基于深度展开模拟分叉算法求解多收发信号检测问题

队名: Quiscus

问题描述

- MIMO 检测问题：在给定接受信号y和信道矩阵H的基础上恢复发送比特数据bits
  - 调制：$x = \mathrm{modem}(bits)$
  - 传输：$y = x * H + n$
  - 解码：$\overline{bits} = \mathrm{detector}(y, H)$

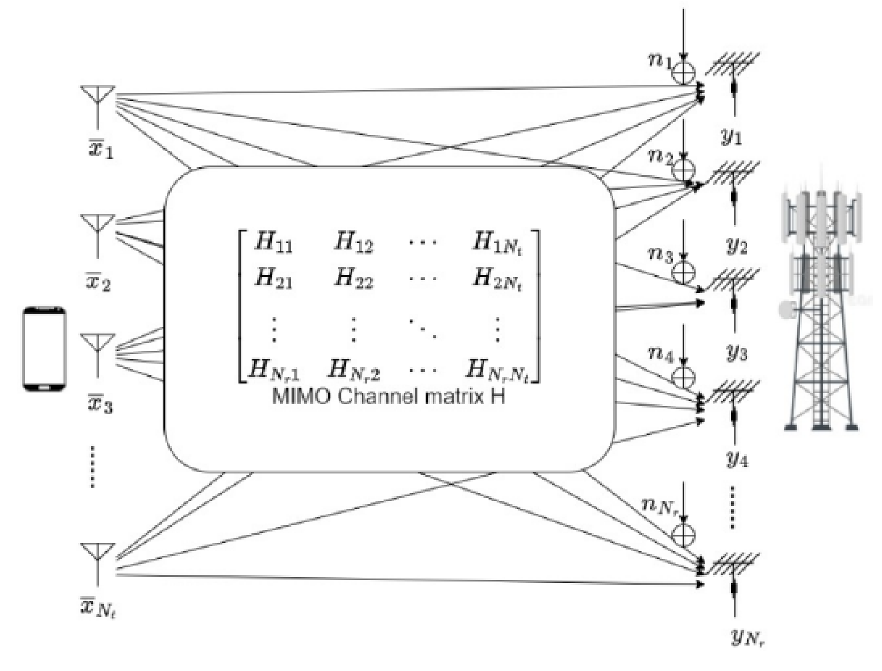
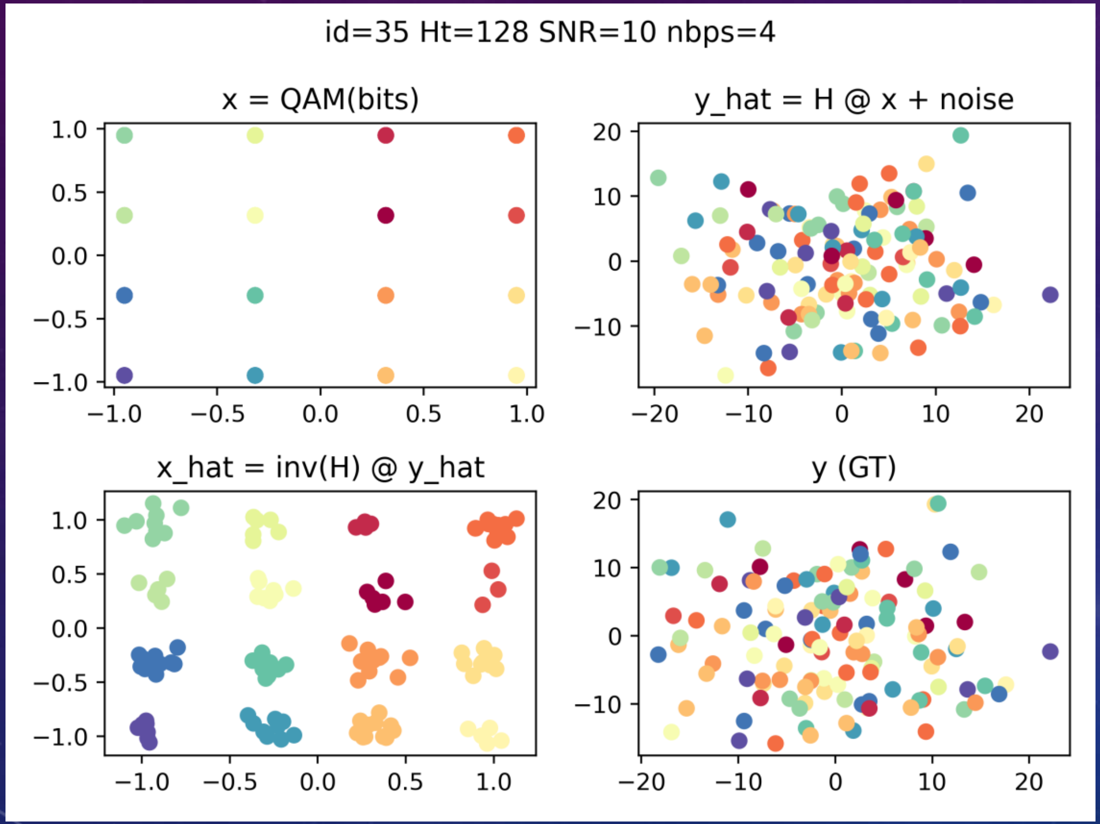


