

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.





Mathématiques : applications et interprétation Niveau supérieur Épreuve 1

Jeudi 6 mai 2021 (après-midi	(après-midi)	2021	mai	Jeudi 6
------------------------------	--------------	------	-----	---------

Jeudi 6 mai 2021 (apres-midi)	Ν	umé	ro de	ses	sion	du ca	ndid	at	
2 heures									

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- · Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- · Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de [110 points].



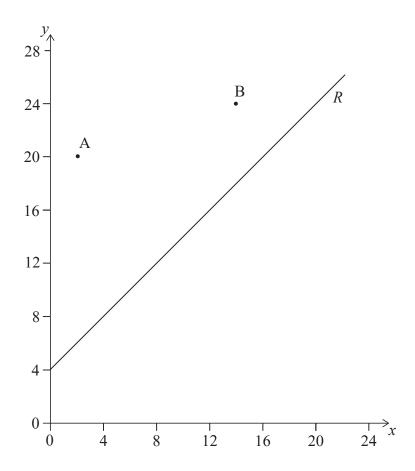


-2- 2221-7216

Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale: 7]

Deux établissements scolaires sont représentés par les points A(2;20) et B(14;24) sur la représentation graphique ci-dessous. Une route, représentée par la droite R d'équation -x+y=4, passe près de ces établissements scolaires. On demande à un architecte de déterminer l'emplacement d'un nouvel arrêt d'autobus sur la route de telle sorte qu'il soit à la même distance des deux établissements scolaires.



- (a) Trouvez l'équation de la médiatrice de [AB]. Donnez votre équation sous la forme y = mx + c.
- (b) Déterminez les coordonnées du point sur R où l'arrêt d'autobus devrait être situé. [2]

[5]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de	e la que	stion 1	I)
-----------	----------	---------	----



Une fonction est définie par $f(x) = 2 - \frac{12}{x+5}$ pour $-7 \le x \le 7$, $x \ne -5$.

(a) Trouvez l'image de f.

[3]

(b) Trouvez une expression pour la fonction réciproque $f^{-1}(x)$. Le domaine n'est pas exigé. [3]

(c) Écrivez l'image de $f^{-1}(x)$.

[1]



À l'Université de Springfield, les poids, en kg, de 10 lapins chinchilla et 10 lapins sablés ont été enregistrés. L'objectif était de savoir si les lapins chinchilla sont généralement plus lourds que les lapins sablés. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant.

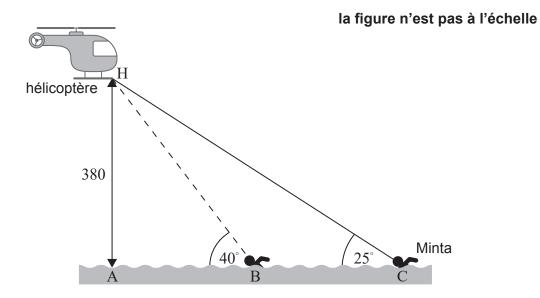
Poids des lapins chinchilla, kg	4,9	4,2	4,1	4,4	4,3	4,6	4,0	4,7	4,5	4,4
Poids des lapins sablés, kg	4,2	4,1	4,1	4,2	4,5	4,4	4,5	3,9	4,2	4,0

Un test t sera mené au niveau de signification de 5%.

(a)	Écrivez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative.	[2]
(b)	Trouvez la valeur p pour ce test.	[2]
(c)	Écrivez la conclusion du test. Donnez une raison pour votre réponse.	[2]

•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•	 •	•	•		•	•	•	•		•	•	•	•	 	•
					-							-		-	 								 												-	 						-				 					 					 	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	 	•	•	•	•	•	•	-	 	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	 	•	•	•	•	 	•	•	•	•	 ٠.	•

Le diagramme ci-dessous montre un hélicoptère en vol stationnaire au point H, à une hauteur de $380\,\mathrm{m}$ au-dessus d'un lac. Le point A est le point sur la surface du lac, directement sous l'hélicoptère.



