电阻网络

段元兴

2020 年 3 月 30 日

Content

1 纯电阻网络

1.1 计算结果与耗时

表 1: 纯电阻网络阻值

规模	方法	正方形网络对角	正方形网络邻角	三角形网络	六边形网络
1	分解法	1.000000000000	0.750000000000	0.666666666667	-
	迭代法	1.000000000000	0.750000000000	0.666666666667	-
4	分解法	2.136363636364	1.901515151515	1.674796747967	2.819373942470
	迭代法	2.136363636364	1.901515151515	1.674796747967	2.819373942470
16	分解法	3.685592463431	3.463587937288	3.024372524685	6.534376528387
	迭代法	3.685592463431	3.463587937288	3.024372524685	6.534376528387
64	分解法	5.392376786288	5.171646779480	4.503230022408	10.835436744804
	迭代法	5.392376786288	5.171646779479	4.503230022408	10.835436744804
256	分解法	7.142626030195	6.921984387704	6.019041361975	15.345275264273
	迭代法	7.142626030199	6.921984387707	6.019041361975	15.345275264276
1024	分解法	8.903985943880	8.683349963979	7.544427062276	19.911812607921
	迭代法	8.903985944525	8.683349964498	7.544427062273	19.911812607780

表 2: 耗时(CPU: Ryzen 2700x, 单线程, 仅含解方程的时间, 单位: ms)

规模	方法	正方形网络对角	正方形网络邻角	三角形网络	六边形网络
1	分解法	0.016	0.002	0.003	–
	迭代法	0.053	0.054	1.392	–
4	分解法	0.009	0.005	0.005	0.005
	迭代法	0.058	0.062	3.172	0.410
16	分解法	0.123	0.116	0.056	0.057
	迭代法	0.511	0.509	1.001	0.415
64	分解法	6.567	6.530	3.421	3.265
	迭代法	22.500	24.670	12.120	11.517
256	分解法	847.316	848.127	417.046	422.223
	迭代法	1392.536	1813.554	716.513	754.238
1024	分解法	204815.786	196280.548	98058.678	97958.859
	迭代法	113630.867	128660.263	51435.261	54972.338

1.2 直接解法-带状对称矩阵Cholesky分解法

这里使用了带状对称矩阵的Cholesky分解法, 构造完带状矩阵之后直接分解然后求解2个三角方程组即可.

1.3 迭代解法-稀疏矩阵共轭梯度迭代法

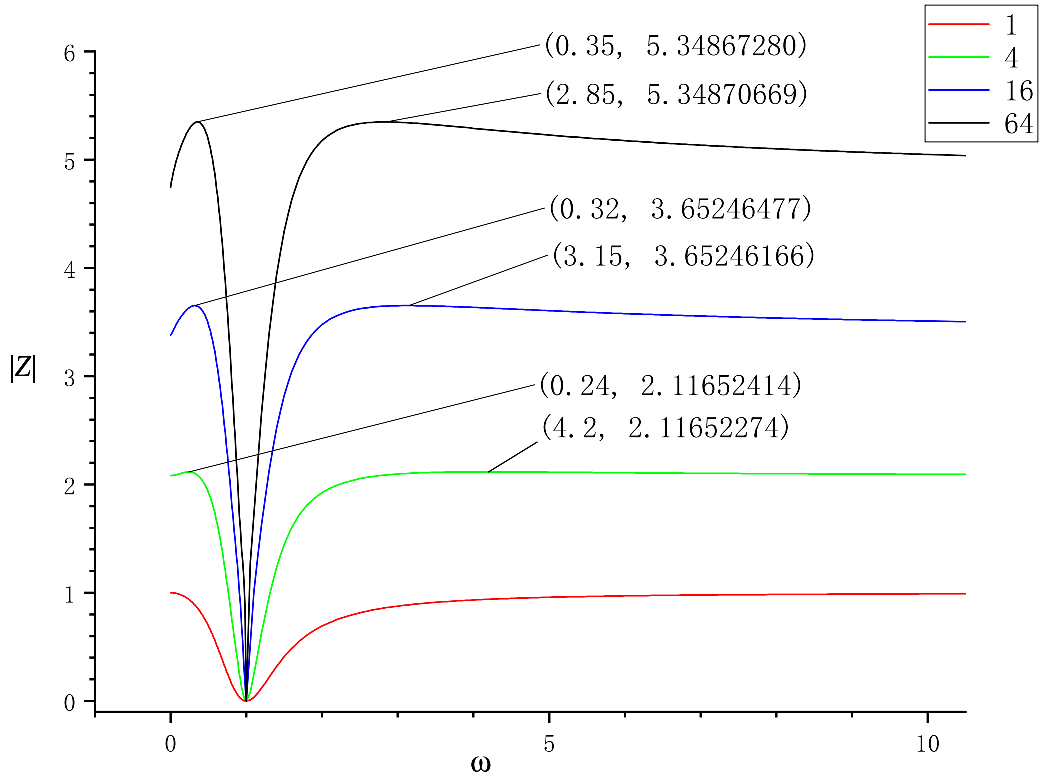
由于构造出来的矩阵是稀疏的 (每行只有几个元素非零), 所以在使用迭代法的时候, 采用稀疏矩阵 (对使用带状矩阵也进行过测试, 得到的耗时是稀疏矩阵的几倍).

