

Ayrik Matematik

Önermeler

H. Turgut Uyar Aysegül Gençata Yayımlı Emre Harmancı

2001-2013

Lisans



©2001-2013 T. Uyar, A. Yayımlı, E. Harmancı

You are free:

- ▶ to Share – to copy, distribute and transmit the work
- ▶ to Remix – to adapt the work

Under the following conditions:

- ▶ Attribution – You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).
- ▶ Noncommercial – You may not use this work for commercial purposes.
- ▶ Share Alike – If you alter, transform, or build upon this work, you may distribute the resulting work only under the same or similar license to this one.

Legal code (the full license):

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

1 / 67

2 / 67

Konular

Önermeler

Giriş
Birleşik Önermeler
Sağlıklı Formüller
Üstdil

Önerme Hesapları

Giriş
Mantık Yasaları
Akıl Yürütme

Önerme

Tanım

önerme: doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- ▶ **ara değeri dışlama kuralı:**
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- ▶ **çelişki kuralı:**
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

3 / 67

4 / 67

Önerme Örnekleri

Örnek (önerme)

- ▶ Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- ▶ Filler uçabilir.
- ▶ $3 + 8 = 11$

Örnek (önerme değil)

- ▶ Saat kaç?
- ▶ Ali topu at!
- ▶ $x < 43$

Önerme Değişkeni

Tanım

önerme değişkeni:

önermeyi simgeleyen isim

- ▶ *Doğru (D)* ya da *Yanlış (Y)* değerlerini alabilir

Örnek

- ▶ p_1 : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner. (*D*)
- ▶ p_2 : Filler uçabilir. (*Y*)
- ▶ p_3 : $3 + 8 = 11$ (*D*)

5 / 67

6 / 67

Birleşik Önermeler

- ▶ **birleşik önermeler**
 - ▶ bir önermenin değililenmesiyle, ya da
 - ▶ birden fazla önermenin **mantıksal bağlaçlar** ile birleştirilmesiyle elde edilir
- ▶ **yalın önermeler** daha küçük birimlere bölünemez
- ▶ **doğruluk tablosu:**
önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için birleşik önermenin sonuçlarını listeleyen tablo

Değilleme (NOT)

Tablo: $\neg p$

| | |
|-----|----------|
| p | $\neg p$ |
| D | Y |
| Y | D |

Örnek

- ▶ $\neg p_1$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde dönmez.
- ▶ D : *Yanlış*
- ▶ $\neg p_2$: Filler uçamaz.
- ▶ Y : *Doğru*

VE Bağlacı (AND)

Tablo: $p \wedge q$

| p | q | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| D | D | D |
| D | Y | Y |
| Y | D | Y |
| Y | Y | Y |

Örnek

- ▶ $p_1 \wedge p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ve filler uçabılır.
- ▶ $D \wedge Y$: *Yanlış*

VEYA Bağlacı (OR)

Tablo: $p \vee q$

| p | q | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| D | D | D |
| D | Y | D |
| Y | D | D |
| Y | Y | Y |

Örnek

- ▶ $p_1 \vee p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner veya filler uçabılır.
- ▶ $D \vee Y$: *Doğru*

DAR VEYA Bağlacı (XOR)

Tablo: $p \veebar q$

| p | q | $p \veebar q$ |
|-----|-----|---------------|
| D | D | Y |
| D | Y | D |
| Y | D | D |
| Y | Y | Y |

Örnek

- ▶ $p_1 \veebar p_2$: Ya Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ya da filler uçabılır.
- ▶ $D \veebar Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç (IF)

Tablo: $p \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| D | D | D |
| D | Y | Y |
| Y | D | D |
| Y | Y | D |

- ▶ p : **öncül**
- ▶ q : **sonuç**
- ▶ okunuşları:
 - ▶ p ise q
 - ▶ p , q için yeterli
 - ▶ q , p için gerekli
- ▶ $\neg p \vee q$

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- $p_4: 3 < 8$, $p_5: 3 < 14$, $p_6: 3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

► $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse 3, 14'den küçüktür.
 $D \rightarrow D$: *Doğru*

► $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse 3, 2'den küçüktür.
 $D \rightarrow Y$: *Yanlış*

- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
 $Y \rightarrow D$: *Doğru*
- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.
 $Y \rightarrow Y$: *Doğru*

13 / 67

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersem spor yapacağım."

