

## Planche 1

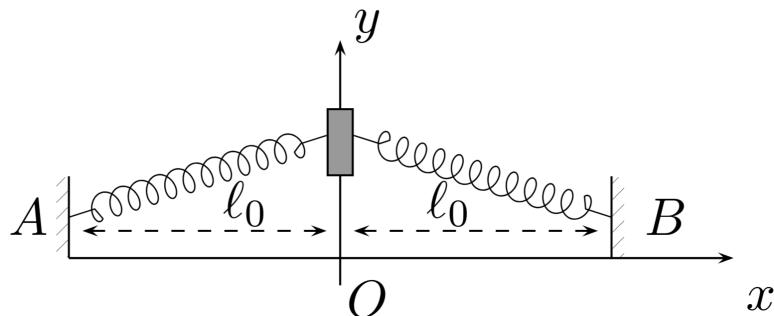
### Questions de cours

**Question P3 :** Établir l'équation différentielle d'un système masse-ressort horizontal. Identifier la pulsation propre.

**Question P4 :** Représenter un graphe énergétique standard d'un mouvement conservatif à une dimension, et commenter les différents mouvements observés (trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle, positions d'équilibre stables et instables).

### Exercice 1 : Système masse-ressorts (P3-P4)

Une masse  $m$  peut se déplacer sans frottement sur l'axe horizontal  $Oy$ . Elle est reliée à deux points fixes  $A$  et  $B$  situés symétriquement de part et d'autre de l'origine  $O$  sur l'axe  $Ox$ , par deux ressorts identiques de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . A l'équilibre la masse est située en  $O$  et les ressorts ont une longueur  $\ell_0$ .



1. Exprimer la longueur de chaque ressort en fonction de  $y$  et  $\ell_0$ .
2. En déduire l'énergie potentielle élastique totale  $E_p(y)$  du système.
3. Déterminer la ou les positions d'équilibre. Discuter selon la valeur de  $\ell_0$ .
4. Tracer l'allure de  $E_p(y)$  dans les deux cas :  $\ell_0 = 0$  et  $\ell_0 > 0$ .
5. Analyser qualitativement la stabilité de chaque position d'équilibre.
6. Pour  $\ell_0 = 0$ , montrer que le système est harmonique et déterminer la pulsation propre.
7. Dans ce cas ( $\ell_0 = 0$ ), établir l'équation différentielle du mouvement et donner l'expression de  $y(t)$  sachant que la masse est lâchée sans vitesse initiale depuis  $y = a$ .
8. Déterminer la valeur maximale de la vitesse et la ou les positions où elle est atteinte.

**Données :** constante de raideur  $k$ , longueur à vide  $\ell_0$ , masse  $m$ ,  $\vec{g}$  : champ de pesanteur