Minta nage à vitesse constante en direction du point A. Minta observe l'hélicoptère à partir du point C alors qu'elle regarde vers le haut avec un angle de 25° . Après 15 minutes, Minta se trouve au point B et elle observe le même hélicoptère avec un angle de 40° .

(c)	Trouvez la vitesse de Minta, en mètres par heure.	[1]
(b)	Trouvez la distance entre B et C.	[3]
(a)	Trouvez la distance entre A et C.	[2]

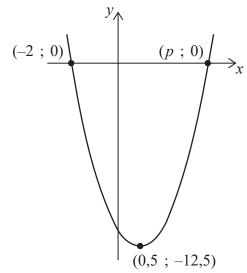


5.	[Note	e maximale : 5]	
		er s'achète un nouvel ordinateur portable au prix de $495\pounds$. Au même moment, il achète fille Chloé un ordinateur portable de plus haute gamme au prix de $2200\pounds$.	
		révoit que l'ordinateur portable de Roger se dépréciera à un taux de 10% par année, is que celui de Chloé se dépréciera à un taux de 15% par année.	
	(a)	Estimez la valeur de l'ordinateur portable de Roger après 5 années.	[2]
		ordinateurs portables de Roger et Chloé auront la même valeur k années après avoir achetés.	
	(b)	Trouvez la valeur de k .	[2]
	(c)	Commentez la validité de votre réponse à la partie (b).	[1]



Considérez la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$. La représentation graphique de y = f(x) est montrée dans le diagramme. Les coordonnées du sommet de la représentation graphique sont (0,5;-12,5). La représentation graphique coupe l'axe des abscisses en deux points, (-2;0) et (p;0).

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Trouvez la valeur de p. [1]
- (b) Trouvez la valeur de
 - (i) a.
 - (ii) b.
 - (iii) c. [5]
- (c) Écrivez l'équation de l'axe de symétrie de la représentation graphique. [1]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question (on 6)
-------------------------	-------



7. prote maximale. 0	7.	[Note	maximale	: :	6
----------------------	----	-------	----------	-----	---

Un météorologue modélise la hauteur d'un ballon à air chaud lancé à partir du sol. Le modèle suppose que le ballon monte verticalement et parcourt 450 mètres au cours de la première minute.

En raison de la baisse de température à mesure que le ballon monte, ce dernier ralentira continuellement. Le modèle suggère que chaque minute, le ballon va parcourir seulement $82\,\%$ de la distance parcourue au cours de la minute précédente.

(a)	Trouvez la hauteur atteinte par le ballon $10\ \mathrm{minutes}$ après son lancement.	[3]
(b)	Le ballon doit atteindre une hauteur d'au moins 2520 mètres.	
	Déterminez s'il atteindra cette hauteur.	[2]
(c)	Suggérez une limite du modèle donné.	[1]



Deux droites L_1 et L_2 sont définies par les équations suivantes, où $p\!\in\!\mathbb{R}$.

$$L_1: r = \begin{pmatrix} 2 \\ p+9 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} p \\ 2p \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$L_2$$
: $r = \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \\ p+12 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} p+4 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}$

On sait que $L_{\scriptscriptstyle 1}$ et $L_{\scriptscriptstyle 2}$ sont perpendiculaires.

- (a) Trouvez la ou les valeurs possibles pour p. [3]
- (b) Dans le cas où p < 0, déterminez si les droites se coupent. [4]

 	 •
 	 •

Un vendeur de journaux à Singapour tente de prédire le nombre d'exemplaires du *Straits Times* qu'il vendra. Le vendeur construit un modèle pour prédire le nombre d'exemplaires qu'il vendra chaque jour de la semaine. Selon ce modèle, on s'attend à ce que le même nombre d'exemplaires soit vendu chaque jour.