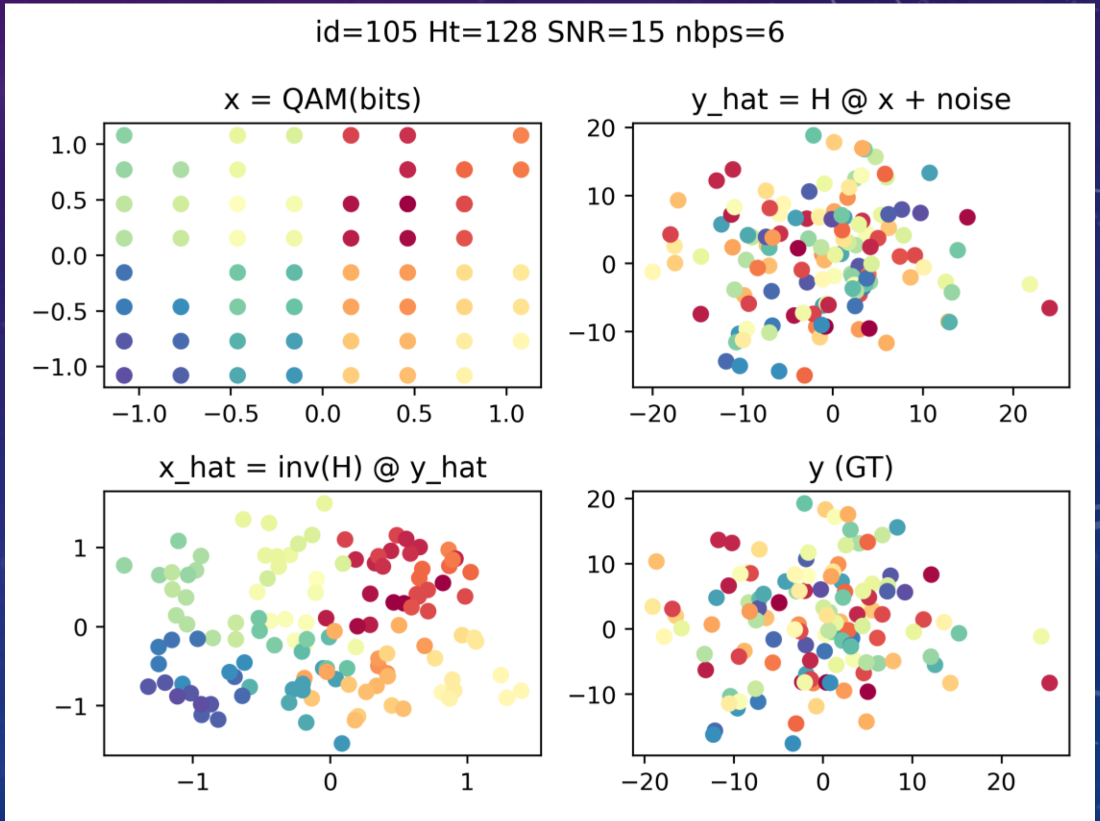
图 1 **MIMO** 系统示意图

- 基于量子退火启发算法实现解码器

问题示例



id=35 Ht=128 SNR=10 nbps=4
x = QAM(bits)
y_hat = H @ x + noise
x_hat = inv(H) @ y_hat
y (GT)



id=105 Ht=128 SNR=15 nbps=6
x = QAM(bits)
y_hat = H @ x + noise
x_hat = inv(H) @ y_hat
y (GT)

