujacych i ich wariantów zmodyfikowanych by ta sama metoda przerabiały wieksza ilość danych na raz, oraz przetestowaniu ich pod katem ilości porównań i przypisań elementów tablicy. Jest to bardzo dobre przybliżenie rzeczywistego czasu ich wykonania niezależnego od systemu and sprzetu.

1 Najciekawsze fragmenty kodu

Podstawowe algorytmy sa znane i powszechnie dostepne w internecie, dlatego nie uważam ich implementacji za szczególnie interesujaca sprawe.

1.1 Insertion Sort

W wersji podwójnej insertion sort konieczne było zostawienie 2 miejsc ze zduplikowanymi danymi, przejście do pierwszej adekwatnej pozycji, "odłożenie" jednej z wartości, a nastepnie kontynuowanie normalnego insertion sorta z tylko jednym zduplikowanym miejscem.

```
void INSERTION_SORT2(int arr[]) {
    for(int n = 2; n < size; n+=2){
        int x = arr[n] > arr[n-1] ? arr[n-1] : arr[n];
        int y = arr[n] > arr[n-1] ? arr[n] : arr[n-1];

        int m = n - 2;
        assCount+=2;
        comCount++;
        while(m >= 0 && arr[m] > y) {
            arr[m+2] = arr[m];
            m--;
            assCount++;
            comCount+=2;
        }
        arr[m+2] = y;
        arr[m+1] = arr[m];
        assCount+=2;
```

```
        while(m >= 0 && arr[m] > x) {
            arr[m+1] = arr[m];
            m--;
            assCount++;
            comCount+=2;
        }
        arr[m+1] = x;
        assCount++;
        if(n==size-2)n--;
    }
}
```

1.2 Merge Sort i Heap Sort

Kod obu tych algorytmów został zmieniony w bardzo podobny sposób, poprzez dzielenie danych wejściowych na 3 zamiast na 2 i dodanie kolejnych kawałków kodu tam, gdzie wcześniej wystepowały dwa - na przykład tablica M w mergeSort została dodana do wcześniej istniejacych L i R, a w heapSort podobnie powstało kolejne porównanie. Z tego powodu, wiekszość zmian w algorytmach mogła zostać wprowadzona bez głebszego ich zrozumienia.

Z nietrywialnych zmian, w mergeSort przydatne było dodanie wartości maksymalnych na końcach tablic zamiast uważanie na to kiedy sie kończa, bo w przeciwieństwie do wersji normalnej, koniec jednej z tablic nie daje nam oczywistej odpowiedzi odnośnie tego, co pozostało do zrobienia.

Dziwna zmiana konieczna w heapSort było tworzenie heapa od elementu $\frac{n}{3}$ zamiast $\frac{n}{3} - 1$, co korespondowałoby z $\frac{n}{2} - 1$ w wersji normalnej. Bez tej zmiany, algorytm miał szanse niepowodzenia, choć manifestowała sie ona dopiero w tablicach długości rzedu 10000.

```
void mergeSort3(int arr[], int b, int e) {
    if(b < e) {
        int m1 = b + (e-b) / 3;
        int m2 = b + (e-b) * 2 / 3;
        mergeSort3(arr, b, m1);
        mergeSort3(arr, m1+1, m2);
        mergeSort3(arr, m2+1, e);


        int n1 = m1 - b + 2;
        int n2 = m2 - m1 + 1;
        int n3 = e - m2 + 1;

        int L[n1], M[n2], R[n3];

        for (int i = 0; i < n1-1; i++)
            L[i] = arr[b + i];
        for (int j = 0; j < n2-1; j++)
```

```
            M[j] = arr[m1 + 1 + j];
        for (int k = 0; k < n3-1; k++)
            R[k] = arr[m2 + 1 + k];

        L[n1-1] = INT_MAX;
        M[n2-1] = INT_MAX;
        R[n3-1] = INT_MAX;

        int i = 0, j = 0, k = 0;

        assCount += 3 + e - b;
        comCount++;

        for(int index = b; index <= e; index++) {
            if(L[i] < M[j]) {
                if(L[i] < R[k]) {
                    arr[index] = L[i++];
                } else {
                    arr[index] = R[k++];
                }
            } else {
               if(M[j] < R[k]) {
                    arr[index] = M[j++];
                } else {
                    arr[index] = R[k++];
                }
            }
            assCount++;
            comCount+=3;
        }
    }
}

void heapify3(int arr[], int n, int i) {
    int largest = i;
    int l = 3 * i + 1;
    int m = 3 * i + 2;
    int r = 3 * i + 3;

    if (l < n && arr[l] > arr[largest])
        largest = l;

    if (m < n && arr[m] > arr[largest])
        largest = m;

    if (r < n && arr[r] > arr[largest])
        largest = r;
```

```
    comCount += 3;

    if (largest != i) {
        swap(arr[i], arr[largest]);
        assCount += 3;
        heapify3(arr, n, largest);
    }
}

void heapSort3(int arr[], int n) {
    for (int i = n / 3; i >= 0; i--)
        heapify3(arr, n, i);

    for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {
        swap(arr[0], arr[i]);
        assCount += 3;
        heapify3(arr, i, 0);
    }
}
```