Pour tester le modèle, le nombre d'exemplaires qu'il vend chaque jour de la semaine au cours d'une semaine donnée est enregistré. Ces données sont présentées dans le tableau.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Nombre d'exemplaires vendus	74	97	91	86	112

Un test d'ajustement, au niveau de signification de 5 %, est utilisé sur ces données afin de déterminer si le modèle du vendeur est approprié. La valeur critique pour ce test est de 9,49.

(a)		vez une estimation du nombre d'exemplaires que le vendeur espère vendre ue jour.	[1]
(b)	(i)	Indiquez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative pour ce test.	
	(ii)	Écrivez le nombre de degrés de liberté pour ce test.	
	(iii)	Écrivez la conclusion du test. Donnez une raison pour votre réponse.	[7]



[2]

10. [Note maximale : 6]

Un fabricant de chocolats produit ces derniers en paquets, affirmant qu'il y a en moyenne 85 chocolats par paquet.

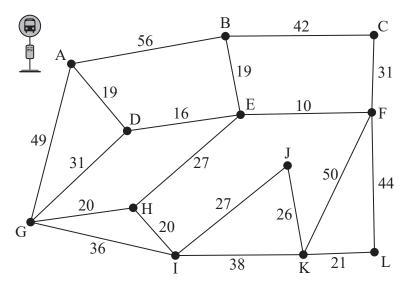
Talha a acheté 30 de ces paquets dans le but de vérifier l'affirmation du fabricant.

Étant donné que le nombre de chocolats individuels est x, Talha a trouvé que, pour ses 30 paquets, $\sum x = 2506$ et $\sum x^2 = 209738$.

- (a) Trouvez un estimateur sans biais pour le nombre moyen (μ) de chocolats par paquet. [1]
- (b) Utilisez la formule $s_{n-1}^2 = \frac{\sum x^2 \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}$ pour déterminer un estimateur sans biais pour la variance du nombre de chocolats par paquet.
- (c) Trouvez un intervalle de confiance de 95% pour μ . Vous pouvez supposer que toutes les conditions pour construire un intervalle de confiance sont satisfaites. [2]
- (d) Suggérez, en donnant une justification, une conclusion valide à laquelle Talha pourrait arriver. [1]



Le diagramme ci-dessous montre un réseau de routes dans un petit village dont les poids indiquent la distance de chaque route, en mètres, et dont les intersections sont indiquées par des lettres.



Musab doit distribuer des dépliants à chaque maison sur chaque route. Il souhaite minimiser sa distance totale.

(a) Musab commence et finit à l'arrêt d'autobus du village situé en A. Déterminez la distance totale que Musab devra parcourir à pied.

[5]

Au lieu de devoir prendre l'autobus pour aller au village, la sœur de Musab lui propose de le déposer à n'importe quelle intersection et de le reprendre à n'importe quelle autre intersection de son choix.

(b)	Expliquez quelles intersections Musab devrait choisir comme point de départ et point	
	d'arrivée.	[2]



Soit
$$z_1 = 3\operatorname{cis}\Bigl(\frac{3\pi}{4}\Bigr)$$
 et $z_2 = 2\operatorname{cis}\Bigl(\frac{n\pi}{16}\Bigr)$, $n \in \mathbb{Z}^+$.

- (a) Dans les parties (a)(i) et (a)(ii), donnez vos réponses sous la forme $re^{i\theta}$, $r \ge 0$, $-\pi < \theta \le \pi$.
 - (i) Trouvez la valeur de z_1^3 .
 - (ii) Trouvez la valeur de $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$ pour n=2. [5]
- (b) Trouvez la plus petite valeur de n telle que $z_1 z_2 \in \mathbb{R}^+$. [3]



- 16 - 2221–7216

[3]

13. [Note maximale: 8]

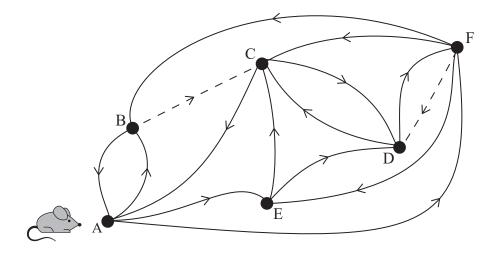
Le graphe ci-dessous montre un petit labyrinthe sous la forme d'un réseau de chemins orientés. Les sommets A à F montrent les intersections dans le labyrinthe et les arêtes montrent les chemins qu'il est possible d'emprunter pour aller d'un sommet à l'autre.

