# 第三章 一元函数积分学

### §3.1 积分的概念与计算

一、 一般方法

例1设的一个原函数,求。

例2 设，又



例3 设

例4 设连续函数满足

例5 设连续，且。

1. 递推方法

例 1 设

（1）求证当，

（2）求

例 2 设求证：

例 3 设

求证：





1. 反常积分

例1 计算

例2 

1. 求证：（n为整数）
2. 求

### §3.2 有关变上（下）限积分和积分证明题

1. 有关变上（下）限积分

基本公式：(1) 设，f连续

则

例1设（a为常数）求

例2 设在内可导，，对所有，均有，求。

例3设在内可导，，反函数为，且求。

1. 积分证明题

例1 设在上连续，且

试证：存在使

例 2设在上的导数连续，且，。证明 对任何有

### §3.3 定积分的应用

一、几何方面

例1 设在上连续，在内，证明，且唯一，使得，所围面积是所围面积的三倍。

例2 设在上为任一非负连续函数，

1. 试证：，使上以为高的矩形面积等于上以为曲边的曲边梯形面积；
2. 又设在内可导，且证明（1）

中惟一。

例3 是由抛物线和直线及所围成的平面区域；是由抛物线和直线所围成的平面区域，其中。

1. 试求绕轴旋转而成的旋转体体积;绕轴而成的旋转体体积(如图)。
2. 问a当为何值时， 取得最大值。

二、物理、力学方面的应用（数学一和数学二）

三、经济方面的应用（数学三）