

Planche Bonus

Exercice : Skateur sur une rampe circulaire avec décollement

Un skateur de masse m , assimilé à un point matériel, descend l'intérieur d'une rampe circulaire de rayon R . Il part du point le plus haut (angle $\theta = 0$ par rapport à la verticale descendante) avec une vitesse initiale horizontale v_0 . On néglige tout frottement.

1. Mise en équation du mouvement

- (a) Établir l'équation différentielle du mouvement tant que le skateur reste en contact avec la rampe.
- (b) En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, établir l'intégrale première du mouvement.
- (c) En déduire l'expression de $v^2(\theta)$ en fonction de θ , v_0 , g et R .

2. Réaction normale et condition de contact

- (a) Déterminer l'expression de la réaction normale $N(\theta)$ de la rampe sur le skateur.
- (b) Établir la condition sur v_0 pour que le skateur reste toujours en contact avec la rampe.
- (c) Pour $v_0 = 0$, déterminer l'angle de décollement θ_d .
- (d) Pour $v_0 = \sqrt{gR}$, y a-t-il décollement ? Si oui, à quel angle ?

3. Trajectoire après décollement

- (a) Si le skateur décolle à l'angle θ_d , déterminer les composantes de sa vitesse au moment du décollement dans le référentiel du laboratoire.
- (b) Établir les équations paramétriques de sa trajectoire après décollement.
- (c) La rampe est située à une hauteur $h = 2R$ au-dessus du sol. Déterminer si le skateur retombe sur la rampe ou directement au sol pour le cas $v_0 = 0$.

4. Analyse graphique et énergétique

- (a) Tracer qualitativement $N(\theta)$ pour différentes valeurs de $v_0/\sqrt{gR} \in \{0; 0,5; 1; 2\}$.
- (b) Calculer l'énergie cinétique au moment du décollement pour $v_0 = 0$ et comparer avec l'énergie potentielle perdue depuis le départ.