Une souris est placée au sommet A et se promène librement dans le labyrinthe. Les chemins indiqués par des traits pointillés indiquent des chemins saupoudrés de sucre.

Lorsque la souris atteint une intersection, elle se repose pendant un temps constant avant de continuer.

À toute intersection, on peut également supposer que :

- la souris choisit n'importe quel chemin normal disponible avec une probabilité égale
- si l'intersection comporte un chemin saupoudré de sucre, la probabilité de choisir ce chemin est le double de celle de choisir un chemin normal.



- (a) Déterminez la matrice de transition pour ce graphe.
- (b) Si on laissait la souris errer indéfiniment dans le labyrinthe, utilisez votre calculatrice à écran graphique pour estimer le pourcentage de temps que la souris passerait au point F. [3]
- (c) Commentez votre réponse à la partie (b), en faisant référence à au moins une limite du modèle. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la	question	13)
--------------	----------	-----



Une transformation géométrique $T: \binom{x}{y} \mapsto \binom{x'}{y'}$ est définie par

$$T: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -10 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Trouvez les coordonnées de l'image du point (6; -2). [2]
- (b) Sachant que $T: \binom{p}{q} \mapsto 2 \binom{p}{q}$, trouvez la valeur de p et la valeur de q. [3]
- (c) Un triangle L dont les sommets sont situés sur le plan xy est transformé par T.

Expliquez pourquoi ${\cal L}$ et son image auront exactement la même aire.	[2]
--	-----



15 .	[Note	maximale	:	71
-------------	-------	----------	---	----

Le nombre de cafés vendus par heure dans un café indépendant est modélisé par une distribution de Poisson avec une moyenne de 22 cafés par heure.

Sheila, la propriétaire du café, souhaite augmenter le nombre de cafés vendus dans son commerce. Elle décide d'offrir une réduction aux clients qui achètent plus d'un café.

Pour tester le succès de cette stratégie, Sheila enregistre le nombre de cafés vendus sur une période unique de 5 heures. Sheila décide d'utiliser un niveau de signification de 5% dans son test.

(a)	Indiquez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative pour ce test.	[1]
(b)	Trouvez la probabilité que Sheila commette une erreur de type I dans sa conclusion.	[4]
She	ila trouve que 126 cafés ont été vendus au cours de la période de 5 heures.	
(c)	Indiquez la conclusion de Sheila à son test. Justifiez votre réponse.	[2]



Tournez la page

Une particule P se déplace en ligne droite, de sorte que son déplacement x au temps t ($t \ge 0$) est défini par l'équation différentielle $\dot{x} = x \cos t \left(\mathrm{e}^{-\sin t} \right)$. Au temps t = 0, $x = \frac{1}{\mathrm{e}}$.

(a) En utilisant la méthode d'Euler avec un pas de longueur 0,1, trouvez une valeur approchée pour x lorsque t=0,3.

[3]

(b) En résolvant l'équation différentielle, trouvez le pourcentage d'erreur dans votre approximation pour x lorsque t = 0,3.

[5]

٠	 •	•	٠	•	•	•	•	•	•		•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	 •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•		 •
								-						-										-		-				-	-							-			-			-											-			-						-							
								-						-										-		-				-	-			-				-			-			-														-						-							
								-																-						-								-			-																	-						-							
														-				•										٠					-									٠		-					-	٠																		-	٠		

Références :

© Organisation du Baccalauréat International 2021