QAIA一般解决流程 (arXiv:2105.10535)

- 将接收信号 y 与信道矩阵 H 平坦化
- 转为 Ising 模型中的耦合系数矩阵 J 与外场向量 h
- 用任意模拟退火方法求解该 Ising 模型
  - SimCIM
  - NMFA
  - SB (Simulated Bifurcation)
  - LDA
  - ……

$$\tilde{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} Re(\mathrm{H}) & -Im(\mathrm{H}) \\ Im(\mathrm{H}) & Re(\mathrm{H}) \end{bmatrix}, \tilde{\mathrm{y}} = \begin{bmatrix} Re(\mathrm{y}) \\ Im(\mathrm{y}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{T} &= \begin{bmatrix} 2^{r_b-1}\mathcal{I}_N & 2^{r_b-2}\mathcal{I}_N & \dots & \mathcal{I}_N \end{bmatrix} \\ z &= \tilde{\mathrm{y}} - \tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}\bar{1}_{N*r_b} + (\sqrt{M} - 1)\tilde{\mathrm{H}}\bar{1}_N \\ J &= -zeroDiag(\mathrm{T}^T\tilde{\mathrm{H}}^T\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}) \\ h &= 2 * z^T\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T} \end{aligned} \tag{3}$$

复现 DU-LM-SB 论文 (arXiv:2306.16264)

- 用模拟分叉(SB)方法求解该 Ising 模型
  - 辛几何欧拉方法 (symplectic Euler method)
  - 迭代求解关于系统哈密顿量 H_{SB} 的偏微分方程组
- 在 Ising 模型转换中引入正则项 U_λ (LM)
  - $U_\lambda = (HH^T + \lambda I)^{-1}$
- 使用深度展开(DU)技术来自动化调参
  - 正则项U_λ中的系数 λ
  - SB算法中的步长参数 Δ_k 和 c_0 的系数 η
  - 其思想近似于QAOA

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial H_{SB}}{\partial y_i} &= a_0 y_i \\
\frac{\partial H_{SB}}{\partial x_i} &= -[a_0 - a(t)]x_i + c_0\left(\sum_{j=1}^{N} J_{i,j}x_j + h_j\right)
\end{aligned} \tag{4}
$$

$$
\begin{aligned}
J &= -zeroDiag(\mathrm{T}^T\tilde{\mathrm{H}}^T\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}) \\
h &= 2 * z^T\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}
\end{aligned}
$$

引入正则项

$$
\begin{aligned}
\mathrm{U}_\lambda &= (\mathrm{HH}^T + \lambda I)^{-1} \\
J &= -zeroDiag(\mathrm{T}^T\tilde{\mathrm{H}}^T\mathrm{U}_\lambda\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}) \\
h &= 2 * z^T\mathrm{U}_\lambda\tilde{\mathrm{H}}\mathrm{T}
\end{aligned}
$$

不work

再改改

$$
\mathrm{U}_\lambda = (\mathrm{HH}^T + \lambda I)^{-1}/\lambda
$$

提出 pReg-LM-SB 系列方法

- 基于 DU-LM-SB， 进一步扩展正则项的可学习程度
  - $U_\lambda = (HH^T + \lambda I)^{-1}/\lambda$

- pReg-LM-SB： $U_\lambda = (HH^T + AA^T)^{-1}/\lambda$
- ppReg-LM-SB： $U_\lambda = A$

运行效率优化

- 借助深度展开技术，极大降低SB算法所需迭代轮数(n_iter=6)
- 在SB算法中使用batch_size=1，即仅使用一组自旋向量
- 使用稠密矩阵表示，而非稀疏矩阵运算库scipy.sparse，因为信道矩阵H并不稀疏
- 缓存频繁访问的中间结果和辅助数据
- 借助矩阵乘法结合律，精心调整矩阵运算的顺序以最小化计算量
- 使用近似运算求矩阵的逆

$$U_\lambda = (HH^T + \lambda I)^{-1}/\lambda$$

引入的正则项

$$A^{-1} \approx \sum_{i=0}^{n} (I - A)^i$$

诺伊曼级数

华罗庚公式：$\sum_k A^k = A(A \ldots (A+I) \ldots + I)$ (需要k=24项)

