# 第一章 函数、极限、连续

### §1.1 函数

#### 一、有关四种性质(奇偶性、单调性、周期性、有界性)

1. 

2. 在(*a,b*)内，若，则单调增加

若，则单调减少

例1 求

例2 设，则下列结论正确的是

(A)若为奇函数，则为偶函数。

(B)若为偶函数，则为奇函数。

(C)若为周期函数，则为周期函数。

(D)若为单调函数，则为单调函数。

例3 设，是恒大于零的可导函数，且，则当时，下列结论成立的是

(A) (B)

(C) (D)

#### 二、有关复合函数

1. 已知，求

2. 已知和，求

例1、已知和

求

例2、已知，且，求

### §1.2 极限

#### 一、有关无穷小量

1.有界变量乘无穷小(量)仍是无穷小(量)；

2.等价无穷小代换；

3.无穷小的阶的比较。

例1 求

例2 设当*x*→0时(1-cos*x*)ln(1+*x*2)是比*x*sin*xn*高阶的无穷小，而*x*sin*xn*是比高阶的无穷小，则正整数n等于

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

例3 设，则当*x*→0时， 是的 ( )

(A) 高阶无穷小 (B) 低阶无穷小

(C)同阶但不等价的无穷小 (D) 等价无穷小

#### 二、有关两个准则

准则1 单调有界数列极限一定存在。

准则2 夹逼定理。

例1 设，证明存在，并求其值。

例2 求。

#### 三、有关两个重要公式

公式1、

公式2、





例1 求。

例2 设在内可导，且，，求*c*的值。

#### 四、用洛必达法则求极限

洛必达法则主要处理七种待定型极限：“”型，“”型，“0·∞”型，“∞-∞”型，

“1∞”型，“00”型和“∞0”型

第一层次：直接用洛必达法则

“”型 用洛必达法则Ⅰ

“”型 用洛必达法则Ⅱ

第二层次：间接用洛必达法则

“0·∞”型 例变为“”型

“∞-∞”型 例变为“”型

第三层次：间接再间接用洛必达法则

“1∞”型，“00”型，“∞0”型均为形式

而称为冪指函数，比较复杂。

,

而上面三种类型化为,

这时一定是“0·∞”型

再用第二层次的方法处理即可

例 

=

例1 求。

例2 设函数连续，且，求

公式：  (当连续时)

例3 高a>0,b>0常数，求

#### 五、求分段函数的极限

例 求。

#### 六 用导数定义求极限

例 设曲线与在原点相切，求

#### 七 用定积分定义求极限

公式：  (连续)

例1 求。

例2 求。

#### 八、求极限的反问题

例1 设，求a和b.

例2、 设在(0，+∞)内可导， >0， 

且满足，求

### §1.3 连续

#### 一、连续与间断

例1 设，在内有定义，为连续，且，有间断点，则下列函数中必有间断点为

(A) (B)

(C) (D)

例2 求的间断点，并判别其类型。

#### 二、闭区间上连续函数的性质（重点为介值定理及其推论）

例1 设在上连续，且，，证明存在，使得

例2 设在上连续，且，求证：存在，使。

.