1. bitAnd

可以通过 $x \& y = \sim (\sim (x \& y)) = \sim (\sim x \mid \sim y)$ 实现。

2. getByte

在十六进制中从最低有效位往最高有效位取第 n 个 byte,也就是在二进制下,将数字右移 8*n 位,再取最后 8 位。前者可以通过 x >> (n << 3),后者可以通过和 0xFF 进行位与操作来实现。

3. logicalShift

显然, 将 x 移动 n 位, 再将结果与 0x0...FFF 进行位与操作即可得到结果。 考虑 0x0...FFF 的构造, 可以采用 $(1 << (32 + ((\sim n) + 1))) + (\sim 0)$, 但要注意对 x 等于 0 时结果等于 0, 该方法并不适用, 因此需要单独对 0 通过 $((\sim (!n)) + 1)$ 构造出 0xFFFFFFFF。

4. bitCount

5. bang

也就是对不为 0 的 x 返回 0,对为 0 的 x 返回 1。考虑到为补码存储,右移 31 位后,小于 0 的数一定是 1111 1111 1111 1111 1111 1111 , 大于等于 0 的数一定是 0000 0000 0000 0000 , 加一后分别为 0 和 1,只要找到合适的对应关系。对为 0 的 x,其有特殊的性质为取反加一后仍然是其本身,而其他数则为它的相反数。此时若再与其本身进行位或操作,也即 $x \mid ((\sim x) + 1)$,非 0 数必定为第一位一 0 - 1,位或后第一位为 1; 0 操作后第一位仍然为 0,再右移 31 位后加 1 即可得到。

6. tmin

最小的二进制补码整型数字, 也就是 1000 0000 0000 0000, 可通过将 0000 0000 0000 0001 左移 31 位得到。

7. fitsBits

需要先对 x 右移 n-1 位,再判断余下的数字是否全为 0 或者全为 1 即可得到。其中 n-1 可以通过~((~n) + 1)得到,而!temp | !(temp + 1) 会对全为 0 或全为 1 的数返回 1,否则返回 0。

8. divpwr2

可以先判断是不是负数,如果是负数就构造 0xF...FFF,再通过构造~ $((\sim 0)<< n)$,来做到对负数的向上取整。而正数不需要额外操作,直接右移 n 位即可。

9. negate

要取 x 的相反数,且 x 以补码方式存储,只要对 x 取反加一,可通过($\sim x$) + 1 得到。

10.isPositive

与第 5 题类似,右移 31 位后,小于 0 的数一定是 1111 1111 1111 1111,大于等于 0 的数一定是 0000 0000 0000 0000,但此处若直接加 1,当 x=0 时返回 1,不符合要求且较难处理。考虑到只有!0=1,可以利用该性质,先取!((x>>31)+1),此时若 x>=0,返回 0;若 x<0,返回 1。将结果与!0 进行位或操作,则若 x!= 0,值不变;若 x=0,返回 1。再对整体进行!((!(x>>31)+1))| !x],即可得到。

11.isLessOrEqual

可以先通过 $sign_x = (x >> 31) \& 0x01$ 来得到 x = y 的符号,若 x + y 大于等于 0,结果 0,否则为 1;若 x = y 同号,则 $sign_x \wedge sign_y \to 0$,否则为 1;将同号与异号的情况分别讨论,异号时只需要判断 x 是否小于 0,也就是通过 $isSameSign \& sign_x$,异号且 x 小于 0 时返回 1,否则返回 0,以此防止负数减正数时的溢出问题;同号时判断 y-x 是否大于等于 0,与之前的方法相同,对!(((-x)+1+y)>> 31),若 y-x 小于 0 则得到 0,否则得到 1。如此可以判断 x 是否小于等于 y。

12.ilog2

因为 x 长 32 位,通过 x >> 16,可以判断只取前 16 位是不是仍然大于 0, 若大于 0, !(x >> 16)返回 0,再次进行非运算后是 1,然后左移 4 位,到 a 的位置,就说明这个数大于 16,二进制中的第一个 1 肯定出现在前 16 位中,也就是函数的返回值一定大于 1。再用相同方法将需要判断的长度缩短到前 8 位,判断前 8 位是否大于 0。如此缩小范围可以逐步判断最高位的 1 在哪个位置,也就是可以得到 $\log(x)$ 。