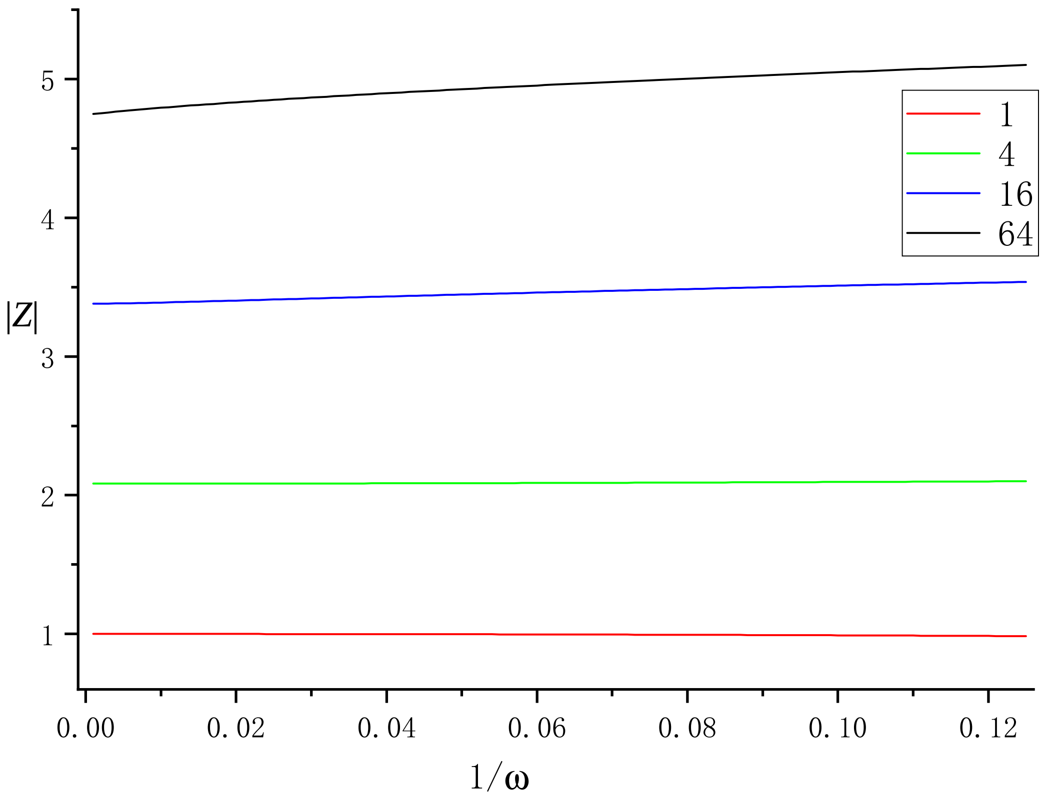
1.4 耗时比较

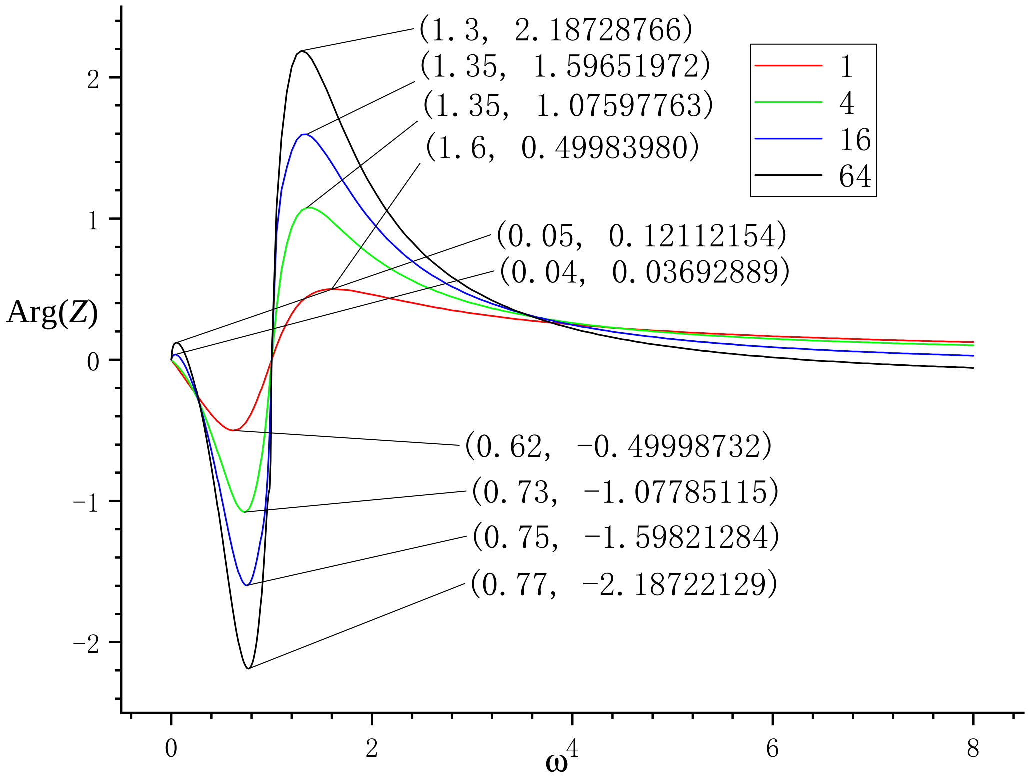
发现$O(n^3)$的直接解法的常数因子比迭代法小很多, 但是在大约512的规模下, 迭代法已经比直接解法快了.

2 交流网络

2.1 计算结果与耗时






(1.3, 2.18728766)
(1.35, 1.59651972)
(1.35, 1.07597763)
(1.6, 0.49983980)
(0.05, 0.12112154)
(0.04, 0.03692889)
(0.62, −0.49998732)
(0.73, −1.07785115)
(0.75, −1.59821284)
(0.77, −2.18722129)
1
4
16
64
Arg(Z)
ω
2
1
0
−1
−2
0
2
4
6
8

