UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ DES SCIENCES
M2 SSD

Apprentissage statistique

Vecteur Support Machine

Etudiant :
DIALLO Ousmane
SAWADOGO Kader

Encadrant :
BILEL Said

2024–2025

Table des matières

Introduction

Les machines à vecteurs de support (SVM, Support Vector Machines) constituent une famille de méthodes d'apprentissage supervisé particulièrement utilisées pour les tâches de classification. Introduites par Vapnik dans les années 1990, elles reposent sur la construction d'un hyperplan de séparation qui maximise la marge entre deux classes, c'est-à-dire la distance entre les observations les plus proches de la frontière de décision, appelées vecteurs de support.

L'intérêt majeur des SVM réside dans leur flexibilité : grâce au *kernel trick*, il est possible de projeter les données dans un espace de dimension plus élevée où elles sont potentiellement séparables de manière linéaire. Le choix du noyau (linéaire, polynomial, RBF, etc.) et des paramètres de régularisation (comme C ou γ) joue donc un rôle essentiel dans la performance du modèle et sa capacité de généralisation.

Ce rapport a pour objectif de mettre en pratique ces notions à travers plusieurs expériences. Nous commencerons par une classification binaire sur le jeu de données *Iris* en utilisant des noyaux linéaire et polynomial, puis nous analyserons l'impact du paramètre de régularisation C ainsi que les problèmes liés aux données déséquilibrées. Nous étudierons ensuite la dégradation des performances lorsqu'on ajoute des variables non pertinentes, avant de montrer comment une réduction de dimension par analyse en composantes principales (PCA) peut améliorer la généralisation. Enfin, nous discuterons du biais introduit lors du prétraitement des données.

1 Classification binaire de l'iris

1.1 SVM basé sur le noyau linéaire

Le jeu de données Iris contient 150 observations de fleurs réparties en trois espèces (setosa, versicolor et virginica), chacune décrite par quatre mesures (longueur et largeur des sépales et des pétales). Pour cette première expérience, nous ne considérons que les deux classes correspondant à versicolor (classe 1) et virginica (classe 2). La troisième espèce (setosa, classe 0) est retirée de l'analyse afin de réduire le problème à une classification binaire. Les données finales utilisées ne contiennent donc que les observations des classes 1 et 2, décrites par les deux premières variables (longueur et largeur des sépales).

La figure 1 ci-dessous illustre le nuage de points des deux classes ainsi que la frontière de séparation linéaire obtenue par le SVM.

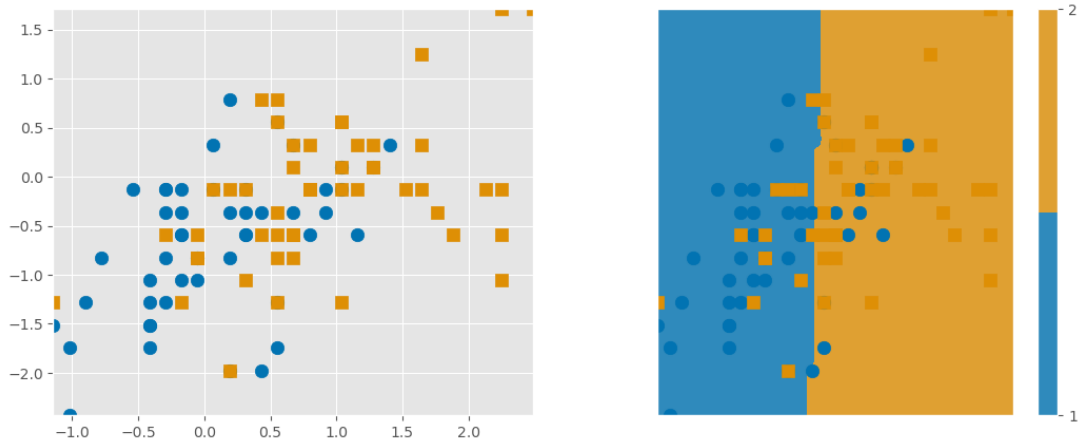


FIGURE 1 – Nuage de points avec frontière de séparation des deux classes

En utilisant un SVM linéaire pour discriminer les classes versicolor et virginica à partir des deux premières variables de l'iris (longueur et largeur des sépales), nous obtenons une précision d'environ 75 % sur l'échantillon d'apprentissage et 68 % sur l'échantillon de test.

