

# 钢琴弦列的声学特性与理想弦振动模型

大连大学 刘金寿 刘 远

【摘 要】应用物理声学的弦振动模型,分析钢琴弦列的物理结构与声学特性,阐述计算单音弦组谐波音列的方法,讨论理想弦振动模型与现实钢琴弦振动的差异。

【关键词】钢琴声学系统 钢琴音源 谐波音列 谐波群

【Abstract】By using physical string vibration model, the physics structures and acoustic properties were analyzed, The calculation method of harmonic rows for single tone was expounded, the difference between ideal string vibration model and real one was discussed so as to come to the inevitability that non harmonic section is surely involved in real string vibration.

【Key Words】acoustics, acoustic source of piano, harmonic dislocation, harmonic waves

钢琴技师最熟悉的部件莫过于基础音源——琴弦。虽然不同厂家、不同型号的钢琴,琴弦的张列布局各有差异,但大体具有相近性。现代钢琴基本采用了88个音列、220根左右的琴弦和交叉排列的双层弦列布局(参见图1),形成了高、中、低三个音区。

220根左右的琴弦又分为裸弦和缠弦。裸弦主要用于中、高音区;缠弦则主要用于低音区。一台钢琴大约使用不足0.5 kg的裸钢丝和大约1 kg以上的铜丝。裸弦必须具有很强的抗张力、抗断裂、柔韧性、弹性振动等性能,其技术指标要求很高,制造它更需要高超的专业技术,不是随便哪一家钢丝厂就可以随意生产钢琴裸弦的。在裸弦的基础上,众多钢琴生产厂家和调琴服务机构都能加工、制作低音缠弦。

## 1 钢琴弦列的组成及单音弦组的谐波

对应着88个音列的每一个单音,220根左右双层交叉的钢琴弦列又可分为一个个单音弦组,它们分别由三弦、两弦、一弦组成。在中音区和高音区,每一个单音弦组都由三根裸弦组成;少数次中音及多数低音区的每一单音弦组由两根缠弦组成;最低音区的每一单音弦

组则由较粗重的单根缠弦构成。纵观88个音列,虽然高、中、低三区的单音弦组如此不同,但其力学和声学性能基本类似。这里先以三弦单音组为例,分析其力学、声学特性。

图2是一个单音弦组的侧面示意图(图中序号表示的部件分别为:1弦轴、2

琴弦、3压弦条、4弦枕、5马桥、6别弦钉、7挂弦钉、8铁骨、9音板)。金属弦枕和马桥上别弦钉是弦的有效长度两端的支点,两支点间则是可以自由振动的弦。手指触键所产生的动作,通过击弦机带动琴槌击弦,激励了琴弦的振动。琴弦的振动将会持续一段时间直到振动能量的衰竭,在振动期间若用制音器对其突然压制则能让其振动戛然而止,这就是一段琴音的发生过程。

假设我们已经将三根弦在上述发声过程之前调校得和谐无拍,即三根琴弦保持了近于100%的和谐度,或者说我们可以容忍或忽略三根弦的不和谐成分,那么该组琴弦的振动就基本可以纳入物理声学的“理想弦振动”模式。其振动产生了一组复合音列,即一组以基音为一次谐波的倍频系列的复合音列。该复合音列的各次谐波分别对应了弦长的1/1振动、1/2振动、1/3振动……忽略一些因材质的细微差别和不均匀造成的非线性因素,这复合音列各谐音的频率就可以用下式近似描述:

$$f_n = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho S}} \quad (1)$$

式中  $f_n$ : 谐音频率,  $n$ : 谐波次数,  $T$ : 张力,  $\ell$ : 长度,  $\rho$ : 密度,  $S$ : 截面。

式(1)表明,钢琴发出的每一个单

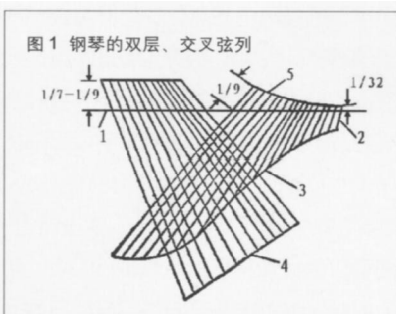
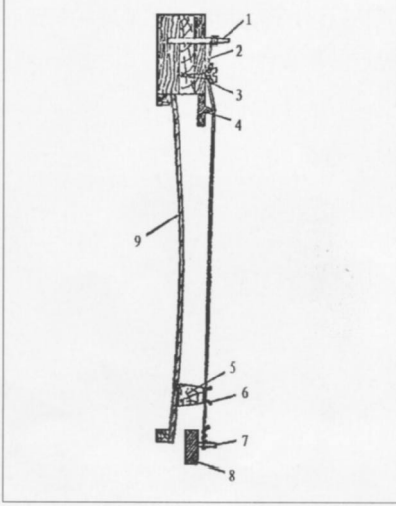