Tablo: $p \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| D | D | D |
| D | Y | Y |
| Y | D | D |
| Y | Y | D |

14 / 67

Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

Tablo: $p \leftrightarrow q$

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| D | D | D |
| D | Y | Y |
| Y | D | Y |
| Y | Y | D |

okunuşları:

- p yalnız ve ancak q ise
- p, q için yeterli ve gereklili
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \vee q)$

15 / 67

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
 "Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

16 / 67

Sağlıklı Formül

yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uygun formüller: **sağlıklı formül** (SF)

anlam

- *yorum*: yalnız önermelere değer atayarak birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

17 / 67

Formül Örnekleri

Örnek (sağlıklı değil)

- $\vee p$
- $p \wedge \neg$
- $p \neg \wedge q$

18 / 67

İşlem Önceliği

1. \neg
2. \wedge
3. \vee
4. \rightarrow
5. \leftrightarrow

► hesap sırasını değiştirmek için parantez kullanılır

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdakilerdeki SF'ler ne anlama gelir?
 - $t \wedge \neg u \rightarrow s$
 - $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$
 - $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$
 - $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

Formül Nitelikleri

1. **geçerli**: bütün yorumlar için doğru (**totoloji**)
2. **çelişkili**: bütün yorumlar için yanlış (**çelişki**)
3. **tutarlı**: bazı yorumlar için doğru

Totoloji Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ (A) | $p \wedge A$ (B) | $B \rightarrow q$ |
|-----|-----|--------------------------|---------------------|-------------------|
| D | D | D | D | D |
| D | Y | Y | Y | D |
| Y | D | D | Y | D |
| Y | Y | D | Y | D |

Çelişki Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (\neg p \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg p \wedge q$ (A) | $p \wedge A$ |
|-----|-----|----------|--------------------------|--------------|
| D | D | Y | Y | Y |
| D | Y | Y | Y | Y |
| Y | D | D | D | Y |
| Y | Y | D | Y | Y |

Üstdil

Tanım

hedef dil:
üzerinde çalışılan dil

Tanım

üst dil:
hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

Üstdil Örnekleri

Örnek

- ▶ anadili Türkçe olan biri İngilizce öğrenirken
 - ▶ hedef dil: İngilizce
 - ▶ üstdil: Türkçe

Örnek

- ▶ bir öğrenci programlama öğrenirken
 - ▶ hedef dil: C, Python, Java, ...
 - ▶ üstdil: İngilizce, Türkçe, ...

Üstmantık

- ▶ $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n varsayıldığında Q 'nun doğruluğu tanıtlanabilir.
- ▶ $P_1, P_2, \dots, P_n \vDash Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n doğruysa Q doğrudur.

25 / 67

26 / 67

Biçimsel Sistemler

Tanım

- tutarlı:** bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \vdash Q$ ise $P \vDash Q$
- ▶ tanıtlanabilen bütün önermeler doğrudur

Tanım

- eksiksiz:** bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \vDash Q$ ise $P \vdash Q$
- ▶ doğru olan bütün önermeler tanıtlanabilir

27 / 67

28 / 67

Önerme Hesabı Yaklaşımıları

1. anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
 - ▶ değişken sayısı artırıca yönetimi zorlaşı
2. yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
 - ▶ var olan önermelerden mantıksal gereklilikler kullanarak yeni önermeler üretme
3. aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
 - ▶ eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

29 / 67

Doğruluk Tablosu Örneği

- ▶ $p \rightarrow q$
 - ▶ *kontrapozitif:* $\neg q \rightarrow \neg p$
 - ▶ *konvers:* $q \rightarrow p$
 - ▶ *invers:* $\neg p \rightarrow \neg q$

Örnek

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\neg q \rightarrow \neg p$ | $q \rightarrow p$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ |
|-----|-----|-------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|
| D | D | D | D | D | D |
| D | Y | Y | Y | D | D |
| Y | D | D | D | Y | Y |
| Y | Y | D | D | D | D |

30 / 67

Mantıksal Eşdeğerlilik

Tanım

$P \leftrightarrow Q$ totoloji ise P ve Q mantıksal eşdeğerli:
 $P \Leftrightarrow Q$

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

$$\blacktriangleright \neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$$

Tablo: $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

| p | $\neg p$ | $p \rightarrow Y$ (A) | $\neg p \leftrightarrow A$ |
|-----|----------|--------------------------|----------------------------|
| D | Y | Y | D |
| Y | D | D | D |

31 / 67

32 / 67

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

$$\blacktriangleright p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

Tablo: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

| p | q | $p \rightarrow q$ (A) | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ (B) | $A \leftrightarrow B$ |
|-----|-----|--------------------------|----------|------------------------|-----------------------|
| D | D | D | Y | D | D |
| D | Y | Y | Y | Y | D |
| Y | D | D | D | D | D |
| Y | Y | D | D | D | D |

33 / 67

34 / 67

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p \quad p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y \quad p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p \quad p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \quad \neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p \quad Co \\ \Leftrightarrow & \neg \neg q \vee \neg p \quad DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

35 / 67

36 / 67

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned}
 & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\
 \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q & DM \\
 \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q & DN \\
 \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) & As \\
 \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) & Co \\
 \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r & As \\
 \Leftrightarrow & q \wedge r & Ab
 \end{aligned}$$

37 / 67

Dualite

Tanım

\wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen bir s önermesinin **dual** önermesi s^d ,
 \wedge yerine \vee , \vee yerine \wedge , D yerine Y , Y yerine D konarak elde edilir.

