

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.





Matemáticas Nivel Medio Prueba 1

Lunes 18 de noviembre de 2019 (tarde)

| | Numero de convocatoria dei alumno | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Г | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NM para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

12EP01

International Baccalaureate Baccalaureate Baccalaureate Baccalaureat International Bachillerato Internacional

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

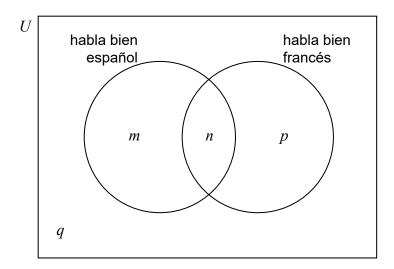
| 1. | | ntuación máxima: 6] | . |
|----|-----|--|----------|
| | | una progresión aritmética donde $u_2 = 5$ y $u_3 = 11$. | |
| | (a) | Halle la diferencia de la progresión. | [2] |
| | (b) | Halle el primer término. | [2] |
| | (c) | Halle la suma de los 20 primeros términos. | [2] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| l | | | |



2. [Puntuación máxima: 6]

En una clase de 30 alumnos hay 18 que hablan bien español, 10 que hablan bien francés y 5 que no hablan bien ninguno de estos dos idiomas. El siguiente diagrama de Venn muestra los sucesos "habla bien español" y "habla bien francés".

Los valores m, n, p y q representan números de alumnos.



| (a) | Escriba el valor de q . | [1] |
|-----|---------------------------|-----|
| | | |

- (b) Halle el valor de n. [2]
- (c) Escriba el valor de m y el de p. [3]



Véase al dorso

| 3. [Puntuación máxima: | 7 |
|-------------------------------|---|
|-------------------------------|---|

Sea $g(x) = x^2 + bx + 11$. El punto (-1, 8) pertenece al gráfico de g.

(a) Halle el valor de b.

[3]

(b) Se transforma el gráfico de $f(x) = x^2$ hasta obtenerse el gráfico de g.

Describa esta transformación.

| |
|------|
| |



4. [Puntuación máxima: 6]

Considere $\binom{11}{a} = \frac{11!}{a! \, 9!}$.

(a) Halle el valor de a. [2]

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo alternativo, halle el coeficiente del término en x^9 del desarrollo de $(x+3)^{11}$.

| | • | • | • • | • | | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | • | | • | • | • | • | • | • | • | | |
|------|----|-------|-----|-------|----|---|----|---|-------|-------|---|---|-------|-------|---|---|---|-------|------|---|-------|--------|---|-------|-------|-------|---|---|---|--------|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | - | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | ٠. | • | ٠. | • | ٠. | • | - | - | | • | • | • | | | | - | | | • | ٠. | | ٠ | • | • | | | - | | |
| | ٠. | | | | | | | - | - | - | | | | - | | | | - | | | | | | | | | | | | ٠. | |
| | | | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | |
| | | | | | | | | | - | - | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| [Puntuación máxima: 6 |
|---|
|---|

Considere la función f cuya derivada es $f'(x) = 2x^2 + 5kx + 3k^2 + 2$, donde x, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Muestre que el discriminante de f'(x) es $k^2 - 16$.

[2]

(b) Sabiendo que f es una función creciente, halle todos los posibles valores de k.

| |
|------|
| |
| |



6. [Puntuación máxima: 8]

Sea $f(x) = 4\cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1$, para $0 \le x \le 6\pi$. Halle los valores de x para los que se cumple que $f(x) > 2\sqrt{2} + 1$.

| |
|------|
| |
| |



| _ | [Puntuación | 2 | \sim |
|---|---------------|---------|--------|
| / | IPHINTHIACION | mayıma: | nı |
| | | | |

Las variables X e Y siguen una distribución normal, con $X \sim N(14, a^2)$ e $Y \sim N(22, a^2)$, a > 0.

(a) Halle b de modo que se cumpla que P(X > b) = P(Y < b). [2]

Se sabe que P(X > 20) = 0.112.

(b) Halle P(16 < Y < 28).

| • | • | • | • | • | • | • | • • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • • | • | • | • | • | | • | • • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | ٠. | • • | |
|---|---|---|---|-------|-------|---|-----|---|----|---|---|-------|---|-------|---|-----|---|---|---|-------|------|---|-----|---|---|----|---|---|---|---|-------|-------|-------|----|---|---|-------|-------|----|---------|--|
| | | | | | • | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | - | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | | |
| | | | _ | | _ | _ | | _ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | _ | | | _ | | | | | |



No escriba soluciones en esta página.

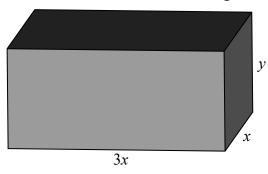
Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 14]

Sea una pequeña caja con forma de ortoedro cuya base rectangular tiene una longitud de 3x cm y una anchura de x cm, donde x > 0. De altura mide y cm, donde y > 0.

la figura no está dibujada a escala



La suma de la longitud, la anchura y la altura es igual a $12\,\mathrm{cm}$.

(a) Escriba una expresión para y en función de x.

[1]

El volumen de la caja es igual a $V \text{ cm}^3$.

(b) Halle una expresión para V en función de x.

[2]

(c) Halle $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$.

[2]

- (d) (i) Halle el valor de x para el cual V es máximo.
 - (ii) Justifique su respuesta.

[7]

(e) Halle el volumen máximo.

[2]

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 17]

Los puntos A y B tienen por vectores de posición $\begin{pmatrix} -2\\4\\-4 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 6\\8\\0 \end{pmatrix}$ respectivamente.

El punto C tiene por vector de posición $\begin{pmatrix} -1 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$. Sea O el origen.

- (a) Halle, en función de k,
 - (i) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$;

(ii)
$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$$
. [3]

- (b) Sabiendo que $\hat{AOC} = \hat{BOC}$, muestre que k = 7. [8]
- (c) Calcule el área del triángulo AOC. [6]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

Sea $g(x) = p^x + q$, donde x, p, $q \in \mathbb{R}$, p > 1. El punto A(0, a) pertenece al gráfico de g.

Sea $f(x) = g^{-1}(x)$. El punto B pertenece al gráfico de f y es el simétrico del punto A respecto de la recta y = x.

(a) Escriba las coordenadas de B.

[2]

La recta L_1 es tangente al gráfico de f en B.

(b) Sabiendo que $f'(a) = \frac{1}{\ln p}$, halle la ecuación de L_1 en función de x, p y q. [5]

La recta L_2 es tangente al gráfico de g en A y tiene por ecuación $y = (\ln p)x + q + 1$.

La recta L_2 pasa por el punto (-2, -2).

La pendiente de la normal a g en A es igual a $\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}$.

(c) Halle la ecuación de L_1 en función de x.

[7]



12FP11

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

