

תנועת מטענים בתוך מוליך

א. מודל דרודה: תנועת אלקטרון במוליך עם שדה חשמלי קבוע

בסעיף זה נפתור נומרית, ברוח מודל דרודה, את תנועתו של אלקטרון בתוך מוליך בהשפעת שדה חשמלי קבוע.

על אלקטרון הנע בהשפעת שדה חשמלי קבוע פועלת **תאוצה** קבועה; למרות זאת, ניסויים מראים כי האלקטרון נע **במהירות** קבועה, ולכן הזרם פרופורציוני לשדה החשמלי, כפי שטוען חוק אוהם. כדי להסביר את העובדה הזו דרודה הניח כי האלקטרון מתנגש לעיתים קרובות עם היונים של המוליך, ולכן מאבד את המהירות שצבר.

בסעיף הזה, לשם פשטות, נעבוד במוליך אינסופי בשני ממדים, עם שדה חשמלי חיצוני קבוע $E(r) = E_0 \hat{x}$. בין התנגשויות עובר פרק זמן τ בו האלקטרון נע בהשפעת השדה החשמלי **החיצוני** ולא מרגיש את האלקטרונים האחרים או את היונים.

1. נניח שבזמן t אלקטרון עם מטען q ומסה m נמצא בנקודה (x, y) עם מהירות (v_x, v_y) . מצאו אנליטית את מיקום האלקטרון אחרי זמן τ בו הוא נע בהשפעת השדה החשמלי החיצוני בלבד, כלומר את $(x(t + \tau), y(t + \tau))$.

כאשר האלקטרון מתנגש עם יון, הוא "שוכח" את המהירות שהייתה לו, ומקבל מהירות שכיוונה אקראי וגודלה תלוי בטמפרטורה של המוליך. פתרו נומרית את תנועתו של אלקטרון לפי המודל שתואר. הניחו שהאלקטרון מתחיל ב- $t=0$ בראשית הצירים, ונע זמן של 100τ . התנועה בין ההתנגשויות היא זו שפתרתם בסעיף 1, ובכל התנגשות הגרילו מהירות חדשה שגודלה $v_0 = 0.002 \text{ m/s}$ וכיוונה אקראי. השתמשו במטען ובמסה של האלקטרון, הניחו שגודלו של השדה החשמלי הוא $E_0 = 30 \text{ V/m}$ (השדה שיוצרת בטריה של 1.5 V שמחוברת לתיל באורך 5 cm), והזמן בין התנגשויות הוא $\tau = 10^{-15} \text{ s}$.

2. הציגו גרפית שלושה מסלולים אפשריים של האלקטרון במישור x - y .

3. חשבו את מהירות הסחיפה של האלקטרון על ידי חלוקת המיקום הסופי שלו, $x(100\tau)$, בפרק הזמן הכולל. פתרו את מהירות הסחיפה בצורה אנליטית והשוו את התוצאות. האם התוצאה שלכם רגישה לשינוי קטן בערכו של v_0 ?

4. בפועל, המהירות התרמית של היונים גדולה בהרבה, $v_0 \approx 200 \text{ m/s}$. האם אתם מסוגלים לחשב את מהירות הסחיפה עם הגודל הזה? אם כן, מהו? אם לא, למה?

ב. תנועת מטענים בתוך כדור מוליך

כעת נבקש לפתור את תנועתם של מספר אלקטרונים בתוך **כדור** מוליך. לשם הפשטות נניח **שאינ** שדה חשמלי חיצוני, ושאחרי כל התנגשות האלקטרונים **מאבדים** את המהירות (כלומר $v_0 = 0$).

הגרילו n אלקטרונים המפוזרים בצפיפות אחידה בתוך כדור מוליך ברדיוס R . הניחו כי בין ההתנגשויות האלקטרונים נעים בהשפעת השדה החשמלי של האלקטרונים האחרים, לפי המיקומים שלהם **בתחילת** צעד הזמן. בסוף כל צעד זמן אפסו את מהירות האלקטרונים. שימו לב שהאלקטרונים כלואים בתוך הכדור, ויש לאכוף זאת בסוף כל צעד זמן. בחרו $n = 200$, $R = 1\text{m}$, $\tau = 10^{-3}\text{ s}$.

5. הציגו את המיקום ההתחלתי של האלקטרונים ואת המיקום שלהם בשיווי משקל, אחרי זמן ארוך מספיק. לבחירתכם, הציגו את המיקום בגרף תלת-ממדי או את צפיפות המטען כתלות ברדיוס.

6. הציגו את החלק היחסי מהאלקטרונים שנמצאים בתוך הכדור (כלומר, לא על הקליפה שלו) כתלות בזמן. האם בסוף התהליך יש מטענים בתוך הכדור? הסבירו את התוצאה שלכם.

7. עבור מצב שיווי המשקל, חשבו את הפוטנציאל החשמלי כתלות ברדיוס $\phi(r)$ והשוו את התוצאה הנומרית לפתרון האנליטי הרלוונטי.

ג. תנועת מטענים בתוך דיסקה מוליכה

כעת נניח שהמוליך הוא דיסקה עגולה דו-ממדית ברדיוס $R = 1\text{m}$. הגרילו $n = 200$ אלקטרונים בצפיפות אחידה על פני הדיסקה, ועקבו, לפי ההנחיות בסעיף הקודם, אחרי ההתקדמות שלהם בזמן.

8. הציגו את המיקום ההתחלתי של האלקטרונים ואת המיקום שלהם בשיווי משקל, אחרי זמן ארוך מספיק.

9. האם במצב שיווי המשקל יש מטענים שלא נמצאים על שפת המוליך? אם כן, למה זה לא סותר את העובדה שהשדה בתוך מוליך מתאפס, ולכן גם המטען צריך להתאפס?

10. הציגו את צפיפות המטען בשיווי משקל כתלות ברדיוס. **בנוסף:** השוו את התוצאה שלכם לתוצאה האנליטית שמופיעה במאמר שהעלינו לאתר.

ד. תנועת מטענים בתוך ריבוע מוליך

כעת נניח שהמוליך הוא ריבוע שאורך הצלע שלו $2R = 2\text{m}$. כמו קודם, הגרילו $n = 200$ אלקטרונים בצפיפות אחידה, ועקבו אחרי ההתקדמות שלהם בזמן עד שתגיעו למצב יציב.

11. האם האלגוריתם שלכם עובד? אם לא, למה? מהי התופעה הפיזיקלית שהבעיה הזו משקפת?

12. **בנוס:** מצאו פתרון לבעיה הנומרית, והציגו את המיקום ההתחלתי של האלקטרונים ואת המיקום שלהם בשיווי משקל, אחרי זמן ארוך מספיק.

הערות:

- את העבודה אפשר לעשות **בזוגות**, כאשר כל זוג מגיש רק עבודה **אחת** ששמות שני הסטודנטים כתובים עליה.
- את הקוד שלכם תוכלו לכתוב בכל שפת תכנות שתמצאו.
- יש להקפיד על כתיבה של קוד **ברור**, להוסיף **הערות** המסבירות את הקוד, **ולצורך** את קוד המקור שלכם בסוף הפתרון שלכם.
- יש להקפיד על גרפים **ברורים**. בפרט, יש לשים לב לגודל הפונטים **ולכותרות** הצירים.

בהצלחה!