

Matemáticas Nivel medio Prueba 1

Jueves 4 de mayo de 2017 (tarde)

| Nún | nero | de c | onvo | cator | i | a de | l alur | nno | |
|-----|------|------|------|-------|---|------|--------|-----|--|
| | | | | | | | | | |

1 hora 30 minutos

15 páginas

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

16EP01

2217-7309

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16FP02

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

| | , ou o , | co passo communication in topassica on or copassic que que un actual de inte | . |
|----|----------|--|----------|
| 1. | [Pun | tuación máxima: 6] | |
| | En u | na progresión aritmética, el primer término es 3 y el segundo término es 7. | |
| | (a) | Halle la diferencia común. | [2] |
| | (b) | Halle el décimo término. | [2] |
| | (c) | Halle la suma de los diez primeros términos de la progresión. | [2] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |



Los vectores $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} k+3 \\ k \end{pmatrix}$ son perpendiculares entre sí.

(a) Halle el valor de k. [4]

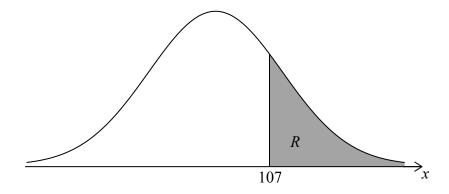
(b) Sabiendo que c = a + 2b, halle c. [3]

| |
|------|
| |
| |
| |



3. [Puntuación máxima: 6]

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 100. La siguiente figura muestra la curva de la distribución normal para X.



Sea $\it R$ la región sombreada situada bajo la curva y a la derecha del $\it 107$. El área de $\it R$ es igual a $\it 0,24$.

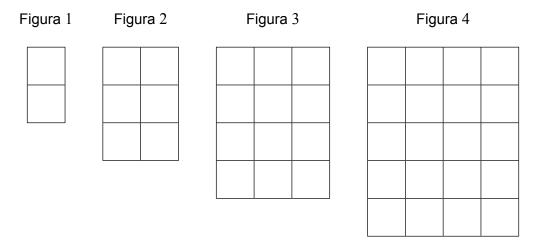
- (a) Escriba P(X > 107). [1]
- (b) Halle P(100 < X < 107). [3]
- (c) Halle P(93 < X < 107). [2]

| ٠. | • | • | ٠ | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | | • | • | • | • | • | - | • | • | • | • | | • | • | ٠. | • | • • |
|----|---|-------|-------|-------|------|---|-------|-------|---|-------|---|-------|---|------|---|-------|---|-------|---|-------|-------|---|-------|-------|-------|-------|------|---|-------|----|---|-----|
| ٠. | • | • | • | • | | • | • | - | • | • | • | ٠ | • | | • | • | • | • | • | • | • | - | • | • | • | • | | • | | ٠. | • | |
| ٠. | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | - | • | | | - | - | • | | | | | | |
| ٠. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | - | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4. [Puntuación máxima: 6]

Las siguientes figuras constan de filas y columnas de cuadrados. Las figuras van formando un patrón continuado.

La Figura 1 tiene dos filas y una columna. La Figura 2 tiene tres filas y dos columnas.



La Figura 5 tiene p filas y q columnas.

- (a) Escriba el valor de
 - (i) *p*;
 - (ii) q.

[2]

Cada cuadradito tiene un área de $1\,\mathrm{cm}^2$. Sea A_n el área total de la Figura n. La siguiente tabla muestra los cinco primeros valores de A_n .

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------|---|---|----|----|---|
| A_n (cm ²) | 2 | 6 | 12 | 20 | k |

(b) Halle el valor de k.

[2]

(c) Halle una expresión para A_n en función de n .

[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 4: continuación)



5. [Puntuación máxima: 6]

Sea $f'(x) = \frac{3x^2}{\left(x^3 + 1\right)^5}$. Sabiendo que f(0) = 1, halle f(x).

| ٠. | • | | | ٠. | | | ٠. | • | ٠. | • | | • | | | • | | | ٠. | | ٠. | ٠ | | ٠. | • | | | | ٠. | ٠. | | ٠. | ٠. | • | | ٠. | | | ٠. | • | ٠. | • |
|-----|---|---|-----|----|---|---------|-----|---|---------|---|-----|---|---|---|---|---|---|----|---|-----|---|-----|----|---|-----|---|---|-----|----|-------|-----|----|---|-----|----|---|-----|----|---|----|---|
| ٠. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | _ | | | | | | | | | | | | | | | _ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • • | • | • | • • | • | • | • • | • • | • | • • | • | • • | • | • | • | • | • | • | • | • | • • | • | • • | • | • | • • | • | • | • • | | • | • • | • | • | • • | • | • | • • | | • | | • |
| | | | | | | | | | | _ | | | | | | | | | | | _ | | | _ | | | | | | | | | | | | | | | | | |



6. [Puntuación máxima: 5]

Los valores de las funciones f y g y sus derivadas para $x=1\,$ y $x=8\,$ se muestran en la siguiente tabla.

| x | f(x) | f'(x) | g(x) | g'(x) |
|---|------|-------|------|-------|
| 1 | 2 | 4 | 9 | -3 |
| 8 | 4 | -3 | 2 | 5 |

Sea h(x) = f(x)g(x).

| (a |) Halle $h(1)$. | [2] |
|----|------------------|-----|
| | | |

(b) Halle h'(8). [3]

| • • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | • | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | • | • | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | • | • • |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ٠ | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| - | - | | _ | - | - | | - | - | | | - | - | | | - | - | | | - | - | | | - | - | | | - | - | | | - | | - | - | | - | - | | - | | - | - | | - | | | - | | | - | | - | - | | - |



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



7. [Puntuación máxima: 7]

Resuelva $\log_2(2\operatorname{sen} x) + \log_2(\cos x) = -1$, para $2\pi < x < \frac{5\pi}{2}$.