Örnek (dual önerme)

$$\begin{aligned}
 s & : (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge D) \\
 s^d & : (p \vee \neg q) \wedge (r \vee Y)
 \end{aligned}$$

38 / 67

Dualite İlkesi

Dualite İlkesi

s ve t , \wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen önermeler olsun.
 $s \Leftrightarrow t$ ise $s^d \Leftrightarrow t^d$.

39 / 67

Mantıksal Gerektirme

Tanım

$P \rightarrow Q$ bir totoloji ise P formülü Q formülünü **mantıksal gerektirir**:
 $P \Rightarrow Q$

40 / 67

Mantıksal Gerektirme Örneği

Örnek

► $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ (A) | $p \wedge A$ (B) | $B \rightarrow q$ |
|-----|-----|--------------------------|---------------------|-------------------|
| D | D | D | D | D |
| D | Y | Y | Y | D |
| Y | D | D | Y | D |
| Y | Y | D | Y | D |

41 / 67

Akıl Yürütme

- doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış bir önermeler kümesinden yola çıkararak bir önermenin doğruluğuna varma

gösterilim

$$\begin{array}{c}
 p_1 \\
 p_2 \\
 \dots \\
 p_n \\
 \hline
 \therefore q
 \end{array}
 \quad p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q$$

42 / 67

Temel Kurallar

Özdeşlik (Identity - ID)

$$\frac{p}{\therefore p}$$

Çelişki (Contradiction - CTR)

$$\frac{Y}{\therefore p}$$

43 / 67

Temel Kurallar

Koşul Ekleme (Implication Introduction - Impl)

$$\frac{p \vdash q}{\therefore \vdash p \rightarrow q}$$

- ▶ p doğru varsayıldığında q doğru olduğu gösterilebiliyorsa, p doğru varsayılmadan $p \rightarrow q$ doğrudur
- ▶ p bir geçici varsayım (PA - provisional assumption)
- ▶ geçici varsayımlar sonradan kaldırılabilir

44 / 67

Temel Kurallar

VE Ekleme (AND Introduction - AndI)

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{\therefore p \wedge q}$$

VE Eleme (AND Elimination - AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

45 / 67

Temel Kurallar

VEYA Ekleme (OR Introduction - OrI)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

VEYA Eleme (OR Elimination - OrE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \vdash r \\ q \vdash r \end{array}}{\therefore r}$$

46 / 67

Temel Kurallar

Modus Ponens (Implication Elimination - ImpE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{\therefore q}$$

Modus Tollens (MT)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

47 / 67

Modus Tollens

Örnek

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

1. $p \rightarrow q \quad A$
2. $\neg q \rightarrow \neg p \quad 1$
3. $\neg q \quad A$
4. $\neg p \quad ImpE : 2, 3$

48 / 67

Modus Ponens Örneği

Örnek

- ▶ Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- ▶ Ali piyangoyu kazandı.
- ▶ O halde, Ali araba alacak.

Modus Tollens Örneği

Örnek

- ▶ Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- ▶ Ali araba almadi.
- ▶ O halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

Yanılgılar

sonucu onaylama yanılgısı

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

- ▶ $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ bir totoloji değil:
 $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

49 / 67

50 / 67

Sonucu Onaylama Yanılgısı Örneği

Örnek

- ▶ Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- ▶ Ali araba aldı.
- ▶ O halde, Ali piyangoyu kazandı.

51 / 67

52 / 67

Yanılgılar

öncülü yadsıma yanılgısı

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

- ▶ $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ bir totoloji değil:
 $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

53 / 67

54 / 67

Öncülü Yadsıma Yanılgısı Örneği

Örnek

- ▶ Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- ▶ Ali piyangoyu kazanmadı.
- ▶ O halde, Ali araba almayacak.

Ayırıcı Kiyas

Ayırıcı Kiyas
(Disjunctive Syllogism - DS)

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

1. $p \vee q \quad A$
2. $\neg p \quad A$
3. $p \rightarrow Y \quad 2$
- 4a1. $p \quad PA$
- 4a2. $Y \quad ImpE : 3, 4a1$
- 4a. $q \quad CTR : 4a2$
- 4b1. $q \quad PA$
- 4b. $q \quad ID : 4b1$
5. $q \quad OrE : 1, 4a, 4b$

55 / 67

Ayırıcı Kiyas Örneği

Örnek

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- O halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

56 / 67

Varsayımlı Kiyas

Varsayımlı Kiyas
(Hypothetical Syllogism - HS)

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

1. $p \quad PA$
2. $p \rightarrow q \quad A$
3. $q \quad ImpE : 2, 1$
4. $q \rightarrow r \quad A$
5. $r \quad ImpE : 4, 3$
6. $p \rightarrow r \quad Impl : 1, 5$

57 / 67

Varsayımlı Kiyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

Spock - Yarbay Decker:

*Şu anda düşman gemisine saldırmak intihar olur.
Intihara teşebbüs eden biri Atılgan'ın komutanlığını
yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
O halde, sizi görevden almak zorundayım.*

58 / 67

Varsayımlı Kiyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

- p : Decker düşman gemisine saldırır.
- q : Decker intihara teşebbüs eder.
- r : Decker Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
- s : Spock Decker'i görevden alır.