On constate que la séparation obtenue n'est pas parfaite : la frontière linéaire coupe au milieu d'une zone où les deux classes se chevauchent, entraînant ainsi de nombreuses erreurs de classification. Ces résultats traduisent le fait que les caractéristiques retenues (longueur et largeur des sépales) ne suffisent pas à distinguer efficacement versicolor et virginica, dont les valeurs de sépales présentent une forte similarité.

1.2 SVM basé sur le noyau polynomial

Lors de l'utilisation d'un *SVM* avec noyau polynomial, nous obtenons les hyperparamètres suivants : $C = 0.0316$, degré $= 1$ et $\gamma = 10$.

Les performances obtenues sont : Score apprentissage $\approx 75\%$, Score test $\approx 68\%$.

La frontière de séparation obtenue est illustrée dans la figure ci-dessous.

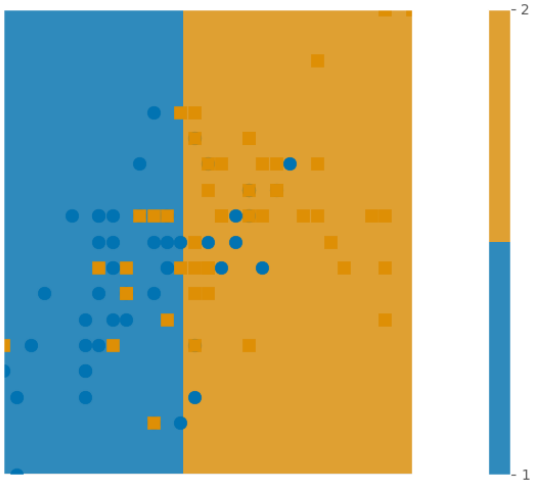


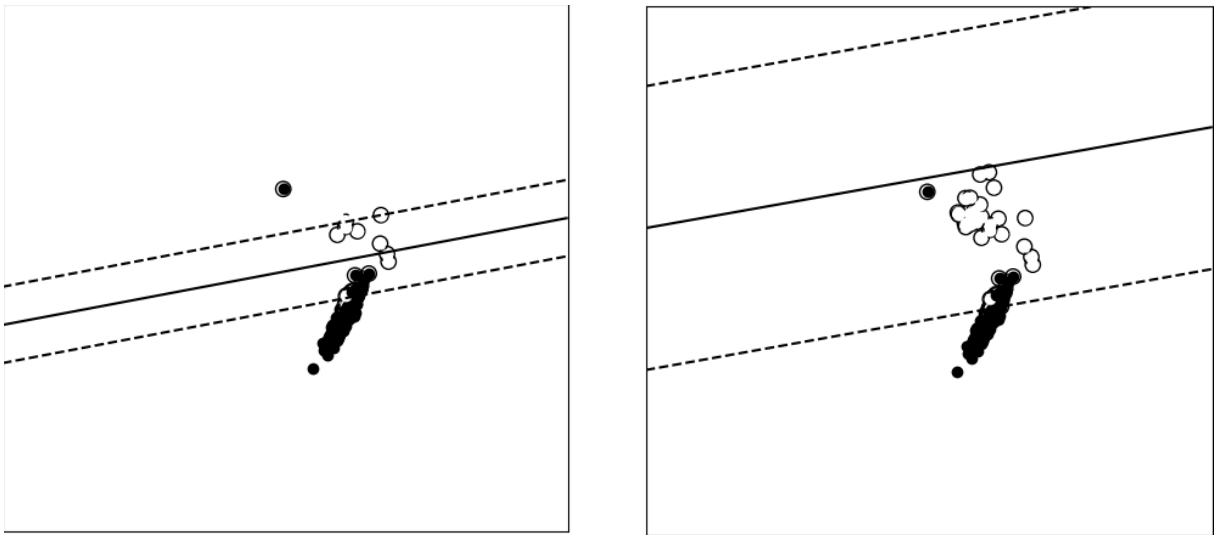
FIGURE 2 – Frontière de séparation à l'aide du noyau polynomial