.....

.....

.....

.....

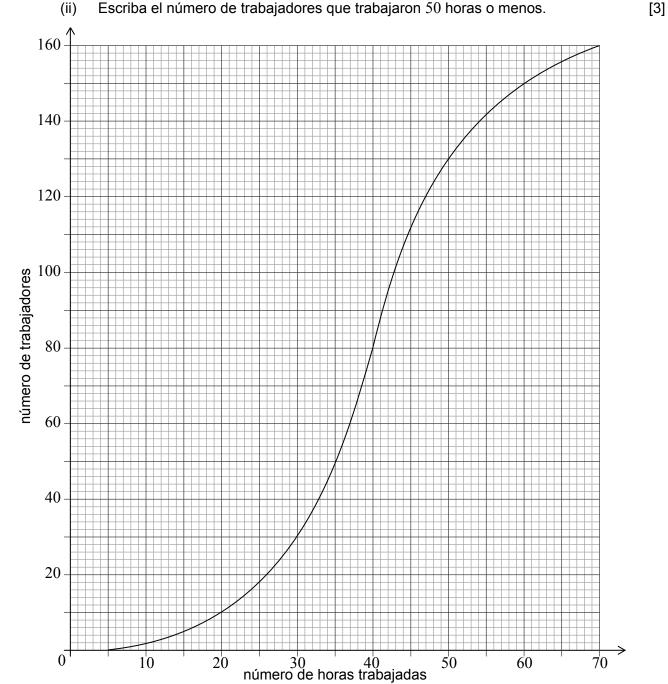
Sección B

Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 14]

> Un ayuntamiento contrató a 160 trabajadores para un festival. La siguiente curva de frecuencias acumuladas muestra el número de horas que trabajaron durante el festival estos trabajadores.

- Halle la mediana del número de horas que trabajaron estos trabajadores. (a) (i)
 - (ii) Escriba el número de trabajadores que trabajaron 50 horas o menos.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 8: continuación)

El ayuntamiento pagó a cada trabajador GBP8 por hora para las 40 primeras horas trabajadas y GBP10 por hora por cada hora trabajada después de esas primeras 40 horas.

- (b) Halle cuánto dinero ganó un trabajador que trabajó
 - (i) 40 horas;
 - (ii) 43 horas. [4]
- (c) Halle el número de trabajadores que ganaron GBP200 o menos. [3]
- (d) Solo hubo 10 trabajadores que ganaran más de GBP k. Halle el valor de k. [4]

9. [Puntuación máxima: 16]

Nota: En esta pregunta, las distancias están en metros y el tiempo está en segundos.

Dos partículas P_1 y P_2 empiezan a moverse al mismo tiempo partiendo de un punto $\bf A$ pero siguiendo rectas diferentes.

Al cabo de t segundos, la posición de P_1 viene dada por $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(a) Halle las coordenadas de A.

[2]

Dos segundos después de partir de A, P_1 se encuentra en el punto B.

- (b) Halle
 - (i) \overrightarrow{AB} ;
 - (ii) $\begin{vmatrix} \overrightarrow{AB} \end{vmatrix}$. [5]

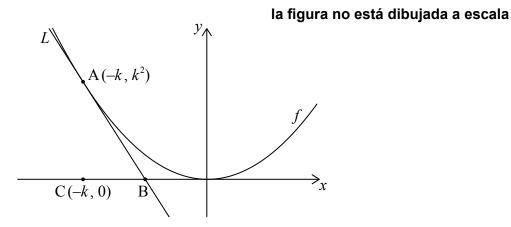
Dos segundos después de partir de A, P_2 se encuentra en el punto C, donde $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

- (c) Halle $\cos B\hat{A}C$. [5]
- (d) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la distancia que hay entre P_1 y P_2 dos segundos después de partir de A. [4]



10. [Puntuación máxima: 17]

Sea $f(x) = x^2$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



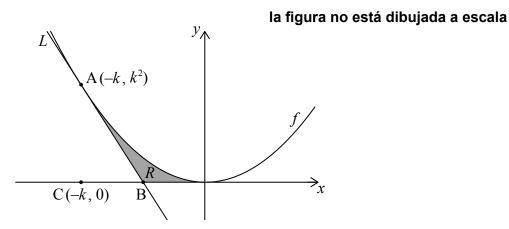
La recta L es la tangente al gráfico de f en el punto $A(-k,k^2)$ y corta al eje x en el punto B. El punto C es (-k,0).

- (a) (i) Escriba f'(x).
 - (ii) Halle la pendiente de L.

(b) Muestre que la coordenada x de B es $-\frac{k}{2}$. [5]

(c) Halle el área del triángulo ABC, en función de k. [2]

La región ${\it R}$ está delimitada por ${\it L}$, el gráfico de ${\it f}$ y el eje ${\it x}$. Esta información se muestra en la siguiente figura.



(d) Sabiendo que el área del triángulo ABC es igual a p veces el área de R , halle el valor de p .



[7]

[3]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