1.3 Testowanie

Jednak najciekawiej pisało mi sie automatyczna metode testujaca, która wykonuje testy na różnych długościach tablic podana ilość razy i liczy średnie ilości przypisań i porównań dla każdej z nich. Dzieki temu że przyjmuje ona funkcje jako argument można było wykonać testy na każdej metodzie automatycznie, choć wymagało to delikatnych zmian w argumentach tych funkcji aby je ustandaryzować.

```
vector<tuple<long, long>> Test(
    int sizes[],
    int sizeCount,
    int testNumber,
    void (*sort)(int[], int, int)) {

    vector<tuple<long, long>> output;

    for (int s = 0; s < sizeCount; s++)
    {
        int arraySize = sizes[s];

        int* arr = new int[arraySize];
        long avgAssCount = 0, avgComCount = 0;

        for (int m = 0; m < testNumber; m++) {
            for (int n = 0; n < arraySize; n++)
```

```
                arr[n] = rand() % (arraySize * 10);

            assCount = 0; comCount = 0;
            sort(arr, 0, arraySize);
            avgAssCount += assCount, avgComCount += comCount;
        }

        avgAssCount /= testNumber; avgComCount /= testNumber;
        output.push_back({ avgAssCount, avgComCount });
    }
    return output;
}
```

2 Porównanie działania algorytmów

Wykorzystujac funkcje testujaca przeprowadziłem testy na małych i dużych wielkościach list i porównałem ilość przepisań i porównań różnych algorytmów wzgledem długości listy. Można zauważyć, że dla bardzo małych list obie wersje insertion sort radza sobie lepiej niż inne algorytmy, jednak rosna dużo szybciej. Już dla list o 100 elementach maja znacznie wiecej porównań i troche wiecej przepisań, a dla jeszcze wiekszych list sa to już różnice rzedów wielkości.

Pozostałe algorytmy nie różnia sie tak bardzo, ale merge sort utrzymuje wieksza ilość porównań, podczas gdy heap sort używa wiekszej ilości przypisań. Poza tym, zmienione wersje algorytmów (inserion po 2 elementy oraz merge i heap dzielace na 3) sa stabilnie szybsze od ich oryginalnych wersji, ale nie jest to duża różnica - mniej niż 2-krotnie.

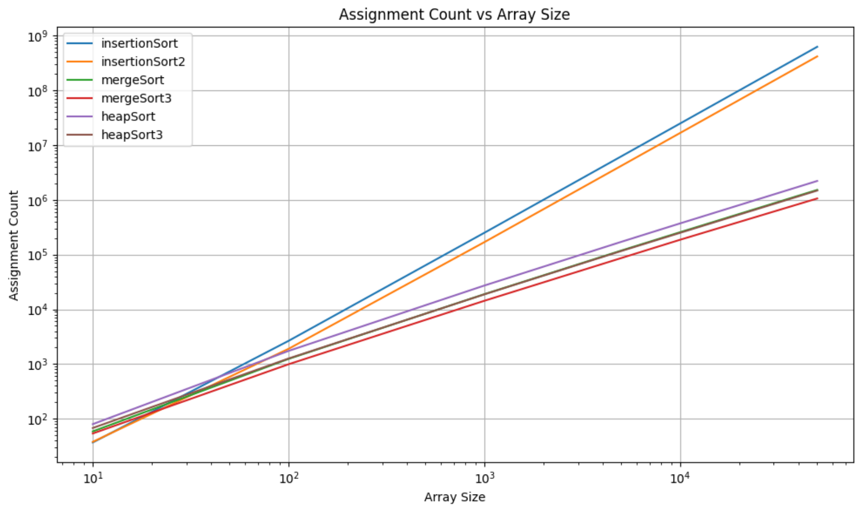
Algorytm	**10**	**100**	**1000**	**5000**	**10000**	**50000**
insertionSort	37	2662	251052	6247473	24945540	624961639
insertionSort2	38	1905	169314	4194611	16745255	416838908
mergeSort	59	1245	18953	118617	257233	1518929
mergeSort3	54	994	14354	86560	187194	1059048
heapSort	80	1743	27256	171273	372599	2212584
heapSort3	68	1266	18807	116379	250503	1478439