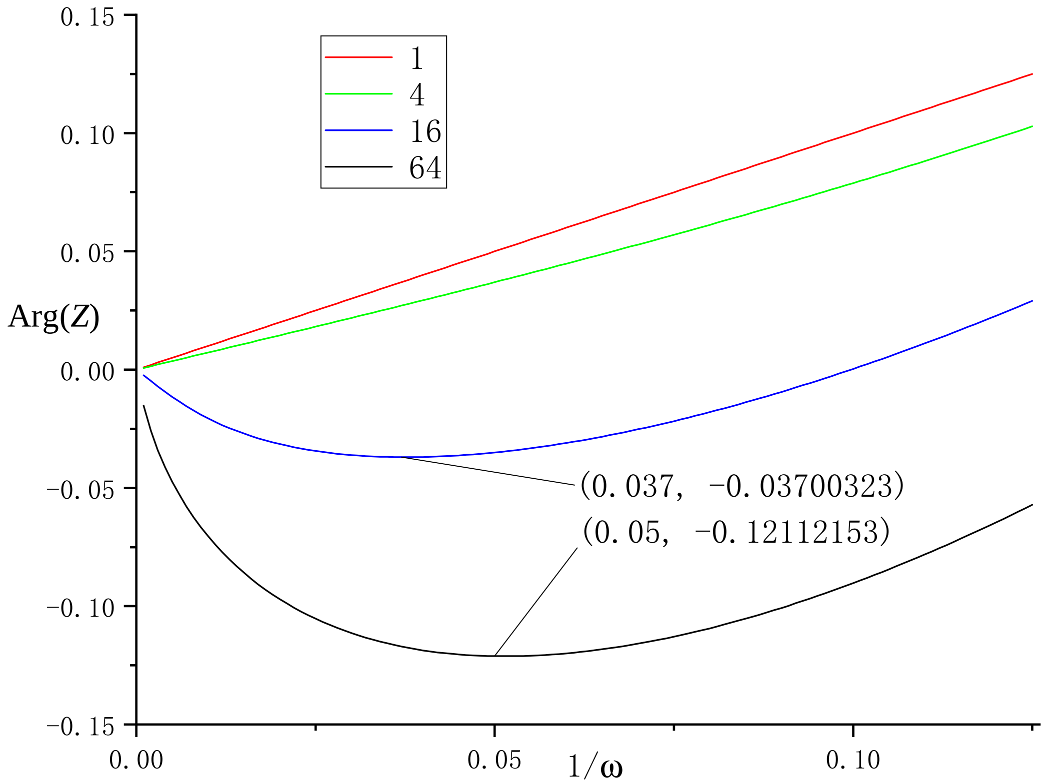

1
4
16
64
Arg(Z)
(0.037, −0.03700323)
(0.05, −0.12112153)
0.15
0.10
0.05
0.00
−0.05
−0.10
−0.15
0.00
0.05
0.10
1/ω

表 3: $\omega = 0.5$下的耗时(CPU: Ryzen 2700x, 单线程, 仅含解方程的时间, 单位: ms)

规模	实矩阵分解	直接分解	实矩阵迭代	直接迭代	厄密矩阵迭代
1	0.006	0.008	0.065	0.054	0.051
4	0.011	0.007	0.135	0.310	0.081
16	0.232	0.090	5.217	1.015	2.889
64	17.647	6.433	1457.477	100k次迭代不收敛	532.640

2.2 直接解法-带状对称矩阵Cholesky分解法

2.2.1 转换成实矩阵

由于n个$\mathbb{C}$上的线性方程可以写成2n个$\mathbb{R}$上的线性方程, 所以将矩阵进行保持对称性的变形后可以直接利用之前的程序计算.

2.2.2 直接套用实矩阵

直接将原来的分解套用于复矩阵即可.

2.3 迭代解法-共轭梯度迭代法

2.3.1 转换成实矩阵

同上, 转换成2n维实矩阵后直接利用原来的程序计算.

2.3.2 直接套用实矩阵

套用实矩阵的共轭梯度算法, 不改变内积形式 (不取共轭再内积)直接计算.

2.3.3 转换成厄密矩阵

把原来的内积形式改为$x^\dagger y$, 将原有的方程改写为$A^\dagger Ax = A^\dagger b$再进行迭代 (可以通过乘2次矩阵以避免出现矩阵乘法和乘出来的稠密矩阵).

2.4 耗时比较

转换成实矩阵再分解会慢很多 (由于维数和带宽加倍), 转换成厄密矩阵的计算的结果收敛性比直接迭代或转换成实矩阵好很多.