二分快速幂……？

递归近似：$f(A) = A(A+I)$，$\sum_k A^k \approx f^m(A)$ (需要m=5项)

实验结果

表 1: 基于传统方法的对比算法

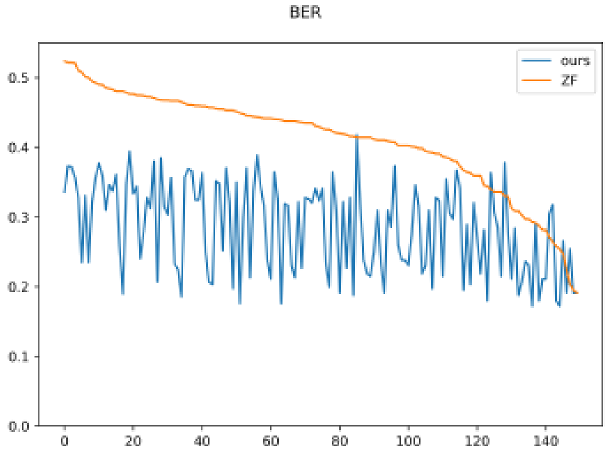
算法	比特错误率↓
linear-zf-maxlog	<u>0.41121</u>
linear-zf-app	0.40605
linear-mf-maxlog	0.34104
linear-mf-app	0.33401
linear-lmmse-maxlog	0.20779
linear-lmmse-app	0.20721
kbest-k=64	0.26206
ep-iter=10	**0.16872**
mmse-iter=8	~~0.15738~~

表 2: 基于量子退火启发的对比算法

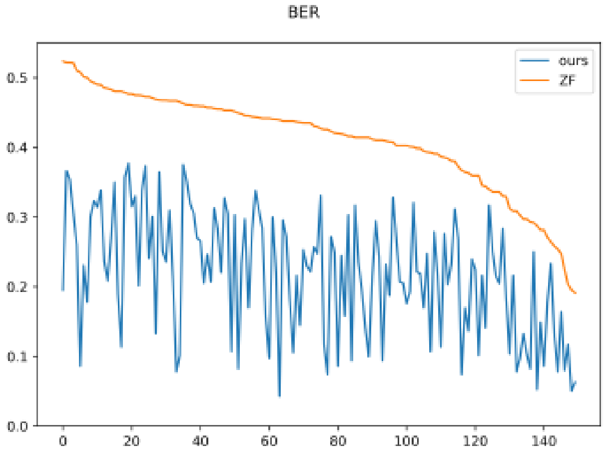
算法	比特错误率↓
NMFA	0.38561
SimCIM [2]	0.23271
CAC	0.31591
CFC	0.23801
SFC	0.23796
ASB	0.34054
DSB	0.28741
BSB [3]	0.21584
LQA	0.20627
LM-bSB-λ=25 [1]	0.18591
DU-LM-SB-T=30 [1]	0.19497

表 **3** 我们优化后的算法实验结果

方法	比特错误率↓	运行时间↓	本地估分↑	提交评分↑	算法参数配置
LM-SB	**0.18656**	36.39	5.2332	4.9567	B=10, n_iter=100
LM-SB	0.21345	2.72	67.5861	92.4872	B=1, n_iter=10
DU-LM-SB	0.19932	2.73	68.5260	89.3023	B=1, n_iter=10
DU-LM-SB	0.20696	2.65	70.0280	-	B=1, n_iter=6
DU-LM-SB	0.21805	1.37	133.5814	**105.2462**	B=1, n_iter=6, approx
pReg-LM-SB	0.19940	2.77	67.6817	92.9875	B=1, n_iter=10
ppReg-LM-SB	0.15490	1.26	156.9497	~~137.3652~~	B=1, n_iter=10, overfit



(a) SB 算法基线



(b) 我们的最优算法设置

总结：我们的工作

- 复现 DU-LM-SB 论文
  - 难点：将 SB 算法和 ber 损失改造为可微函数
- 提出 pReg-LM-SB 系列方法
  - 思想：扩展正则项 U_λ 的可学习程度
- 运行效率优化
  - 矩阵运算重排
  - 近似矩阵逆

- ⭐结果：105.2462 / 137.3652 分

谢谢观看

基于深度展开模拟分叉算法求解多收发信号检测问题

队名: Quiscus