2 Comparaison SVM linéaire et polynomial

La comparaison des frontières de décision montre que les noyaux linéaire et polynomial produisent une séparation quasiment identique entre les classes versicolor et virginica. Cela est dû au fait que le degré optimal du noyau polynomial est 1, ce qui correspond en réalité à un classifieur linéaire. Ainsi, l'ajout d'un noyau polynomial n'apporte aucune amélioration dans ce contexte, car les deux premières variables (sépales) ne permettent pas de bien discriminer les deux classes.

3 Variation du paramètre C et performances du SVM linéaire

Voici la représentation graphique d'un jeu de données déséquilibré (90/10) ainsi que les frontières de décision obtenues avec un SVM linéaire pour $C = 1$ et $C = 10^{-3}$.



C=1 C=0.001

FIGURE 3 – Impact du choix de noyau et le paramètre

On observe que le paramètre C d'un SVM règle le compromis entre la complexité du modèle et la tolérance aux erreurs. Lorsque C augmente, l'algorithme cherche à bien séparer toutes les données, ce qui peut donner une frontière compliquée et peu généralisable. Lorsque C diminue, le modèle accepte plus d'erreurs et construit une frontière plus simple avec une marge plus large.

Dans un jeu de données déséquilibré, diminuer C favorise la classe majoritaire (90 %) au détriment de la classe minoritaire (10 %). La frontière se déplace vers la minorité, qui est alors souvent mal prédite. La précision globale peut sembler correcte (environ 90 %), mais elle est trompeuse car elle reflète surtout la bonne classification de la majorité, tandis que la minorité est mal reconnue.

4 Analyse de la régularisation avec le paramètre C

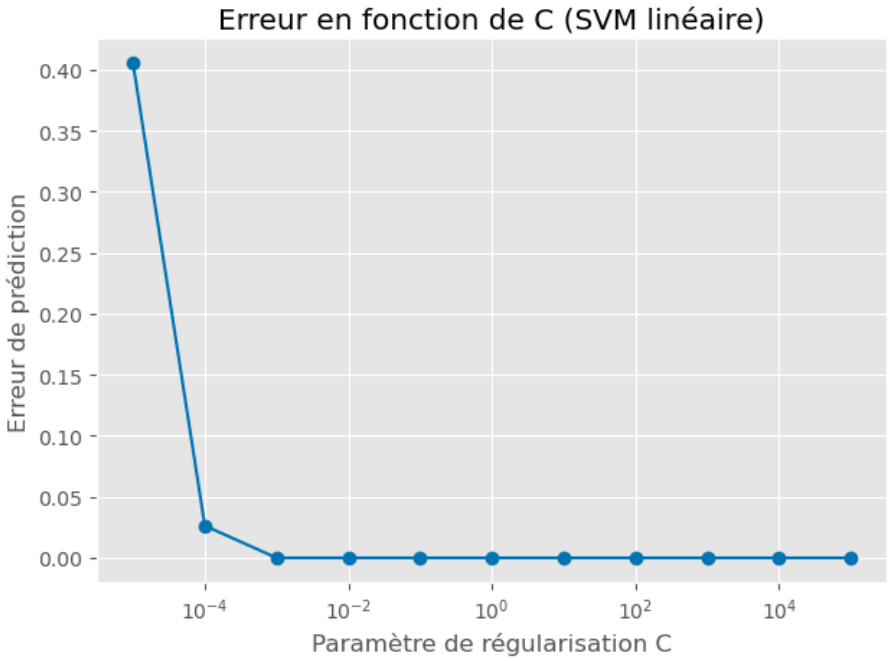


FIGURE 4 – Erreur de prédiction en fonction du paramètre C

On observe qu'avec une valeur très faible de C (par exemple 10^{-5}), l'erreur de prédiction est élevée, autour de 0.40. Cela signifie que la régularisation est trop forte : le modèle accepte trop d'erreurs et sous-apprend (underfitting).

