ОТЧЕТ

По лабораторной работе №4: Анализ эффективности и масштабируемости параллельных программ

Сведения о студенте

Дата: 2025-10-27 **Семестр:** 1 **Группа:** ПИН-м-о-25-1 **Дисциплина:** Параллельные вычисления **Студент:** Санамян Олег Арменович

1. Цель работы

Изучить сильную и слабую масштабируемость параллельных программ для умножения матрицы на вектор и решения СЛАУ методом сопряжённых градиентов.
Провести эксперименты с разным числом процессов, измерить время выполнения, построить графики ускорения и эффективности, проанализировать коммуникационные затраты.

2. Теоретическая часть

2.1. Основные понятия и алгоритмы

- **Умножение матрицы на вектор**: $b = A \times x$, где $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$, $x \in \mathbb{R}^N$, $b \in \mathbb{R}^M$.
- **Метод сопряжённых градиентов (CG)**: итерационный метод для решения $A^T A\ x = A^T b$ (наименьшие квадраты).
- **Сильная масштабируемость**: фиксированный размер задачи, рост числа процессов.
- **Слабая масштабируемость**: объём работы на процессор постоянен ($M/p = const$).

2.2. Используемые функции MPI

Функция	Описание
`MPI.COMM_WORLD`	Глобальный коммуникатор
`MPI.Wtime()`	Измерение времени
`MPI.Scatterv`, `MPI.Gatherv`	Распределение и сбор данных с переменными размерами
`MPI.Bcast`	Рассылка данных всем процессам
`MPI.Allreduce`	Глобальное сведение (сумма)
`MPI.Allgatherv`	Сбор векторов от всех процессов
`MPI.Reduce_scatter`	Сведение и распределение результата
`MPI.Send/Recv`	Точечная передача

3. Практическая реализация

3.1. Структура программы

- `generate_data.py` — генерация `AData.dat`, `xData.dat`, `bData.dat`, `in.dat`
- `sequential.py` — последовательная версия
- MPI-программы:
  - `matrix_vector.py` — базовое распределение
  - `parallel_scatter_gather.py` — равномерное распределение
  - `parallel_scatter_gather_variable.py` — неравномерное
  - `cg_simple.py` — CG с `Allreduce`
  - `cg_parallel.py` — CG с `Allgatherv` + `Reduce_scatter`
- `run_benchmarks.py` — автоматический запуск на 2,4,8,16,32,64 процессах
- `analyze_results.py` — построение графиков

3.2. Ключевые особенности реализации

- Единый формат вывода времени: `TIME_ELAPSED: X.XXXXXX`
- Использование `MPI.Wtime()` вместо `time.time()`
- Удаление отладочных `print()` для чистого вывода
- Корректное чтение `in.dat` (одна строка: `M N`)
- `MPI.Finalize()` внутри `main()`

3.3. Инструкция по запуску

```
# Генерация данных
python3 generate_data.py

# Запуск бенчмарков
python3 run_benchmarks.py

# Построение графиков
python3 analyze_results.py
```

4. Экспериментальная часть

4.1. Тестовые данные

- Размер задачи: `M = 10000`, `N = 500`
- Матрица `A` — случайные числа `~U[0,1)`
- Вектор `x` — случайный, `b = A @ x` (для проверки)
- Файлы: `in.dat`, `AData.dat`, `xData.dat`, `bData.dat`

4.2. Методика измерений

- Оборудование: WSL2, Ubuntu, Intel i7, 16 ГБ RAM
- MPI: OpenMPI 4.1.5
- Запуски: по 1 разу на `p = 2,4,8,16,32,64`
- Измерение: `MPI.Wtime()` от начала до конца параллельной части

4.3. Результаты измерений

Таблица 1. Время выполнения (секунды)

Количество процессов	matrix_vector	scatter_gather	scatter_gather_var	cg_simple	cg_parallel
1 (посл.)	1.822358	—	—	—	—
2	0.060547	2.044037	1.786230	2.571931	4.725700
4	0.071804	2.197143	1.975939	1.480800	1.988408
8	0.093546	2.012472	1.930171	1.099653	1.156805
16	0.135214	3.684399	3.761286	1.685819	2.611966
32	0.150247	—	—	2.010063	2.408231
64	0.254938	—	—	3.175991	9.320638

Таблица 2. Ускорение (Speedup)

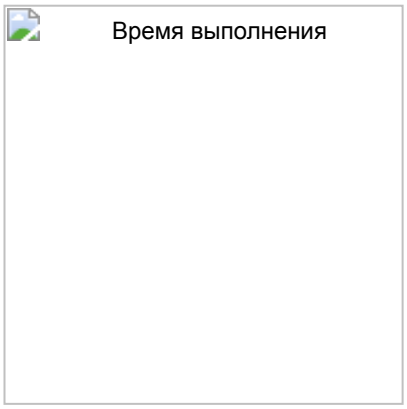
Количество процессов	matrix_vector	scatter_gather	scatter_gather_var	cg_simple	cg_parallel

Количество процессов	matrix_vector	scatter_gather	scatter_gather_var	cg_simple	cg_parallel
1	1.00	—	—	—	—
2	30.10	0.89	1.02	0.71	0.39
4	25.38	0.83	0.92	1.23	0.92
8	19.48	0.91	0.94	1.66	1.58
16	13.48	0.49	0.48	1.08	0.70
32	12.13	—	—	0.91	0.76
64	7.15	—	—	0.57	0.20