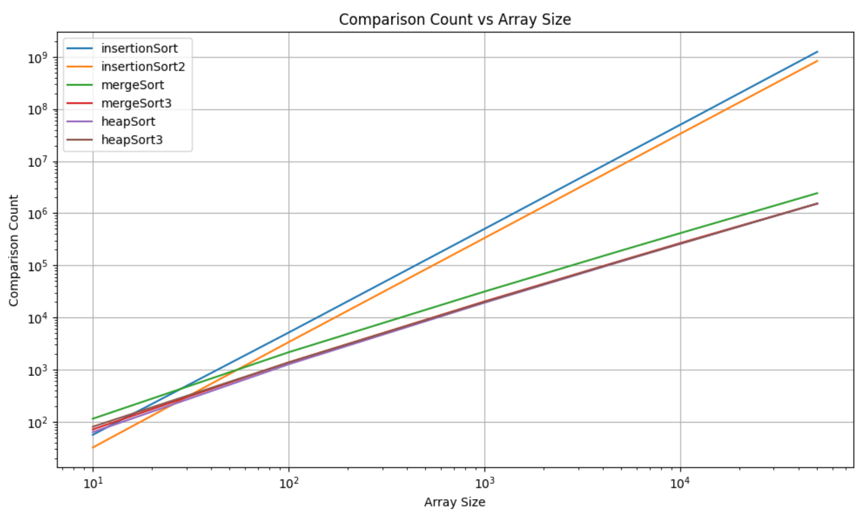
Table 1: Ilości przypisań

Algorytm	**10**	**100**	**1000**	**5000**	**10000**	**50000**
insertionSort	56	5126	500106	12484949	49871082	1249823280
insertionSort2	32	3360	334128	8366722	33445511	833452817
mergeSort	114	2148	31385	192230	414468	2420827
mergeSort3	71	1373	20261	123280	267353	1529524
heapSort	63	1262	19171	119182	258399	1525056
heapSort3	80	1368	19809	121380	260505	1528440

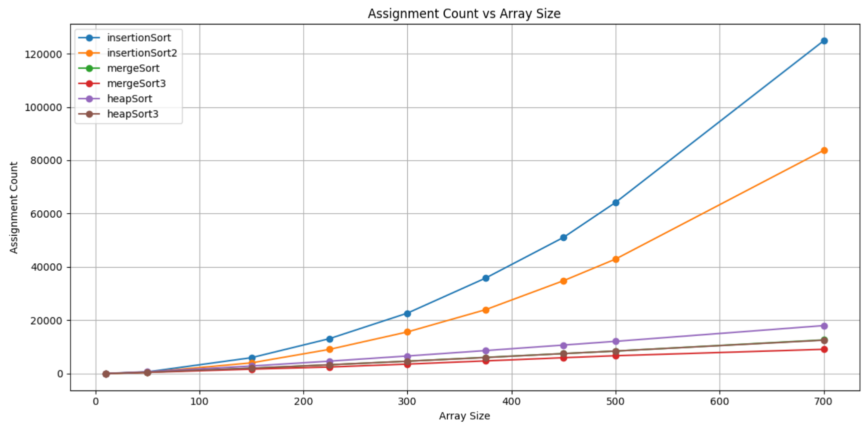
Table 2: Ilości porównań

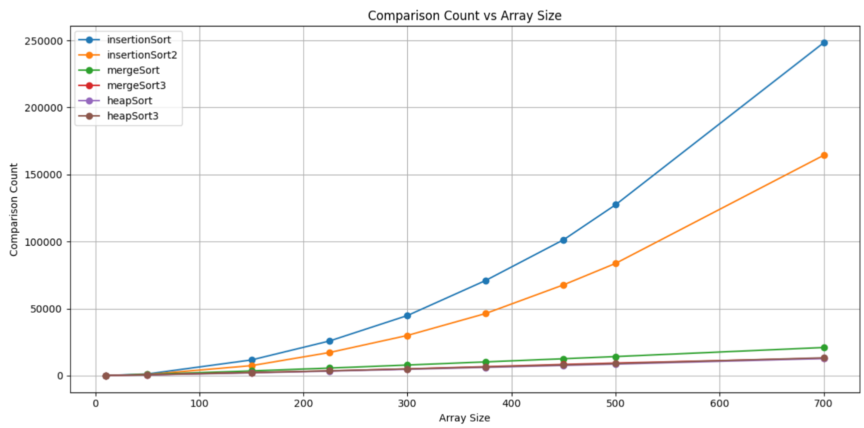
Na wykresach wyraźnie widać różnice miedzy algorytmami $O(n^2)$ a $O(n \log n$, choć ze wzgledu na użyta skale logarytmiczna nie widać dobrze zakrzywienia linii w przypadku tych pierwszych.





Z tego powodu wykonałem kolejne testy na listach mniejszej wielkości, co pozwoliło na stworzenie wykresów bez skali logarytmicznej na których dużo lepiej widać różnice we wzroście.





3 Wnioski

Algorytmy sortujace bardzo różnia sie wydajnościa miedzy algorytmami $O(n^2)$ a $O(n \log n$ i używanie tych pierwszych jest dużo wolniejsze niż tych drugich, niewielka przewaga $O(n^2)$ przy małych listach jest nieznaczaca w wiekszości przypadków dla krótkich czasów. Jedyne ich zastosowanie wydaje sie być dla programów które musza sortować ogromne ilości krótkich list.

Byłem też zaskoczony widoczna przewaga wydajności zmodyfikowanych algorytmów, choć ma ona sens - w przypadku merge i heap sorta intuicja podpowiada że powinna ona wzrosnać około $\log_2 3 \approx 1.585$ krotnie, co rzeczywiście widzimy (np. dla merge sort o długości 50000 iloraz ilości porównań to $\frac{2420827}{1529524} \approx 1,582$).