

Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Programma svolto nell'AA 2020-2021

Logica matematica

Proposizioni, connettivi e quantificatori. Uso dei simboli della logica nel linguaggio matematico. Metodi deduttivi (modus ponens, reductio ad absurdum, induzione matematica).

Analisi matematica

Insiemi e loro rappresentazione. Uguaglianza e sottoinsiemi. Insieme vuoto. L'insieme delle parti. Cardinalità di un insieme. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, e loro proprietà (cd), differenza insiemistica e complementazione. Prodotto cartesiano, sue proprietà e rappresentazione.

Insiemi numerici (N , Z , Q), operazioni e loro proprietà. Assiomi dei numeri reali. Proprietà degli insiemi di numeri reali: maggiorante, minorante, estremo inferiore e superiore, massimo, minimo. Intervalli della retta reale, aperti, chiusi, limitati e illimitati. Operazioni tra intervalli. Punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione. Teorema di Bolzano Weierstrass (sd).

Relazioni, funzioni e loro rappresentazione, grafico di funzione, dominio, codominio e immagine del dominio. Proprietà delle relazioni su un insieme ed esempi (relazioni d'ordine e di equivalenza). Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche, funzione identità, funzioni composte e funzione inversa.

Funzioni da R in R

Funzioni di variabile reale (polinomi, razionali fratte, irrazionali, logaritmo, esponenziale, funzioni trigonometriche, valore assoluto, funzioni a gradini). Funzioni elementari e composte, somma, sottrazione, prodotto e rapporto di funzioni. Funzioni pari, dispari, periodiche, limitate, monotone. Massimi e minimi locali e globali. Determinazione del dominio di una funzione e studio del segno.

Limiti per funzioni da R in R . Definizione di limite, limite destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Definizioni di limite finito e infinito per x che tende ad un valore finito e all'infinito. Limiti di funzioni elementari quali $y=k$, $y=x$, $y=1/x$ (cd). Asintoti orizzontale, verticale e obliquo (cd). Casi di non esistenza del limite. Teorema di unicità del limite (sd) e della permanenza del segno (sd). Operazioni con limiti (somma con dimostrazione). Forme indeterminate e metodi di risoluzione (cd). Limite di funzione composta (sd). Funzioni continue, continuità da destra e da sinistra. Continuità della funzione composta (sd). Discontinuità di I, II e III specie. Teorema degli zeri, dei valori intermedi, di Weierstrass (tutti sd). Risoluzione di forme indeterminate, infiniti, infinitesimi e loro confronto, simboli di Landau.

Derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico. Retta tangente ad una curva in un punto. Continuità delle funzioni derivabili (cd). Punti di non derivabilità. Algebra delle derivate (somma e sottrazione con dimostrazione), derivazione di funzioni composte (sd) e inverse (sd). Derivate di funzioni elementari ($y=k$ e $y=x$ con dimostrazione). Derivata e funzioni monotone (crescenza e decrescenza). Test di monotonia (cd). Teorema di Fermat (cd), massimi e minimi relativi (locali) e assoluti per funzioni derivabili. Concavità, convessità e flessi. Derivate di ordine superiore e loro uso per lo studio della concavità di una funzione. Teoremi di Rolle, di Lagrange, di De L'Hopital (tutti sd). Differenziale (definizione, significato e proprietà).

Integrali. Integrale di Riemann, caratterizzazione dell'integrale e sue proprietà, teorema della media integrale (sd), teorema fondamentale del calcolo integrale e corollario (entrambi cd). Integrale definito e indefinito. Primitive notevoli, regole di integrazione, integrazione per parti (cd), metodo di sostituzione. Uso dell'integrale per il calcolo delle aree di figure piane.

Integrali generalizzati ad intervalli aperti e ad intervalli illimitati.

Successioni numeriche

Successioni numeriche a valori reali: definizione analitica e ricorsiva. Successioni limitate e monotone. Limite di successione: successioni convergenti, divergenti e indeterminate. Teoremi sui limiti (vedi limiti di funzioni). Limiti di alcune successioni particolari: successione di Fibonacci, di Erone, il numero di Nepero e.

Funzioni da \mathbb{R}^2 in \mathbb{R}

Determinazione del dominio, delle simmetrie, studio delle intersezioni con i piani coordinati e del segno per funzioni in due variabili. Curve di livello.

Limiti per funzioni da \mathbb{R}^2 in \mathbb{R} . Definizione di limite e sua esistenza. Teoremi sui limiti (sd). Funzioni continue. Teorema di Weierstrass e suo corollario.

Derivata direzionale di una funzione in un punto e suo significato geometrico. Derivate parziali e determinazione dei punti stazionari. Derivate parziali di ordine superiore, il teorema di Schwartz (sd). La matrice Hessiana, massimi e minimi relativi (locali) e assoluti per funzioni di due variabili. Differenziabilità per funzioni di due variabili. Legame tra differenziabilità, continuità e derivabilità (cd). Piano tangente ad una funzione in un punto. Estremi vincolati per funzioni di più variabili (metodo di sostituzione e metodo dei moltiplicatori di Lagrange) (sd).