Dès que C augmente (à partir de 10^{-4}), l'erreur chute brutalement et devient quasi nulle. Pour $C \geq 10^{-3}$, l'erreur reste à 0, ce qui montre que le modèle parvient à classer parfaitement les données d'apprentissage.

5 Dégradation des performances avec des variables non pertinentes

Nb. de variables de nuisance	SCORE sans nuisance	Score avec nuisance
0	0.916	0.563
10	0.900	0.511
20	0.863	0.500
50	0.953	0.505
100	0.921	0.500

TABLE 1 – Scores de test avec et sans variables de nuisance pour un SVM linéaire.

On observe que, sans variables de nuisance, le score de test reste élevé (entre 86% et 95%). En revanche, dès que des variables de bruit sont ajoutées, la performance chute

fortement et se stabilise autour de 50%. Cela montre que l'introduction de caractéristiques non informatives perturbe l'apprentissage du SVM et dégrade sa capacité à bien généraliser sur de nouvelles données.

6 Amélioration de la généralisation par PCA

Nombre de composantes	Score apprentissage	Score test
5	0.626	0.616
10	0.642	0.600
20	0.611	0.632
30	0.711	0.563

TABLE 2 – Résultats de la PCA avec `whiten=True` pour accélérer et stabiliser l'échelle des composantes

Les résultats obtenus montrent que le choix du nombre de composantes principales a un impact direct sur la performance du SVM linéaire : avec 10 composantes, le modèle atteint des scores équilibrés entre apprentissage (0,64) et test (0,60), tandis qu'avec 20 composantes, il généralise légèrement mieux (0,61 en apprentissage et 0,63 en test). En revanche, lorsque le nombre de composantes est porté à 30, la précision d'apprentissage augmente (0,71) mais celle du test chute fortement (0,56), signe d'un surapprentissage.

Ainsi, la réduction de dimension par PCA illustre bien le compromis biais/variance : trop peu de composantes entraînent une perte d'information, tandis qu'un excès de dimensions réintroduit du bruit et dégrade la généralisation. Dans ce cas précis, un choix autour de 20 composantes semble offrir le meilleur équilibre.

7 Biais introduit lors du prétraitement des données

Le biais vient du fait qu'on standardise les donnéees sur l'ensemble complet(train/test) avant la separation, ce qui introduit une fuite d'information surestime la performances.

Conclusion

Au terme de ce travail, nous avons pu expérimenter les principales caractéristiques des machines à vecteurs de support (SVM) et analyser leur comportement selon différents contextes. L'étude sur le jeu de données *Iris* a montré les limites d'une séparation linéaire lorsque les variables utilisées ne permettent pas une bonne discrimination des classes. L'utilisation d'un noyau polynomial n'a pas apporté d'amélioration significative dans ce cas précis, confirmant que le choix du noyau doit être adapté à la structure des données.

L'analyse de la régularisation via le paramètre C a mis en évidence le compromis entre complexité du modèle et capacité de généralisation : une valeur trop faible conduit à un sous-apprentissage tandis qu'une valeur trop élevée entraîne un sur-apprentissage. De plus, dans un contexte de classes déséquilibrées, le modèle a tendance à privilégier la classe majoritaire, ce qui souligne la nécessité de méthodes correctives comme la pondération des classes.

Nous avons également observé que l'ajout de variables non pertinentes dégrade fortement la performance du SVM, qui devient alors proche d'un comportement aléatoire. À l'inverse, la réduction de dimension par PCA a permis d'améliorer la généralisation, en trouvant un équilibre entre préservation de l'information et limitation du bruit. Enfin, nous avons identifié l'importance d'un bon prétraitement : une normalisation réalisée avant la séparation apprentissage/test introduit un biais qui surestime artificiellement les performances.

Ainsi, ce travail met en évidence la puissance et la robustesse des SVM, mais aussi leur sensibilité aux choix des hyperparamètres, à la qualité des variables et aux bonnes pratiques de prétraitement. Leur utilisation efficace nécessite donc une compréhension fine des données et des techniques d'optimisation associées.