59 / 67

Varsayımlı Kiyas Örneği

Örnek

1. $p \rightarrow q \quad A$
2. $q \rightarrow r \quad A$
3. $p \rightarrow r \quad HS : 1, 2$
4. $r \rightarrow s \quad A$
5. $p \rightarrow s \quad HS : 3, 4$
6. $p \quad A$
7. $s \quad ImpE : 5, 6$

60 / 67

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow r \\
 r \rightarrow s \\
 x \vee \neg s \\
 u \vee \neg x \\
 \neg u \\
 \hline
 \therefore \neg p
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 1. & u \vee \neg x \quad A \\
 2. & \neg u \quad A \\
 3. & \neg x \quad DS : 1, 2 \\
 4. & x \vee \neg s \quad A \\
 5. & \neg s \quad DS : 4, 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 6. & r \rightarrow s \quad A \\
 7. & \neg r \quad MT : 6, 5 \\
 8. & p \rightarrow r \quad A \\
 9. & \neg p \quad MT : 8, 7
 \end{array}$$

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\frac{\begin{array}{c} (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s) \\ r \rightarrow x \\ \hline \neg x \end{array}}{\therefore p}$$

$$\begin{array}{llll}
 1. & r \rightarrow x & A & 6. (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s) \quad A \\
 2. & \neg x & A & 7. \neg(\neg p \vee \neg q) \quad MT : 6, 5 \\
 3. & \neg r & MT : 1, 2 & 8. p \wedge q \quad DM : 7 \\
 4. & \neg r \vee \neg s & Orl : 3 & 9. p \quad AndE : 8 \\
 5. & \neg(r \wedge s) & DM : 4 &
 \end{array}$$

61 / 67

62 / 67

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow (q \vee r) \\
 s \rightarrow \neg r \\
 q \rightarrow \neg p \\
 p \\
 s \\
 \hline
 \therefore Y
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 1. & q \rightarrow \neg p \quad A \\
 2. & p \quad A \\
 3. & \neg q \quad MT : 1, 2 \\
 4. & s \rightarrow \neg r \quad A \\
 5. & s \rightarrow \neg r \quad A \\
 6. & \neg r \quad ImpE : 5, 4 \\
 7. & p \rightarrow (q \vee r) \quad A \\
 8. & q \vee r \quad ImpE : 7, 2 \\
 9. & q \quad DS : 8, 6 \\
 10. & q \wedge \neg q : Y \quad AndI : 9, 3
 \end{array}$$

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

Eğer yağmur yağması olasılığı varsa veya saç bandını bulamazsa, Filiz çimleri bıçmez. Hava sıcaklığı 20 dereceden fazlaysa yağmur yağma olasılığı yoktur. Bugün hava sıcaklığı 22 derece ve Filiz saç bandını takmış. O halde, Filiz çimleri bıçacak.

63 / 67

64 / 67

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

- ▶ p : Yağmur yağabilir.
- ▶ q : Filiz'in saç bandı kayıp.
- ▶ r : Filiz çimleri bıçer.
- ▶ s : Hava sıcaklığı 20 dereceden fazla.

Akil Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{ll}
 1. & s \wedge \neg q \quad A \\
 2. & s \quad AndE : 1 \\
 3. & s \rightarrow \neg p \quad A \\
 4. & \neg p \quad ImpE : 3, 2 \\
 5. & \neg q \quad AndE : 1 \\
 6. & \neg p \wedge \neg q \quad AndI : 4, 5 \\
 7. & \neg(p \vee q) \quad DM : 6 \\
 8. & (p \vee q) \rightarrow \neg r \quad A \\
 9. & ? \quad 7, 8
 \end{array}$$

65 / 67

66 / 67

Kaynaklar

Okunacak: Grimaldi

- ▶ Chapter 2: Fundamentals of Logic
 - ▶ 2.1. Basic Connectives and Truth Tables
 - ▶ 2.2. Logical Equivalence: The Laws of Logic
 - ▶ 2.3. Logical Implication: Rules of Inference

Yardımcı Kitap: O'Donnell, Hall, Page

- ▶ Chapter 6: Propositional Logic