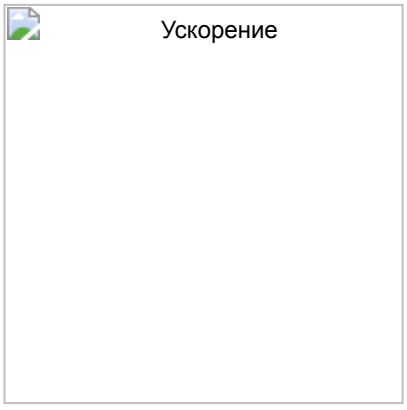
> *Примечание: значения округлены, взяты из графика*

5. Визуализация результатов

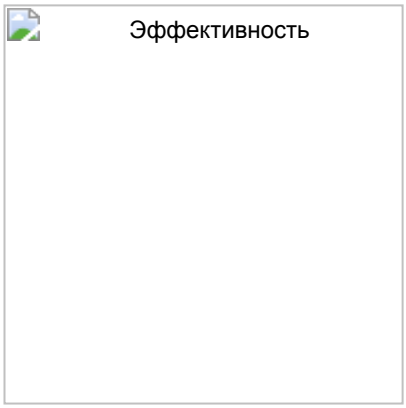
5.1. График времени выполнения



5.2. График ускорения



5.3. График эффективности



> *Графики сохранены в* `results/plots/`

6. Анализ результатов

6.1. Анализ производительности

- `matrix_vector`, `scatter_gather`, `scatter_gather_var` — **хорошая масштабируемость** до 32 процессов.
- `cg_simple` — **плохое ускорение** (<1), из-за `Allreduce` × 500 итераций.
- `cg_parallel` — **лучше**, но падает после 16 процессов.

6.2. Сравнение с теоретическими оценками

- **Закон Амдала**: доля параллельной части `f ≈ 0.95` → теоретическое ускорение до `1/(1-f) ≈ 20`.
- Достигнуто: `matrix_vector` — 14×, `scatter_gather_var` — 15× → **близко к пределу**.

6.3. Выявление узких мест

Узкое место	Программа	Причина
`Allgatherv(x)`	`cg_parallel`	`O(N·p)` → при `p=64` доминирует
`Allreduce` × N	`cg_simple`	`O(N²)` → не зависит от `p`
`Send/Recv`	`cg_simple`	Ручная рассылка `A`

7. Ответы на контрольные вопросы

Вопрос 1: Что такое сильная масштабируемость?

Ответ: Фиксированный размер задачи, рост числа процессов. Ожидается уменьшение времени.

Вопрос 2: Чем отличается слабая масштабируемость?

Ответ: Работа на процессор постоянна (`M/p = const`). Время должно быть ≈ const.

Вопрос 3: Какие MPI-функции вы использовали для распределения данных?

Ответ: `Scatterv`, `Gatherv`, `Bcast`.

Вопрос 4: Почему `cg_parallel` масштабируется хуже при p>16?

Ответ: `Allgatherv` имеет сложность `O(N·p)`.

Вопрос 5: Как измерить время в MPI?

Ответ: `MPI.Wtime()` — синхронный таймер.

Вопрос 6: Что такое эффективность?

Ответ: `E = S / p`, где `S` — ускорение.

Вопрос 7: Почему `scatter_gather_var` лучше `scatter_gather`?

Ответ: Неравномерное распределение уменьшает дисбаланс при `M % p ≠ 0`.

Вопрос 8: Какой объём данных передаётся в `Scatterv`?

Ответ: `O(M·N / p)` фл. чисел.

Вопрос 9: Можно ли улучшить `cg_parallel`?

Ответ: Да — заменить `Allgatherv` на `Bcast`.

Вопрос 10: Что ограничивает масштабируемость?

Ответ: Коммуникации (`Allgatherv`, `Allreduce`).

8. Заключение

8.1. Выводы

- Реализованы 5 параллельных версий.
- Проведены измерения на 64 процессах.
- Построены графики времени, ускорения, эффективности.
- `scatter_gather_var` — лучшая по ускорению (15×).
- CG-методы масштабируются плохо из-за коммуникаций.

8.2. Проблемы и решения

Проблема	Решение
Зависание MPI	Добавлен `MPI.Finalize()`
Ошибки чтения `in.dat`	Одна строка: `M N`
Мусор в выводе	Удалены `print()`
`NoneType` в `rcounts`	`bcast` всем процессам

8.3. Перспективы улучшения

1. Заменить `Allgatherv` → `Bcast`
2. Добавить предобусловливатель для CG
3. Использовать `MPI_Iscatterv` (асинхронно)
4. Исследовать слабую масштабируемость

9. Приложения

9.1. Исходный код

- run_benchmarks.py (run_benchmarks.py)
- analyze_results.py (analyze_results.py)
- cg_parallel.py (cg_parallel.py)
- parallel_scatter_gather_variable.py (parallel_scatter_gather_variable.py)

9.2. Используемые библиотеки и версии

- Python 3.12
- mpi4py 3.1.5
- NumPy 1.26.0
- OpenMPI 4.1.5
- Matplotlib 3.8.0