Будем искать решение в (3)

виде $y_i = s_i y_{i+1} + t_i$ Лекция 11 $i=0,1,\dots,n$

s_i и t_i называются прогоночными коэффициентами. Их надо найти

Подставим y_{i-1} в i-тое уравнение системы

$$A_i(s_{i-1}y_i + t_{i-1}) - B_i y_i + C_i y_{i+1} = G_i$$

Выразим y_i

$$\underline{A_i s_{i-1} y_i} + A_i t_{i-1} \underline{- B_i y_i} + C_i y_{i+1} = G_i$$

$$y_i(A_i s_{i-1} - B_i) = -C_i y_{i+1} - A_i t_{i-1} + G_i$$

$$y_i = \frac{C_i}{B_i - A_i s_{i-1}} y_{i+1} + \frac{A_i t_{i-1} - G_i}{B_i - A_i s_{i-1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{s_i = \frac{C_i}{B_i - A_i s_{i-1}} \qquad t_i = \frac{A_i t_{i-1} - G_i}{B_i - A s_{i-1}}}$$

это выражения для прогоночных коэффициентов.

Из "0"-го уравнения системы

$$-B_0 y_0 + C_0 y_1 = G_0$$

или

$$y_0 = \frac{C_0}{B_0} y_1 - \frac{G}{B_0}$$

сравнивая с

$y_0 = S_0 y_1 + t_0$ находим

$$S_0 = \frac{C_0}{B_0} \quad \text{и} \quad t_0 = -\frac{G_0}{B_0}$$

C_0, B_0 и G_0 находится из левого граничного условия

зная S_0 и t_0 находим S_i и t_i для i от 1 до N

В N-ной точке на правой границе

$$A_n y_{n-1} - B_n y_n = G_n$$

коэффициент $C_n = 0$!, значит

$S_n = 0$ и $\boxed{y_n = t_n}$

зная y_n находим $y_{n-1} = S_{n-1} y_n + t_{n-1}$

и т. д. до y_0

Отметим, что хотя сама схема 5

$O(h^2)$ но производная $O(h)$

поэтому решение $O(h)$ Лекция 11

Рассмотрим аппроксимацию граничных уравнений второго порядка

Введем сетку так, чтобы

$x_0 = a - h/2$ и $x_{n+1} = b + h/2$

сетка называется сдвинутой.

г. у.

$$\alpha_1 \frac{y_0+y_1}{2} - \alpha_2 \frac{y_1-y_0}{h} = \alpha$$

полусумма для точек a и b.

$$\beta_1 \frac{y_{n+1}+y_n}{2} + \beta_2 \frac{y_{n+1}-y_n}{h} = \beta$$

В результате

$$\begin{cases} -B_0 y_0 + C_0 y_1 = G_0 \\ A_i y_{i-1} - B_i y_i + C_i y_{i+1} = G_i \\ A_{n+1} y_n - B_{n+1} y_{n+1} = G_{n+1} \end{cases}$$

Решаем аналогично.