Решени обыкновенного д.у. второго порядка методом прогонки

Лекция 1.

(1)

$$Ly = f(x)$$

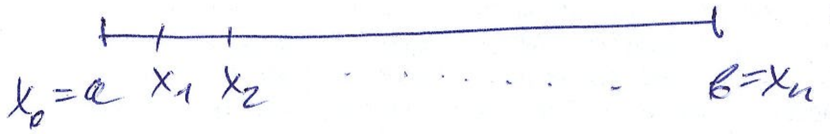
Пусть $Ly = -p(x)y'' + q(x)y' + r(x)y$

Граничные условия на $[a, b]$

$$\alpha_1 y(a) - \alpha_2 y'(a) = \alpha$$

$$\beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = \beta$$

Аппроксимация уравнения



$$h = \frac{b-a}{N}$$

~~ст~~ заменим конечно-разностными уравнениями

$$-p_i \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + q_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} +$$

$$+ r_i y_i = f_i$$

Перегруппировав коэффициенты получим

$$A_i y_{i-1} - B_i y_i + C_i y_{i+1} = G_i \qquad i = 1, 2, \dots n-1$$

аппроксимация $O(h^2)$

Аппроксимация граничных условий

Лекция

$$\alpha_1 y_0 - \alpha_2 \frac{y_1 - y_0}{h} = \alpha$$

$$\beta_1 y_n + \beta_2 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = \beta$$

Запишем эти выражения через коэффициенты A, B и C

$$-B_0 y_0 + C_0 y_1 = G_0$$

$$A_n y_{n-1} - B_n y_n = G_n$$

Запишем систему уравнений n+1 порядка относительно $y_0, y_1, \dots y_n$

$$\begin{cases} -B_0 y_0 + C_0 y_1 = G_0 \\ A_1 y_0 - B_1 y_1 + C_1 y_2 = G_1 \\ A_2 y_1 - B_2 y_2 + C_2 y_3 = G_2 \\ \text{— — — — — — — — —} \\ A_i y_{i-1} - B_i y_i + C_i y_{i+1} = G_i \\ \text{— — — — — — — — —} \\ A_n y_{n-1} - B_n y_n = G_n \end{cases}$$