$$\lim_{x \to 2} (-x+3)$$

Possibile solo con punti di accumulazione

"Limite per x che tende a 2 di $(-x+3)$"

non dire "Limite di x che tende a 2"

Perchè stiamo analizzando y, non x

Il limite è un "processo di avvicinamento", non un operazione normale

X situazioni in cui non è possibile sostituire la x ma funziona ugualmente

esempio 1)

$$y = \frac{1}{x-1} \qquad D: \mathbb{R} - \{1\}$$

non posso sostituire 1, ma posso avvicinarmi

Possibili risultati:

$x \to x_0 \nearrow y = x_0$; $x \to x_0 \searrow y = \infty$

$x \to \pm\infty \nearrow y = y_0$; $x \to \pm\infty \searrow y = \infty$

Definizione di Limite

Limite finito per $x \to x_0$ $\qquad f: A \to \mathbb{R}$

$$\text{Se} \quad \forall \varepsilon > 0,\ \exists \delta_\varepsilon > 0 \ \Big|\ |x - x_0| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

ε, δ_ε: numero reale positivo molto piccolo

$|x - x_0|$: INTORNO → prendo una x molto vicina a x_0

$|f(x) - l|$: INTORNO

Verifica: limiti

$$\lim_{x \to 3} (x+2) = 5 \quad \text{vero o FALSO?}$$

Sostituisco alla definizione, sostituisco i valori, cerco di avere a destra e sinistra lo stesso valore assoluto

$$\forall \varepsilon > 0,\ \delta_\varepsilon > 0 \ \Big|\ |x-3| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |(x+2) - 5| < \varepsilon$$

$$|x-3| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |x-3| < \varepsilon$$

$$|x-3| < \varepsilon$$

Prendendo δ e ε uguali avverò l'implicazione $(\Rightarrow)$

$$\lim_{x \to 1} (2x - 6) = -4$$

$$\forall \varepsilon < 0,\ \delta_\varepsilon < 0 \ \Big|\ |x - 1| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |(2x-6) - (-4)| < \varepsilon$$

ε: raggio intorno y; δ_ε: raggio intorno x

$$|2x - 2| < \varepsilon$$

$$|2(x-1)| < \varepsilon$$

$$\cancel{2}|x-1| < \frac{\varepsilon}{2}$$

Limite infinito per $x \to x_0$

x_0 è un punto di accumulazione

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$$

per ogni valore grande riesco ad ottenere un valore più grande

$$\text{Se} \quad \forall M > 0,\ \exists \delta_M > 0 \ \Big|\ |x - x_0| < \delta_M \Rightarrow |f(x) - l| > M$$

es

$$D: \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\lim_{x \to 2} (\log|x-2|) = -\infty$$

cerco di arrivare a

$$\forall M > 0,\ \delta_M > 0 \ \Big|\ |x-2| < \delta_M \Rightarrow |(\log|x-2|)| > M$$

M: molto grande

δ_M: piccolo raggio intorno → piccolo perché sto controllando una zona ristretta attorno a x_0, nella zona locale

$$(\log|x-2|) < M$$

→ è una zona negativa $(-\infty)$

$$|x-2| < e^{-M}$$

$$\delta_M = e^{-M} = \frac{1}{e^M}$$

Asintoti → NON dire che è una retta che tende
ma non tocca

non tocca mai solo quello verticale

è una retta
- verticale
- orizzontale
- obliqua