2013 分野 3

nakao

2022 年 8 月 27 日

第 1 問

(1)

(a)

断面平均流速を v とすると、

$$E = \frac{v^2}{2g} + h \tag{1}$$

が成り立つ。連続式 $Q = vbh$ により、

$$E = \frac{Q^2}{2gb^2h^2} + h \tag{2}$$

となる。

(b)

式 (2) より、

$$\left(\frac{Q^2}{b^2}\right)^2 = 2gh^2(E-h) \tag{3}$$

となるから、

$$f(h) = 2gh^2(E-h) \tag{4}$$

である。$f'(h) = 0$ を解いて $h = \frac{2}{3}E$ を得る。

(c)

$Q = b\sqrt{f(h)}$ より、$f(h)$ が最大のときに Q が最大になる。$h = \frac{2}{3}E$ とすれば $f(h)$ が最大になり、

$$Q_{max} = b\sqrt{f\left(\frac{2}{3}E\right)} = b\sqrt{\frac{8}{27}gE^3} \tag{5}$$

である。このとき断面 B における流速と水深をそれぞれ v_B, h_B とすると、

$$v_B h_B \frac{b}{2} = Q_{max} \tag{6}$$

であることから

$$v_B = \frac{4}{3h_B}\sqrt{\frac{2gE^3}{3}} \tag{7}$$

を得る。

(d)

比エネルギーの保存則

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{Q^2}{2gb^2h^2} + h\right) = 0 \tag{8}$$

を展開すると、

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{Fr}^2}{1-\mathrm{Fr}^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x} \tag{9}$$

が得られる。Fr はフルード数である。比エネルギーが保存するためには跳水が起こらないことが必要であり、流下方向に常流か射流かは変化しない。したがって、$1-\mathrm{Fr}^2$ の符号は流下方向に変化しない。常流と射流のそれぞれの場合について、水面形は図 1 の通り。

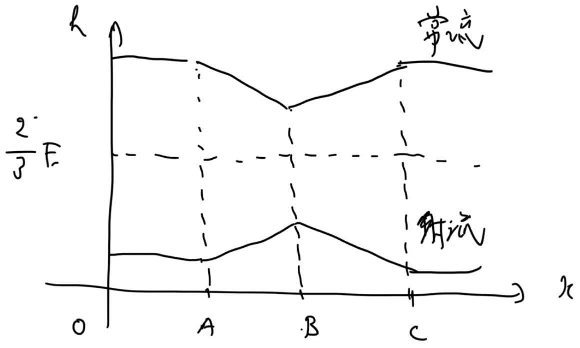

図 1　常流または射流のときの水面形

(2)

(a)

エネルギーフラックス F を表す式で各項の積分を計算すると、

$$\overline{\int_{-h}^{0}\rho gzu\mathrm{d}z} = -\frac{1}{2}a\rho\sqrt{g^3h^3}\,\overline{\cos(kx-\omega t)} = 0 \tag{10}$$

$$\overline{\int_{-h}^{0}\frac{\rho}{2}u^3\mathrm{d}z} = \frac{1}{8}\rho a^3\sqrt{\frac{g^3}{h}}\left(\overline{\cos 3(kx\omega t)} + 3\overline{\cos(kx-\omega t)}\right) = 0 \tag{11}$$

$$\overline{\int_{-h}^{0}pu\mathrm{d}z} = \frac{1}{2}\rho a\sqrt{g^3h}\left(a + a\overline{\cos 2(kx-\omega t)} + h\overline{\cos(kx-\omega t)}\right) = \frac{1}{2}\rho a^2\sqrt{g^3h} \tag{12}$$

であり、

$$F = \overline{\int_{-h}^{0}\left(\rho gz + \frac{\rho}{2}u^2\right)\mathrm{d}z} + \overline{\int_{-h}^{0}pu\mathrm{d}z} = \frac{1}{2}\rho a^2\sqrt{g^3h} \tag{13}$$

を得る。

(b)

断面 B における波の振幅を a_B とすると、エネルギーフラックスが一定であるから、

$$\frac{1}{2}\rho a^3\sqrt{g^3h}b = \frac{1}{2}\rho a_B^3\sqrt{g^3h}\frac{b}{2} \tag{14}$$

が成り立つ。したがって、

$$a_B = 2^{\frac{1}{3}}a \tag{15}$$

である。

第 2 問

(1)

日流量を大きさの順に並べ替えて示した曲線を流況曲線という。例えば、水力発電の流量計画で用いられる。

(2)

豊水 (25%) 流量は流況曲線における上位から 25%、つまり 95 日目の流量である。平水流量、低水流量、渇水流量も同様である。これらの値を読み取ると表 1 を得る。

表 1　八斗島地点・ナコンサワン地点における平水流量と渇水流量

観測地点	平水流量 [m^3/s]	渇水流量 [m^3/s]
八斗島	175	90
ナコンサワン	555	300

(3)

流量は、流れの断面積と流速をそれぞれ測定してそれらの積として求める。実際にはいくつかの断面サンプルの計測から水位-流量曲線を作成し、水位から推定する。降水量は雨量計の受水器に入った雨を計測することで求める。

流量は直接測定されずに、不確実性をもつ測定値の積で表現され、さらに経験的なモデルから推測するため、より不確実性が大きい。

年河川流出量に対する年降水量の割合の観測推定誤差が大きいのは、ナコンサワンと考えられる。八斗島地点と比べ流量が大きく、河川断面が大きいと推察される。断面積や断面流速を決定するための断面内計測点が不十分になり、流量の誤差が大きくなるため。