Planche 2

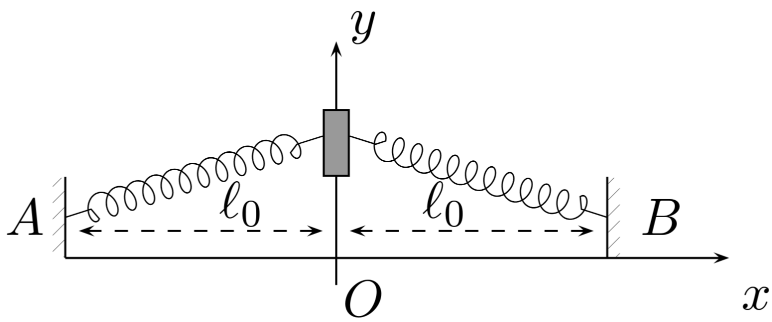
Questions de cours

Question P3 : Écrire l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique sous forme canonique ; indiquer la forme des solutions. Caractériser l'évolution temporelle d'un oscillateur harmonique en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.

Question P4 : Définir l'énergie mécanique. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique et le démontrer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 1 : Système masse-ressorts (P3-P4)

Une masse m peut se déplacer sans frottement sur l'axe horizontal Oy. Elle est reliée à deux points fixes A et B situés symétriquement de part et d'autre de l'origine O sur l'axe Ox, par deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. A l'equilibre la masse est située en O et les ressorts ont une longueur ℓ_0.



1. Exprimer la longueur de chaque ressort en fonction de y et ℓ_0.
2. En déduire l'énergie potentielle élastique totale $E_p(y)$ du système.
3. Déterminer la ou les positions d'équilibre. Discuter selon la valeur de ℓ_0.
4. Tracer l'allure de $E_p(y)$ dans les deux cas : $\ell_0 = 0$ et $\ell_0 > 0$.
5. Analyser qualitativement la stabilité de chaque position d'équilibre.
6. Pour $\ell_0 = 0$, montrer que le système est harmonique et déterminer la pulsation propre.
7. Dans ce cas ($\ell_0 = 0$), établir l'équation différentielle du mouvement et donner l'expression de $y(t)$ sachant que la masse est lâchée sans vitesse initiale depuis $y = a$.
8. Déterminer la valeur maximale de la vitesse et la ou les positions où elle est atteinte.

Données : constante de raideur k, longueur à vide ℓ_0, masse m, $\vec{g}$: champ de pesanteur