图2 一个单音弦组侧面示意图



音,都由一系列谐波构成,这些听上去像单音的声音其实都是复合音。复合音的频率成分复杂而有规律,基频决定了音高,泛音群决定了音色。现代声学试验可以证明:对于乐器的高音而言,即便是人耳听不到的超声频段的谐波,也对音色的构成有贡献。

在理想情况下,已知琴弦的张力,就可以用式(1)来计算每个复合音列的各次谐音的频率。反过来,已知了某个单音的基频,同样可以推算出该单音所对应琴弦的张力。例如,我们来计算中音区小字一组的a<sup>1</sup>。

已知a<sup>1</sup>复音的基频为440 Hz,由式(1)可得知其所对应的琴弦张力为:

$$f_1 = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho S}} \quad (2)$$

变形可得:

$$T = 4\ell^2 f_1^2 \rho S \quad (3)$$

如果测量出a<sup>1</sup>对应琴弦的密度ρ、有效弦长ℓ和琴弦横截面积S,就可以用式(3)算出该弦在标准音高时的张力。由式(1)和式(2),可以得到a<sup>1</sup>复合音的基频与各高次谐频的关系:

$$f_n = n f_1 \quad (4)$$

从式(4)不难得出中音a的基音与泛音列的各次谐波的频率,见表1。

可看出以440Hz为基频的中音a的第46次谐波,才超出了人耳的听觉范围。

在a<sup>1</sup>的谐音列中,基音声波的能量最大,泛音则随着谐频的增高而急剧地减弱。到了甚高次的谐波,其能量则近乎为零。一般来说,前20个以上的谐波对应的泛音基本可以较为真实地塑造出该音的音色。

即便是“理想弦振动”产生的谐音列,也存在着不谐和成分,通常被称作“非谐泛音”。例如基音为小字组C音的理想弦,其全长和分段振动所产生的谐音列(也称分音)所对应的音高如图3所示。

图谱中的第7、9、11、14、15次谐音相对于占主体能量的第1~6次谐音是不和谐的泛音。图谱中每个音相应的阿拉伯数字都对应着式(1)中的,它既表示每个谐音的序数,即各次谐音相对于基音(第一谐音)频率的倍数,又表明了弦分几段振动,还为计算各谐音之间的频率比提供了因数。

## 2 理想弦振动模型与现实的钢琴弦振动

其实前述计算公式以及算出的数据是基于理想弦振动模型的。物理声学给琴弦下的定义是:张于两个固定点之间,由弹性固体材料构成的均匀、柔韧的细线称之为琴弦。现实中绝对符合这样定义的琴弦并不存在,它只能作为一种抽象的理想模型,因为不能期望人类或大自然制成的弦能够完全的细瘦均匀,也不能追求绝对的柔韧和刚性。现实中,粗细、均匀、刚柔都是相对的。较刚硬的弦,一旦增加其长度,总体就会变得柔韧;而很粗的弦,一旦截取得足够长,也会相对看细;如此相对,反之亦然。

实际的钢琴弦,其粗细、长短各不相同,质量、密度也不等同,只有中音区的琴弦才可以近似地看作柔、细、轻弦,才能基本纳入理想弦振动的范畴。尽管如此,“理想弦”模型却可以为我们的生

产设计和研究提供一个赖以比附的模型。

在钢琴调律的实例中,常常可以听到一些关于计算琴弦拍音的争论。两根琴弦之间的拍音也是针对琴弦各自不同次的谐频计算的。例如钢琴调律中基准音组中的某纯五度音程,在12平均律的限定下主要计及“根二冠三”两个谐波近于1拍的差频,其余不同谐波间的差拍,要么是拍频高的超出了人耳对“拍”的辨析范围(每秒20拍以上),要么就是能量太弱无足轻重。由于钢琴中音区的琴弦较为接近物理声学中的理想弦,所以,参照上面公式算出的各弦的各次谐频误差相对较小,不少钢琴调律方面的著作都是用这种科学模型的方法来做计算的。尽管如此,这样的计算毕竟是套用理想模型的计算,其结果与实际情况还存在着一定程度的差距。但是我们既不能将这种误差归罪于计算公式和模型的不当,也不能将这种误差归结于琴弦不够标准和不够理想。误差是允许的,并且是可以修正的,而模型一旦失去了理想化,就会变得失去了普遍适用性和参考性。

(责任编辑 孟凡颖)

### 参考文献:

- 1 龚镇雄. 音乐中的物理. 长沙:湖南教育出版社, 1994

表1 中音a基音与泛音列的各次谐波频率

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f <sub>1</sub>	440	880	1320	1760	2200	2640	3080	3520	3960	4400
f <sub>2</sub>	4840	5280	5720	6160	6600	7040	7480	7920	8360	8800
f <sub>3</sub>	9240	9680	10120	10560	11000	11440	11880	12320	12760	13200
f <sub>4</sub>	13640	14080	14520	14960	15400	15840	16280	16720	17160	17600
f <sub>5</sub>	18040	18480	18920	19360	19800	20240	.....			

图3 理想弦振动的谐音图

以C<sub>1</sub>音的前16个分音为例,不计及能量

