

## Planche 2

### Questions de cours

**Question P3 :** Établir l'équation différentielle du mouvement d'un pendule simple. Décrire les solutions dans le cas de petites oscillations.

### Exercice : Coup franc avec frottements

On étudie dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen de repère fixe  $Oxyz$ , un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur  $h = 2,44$  m. Le ballon de masse  $m = 430$  g est assimilé à un point matériel M posé sur le sol initialement en O. Le mur, de hauteur 1,90 m, est situé à 9,15 m du ballon. Le ballon est lancé avec un vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  de norme  $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et formant un angle  $\alpha$  de  $20^\circ$  avec l'horizontale. L'origine des dates correspond au départ du ballon.

#### Partie 1 : Sans frottements

1. La seule force qui s'exerce sur le ballon au cours du mouvement étant son poids, en déduire que  $\vec{a} = \vec{g}$  en utilisant la deuxième loi de Newton.
2. Établir les lois horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire :

$$y(x) = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x$$

3. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ? Le tir est-il cadré ?

#### Partie 2 : Avec frottements

En réalité, les frottements existent et on les modélise par une force  $\vec{F} = -h\vec{v}$  où  $h$  est une constante positive de valeur  $5,0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $\vec{v}$  le vecteur vitesse de M à chaque instant.

4. Déterminer les équations horaires en introduisant la constante  $\tau = \frac{m}{h}$ . On posera  $A = V_0 \cos \alpha$  et  $B = V_0 \sin \alpha + g\tau$ .
5. Déterminer l'équation de la trajectoire. On utilisera la première équation pour exprimer  $t$  en fonction de  $x$  et on reportera dans la deuxième.
6. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ? Le tir est-il cadré ? Commenter l'influence des frottements.