# 2018 分野 1

nakao

2024 年 8 月 19 日

## 第 1 問

### (1)

$x = L/2$ の集中荷重 $P$ は分布荷重 $P\delta(x - L/2)$ とみなせるため、

$$EIw''''(x) = P\delta(x - L/2) \tag{1}$$

が成り立つ。

### (2)

梁の両端で変位と曲げモーメントが 0 になるから、

$$w(0) = 0 \tag{2}$$
$$w(L) = 0 \tag{3}$$
$$w''(0) = 0 \tag{4}$$
$$w''(L) = 0 \tag{5}$$

を満たせばよい。

### (3)

#### (a)

梁の両端で変位とたわみ角が 0 になるから、

$$w(0) = 0 \tag{6}$$
$$w(L) = 0 \tag{7}$$
$$w'(0) = 0 \tag{8}$$
$$w'(L) = 0 \tag{9}$$

を満たせばよい。

#### (b)

両端のせん断力については、梁の $x = L/2$ に関する対称性と鉛直方向の力のつり合いより、単純支持でも固定支持でも同じである。

両端の曲げモーメントについては、単純支持では境界条件から 0 であるが、固定支持では単純支持の状態から両端に反力として集中モーメントが加わることで、たわみ角が 0 になると考え、固定支持のときのほうが大きい。

(c)

固定支持で載荷した構造系は、単純支持で載荷した構造系と、単純支持で載荷せず両端に集中モーメントのみを加えた構造系の足し合わせとして表せる。単純支持で載荷せず両端に集中モーメントのみを加えた構造系における変位が、固定支持の場合と単純支持の場合の変位の差に相当している。

### (4)

大きくなる。曲げモーメント $M$ の分布は

$$M'' + p = 0 \tag{10}$$

によって定まり，これは断面二次モーメント $I$ の分布によらない．

$$M = -EIw'' \tag{11}$$

より，$M$ が一定の条件で $I$ が小さくなると $-w''$ が大きくなる．$x = L/2$ では $-w''$ が大きくなることで変位が大きくなると考えられる．

## 第 2 問

### (1)

バネの自然の位置を基準にすると、質点の鉛直方向変位は $-mg/k + y(t)$ と表せる。よって、

$$m\ddot{y} = -mg - k\left(-\frac{mg}{k} + y(t) - u_g(vt)\right) \tag{12}$$

したがって、

$$m\ddot{y} = -k\left(y(t) - u_g(vt)\right) \tag{13}$$

が成り立つ。

### (2)

鉛直下向きを正として、

$$f(t) = -k\left(-\frac{mg}{k} + y(t) - u_g(vt)\right) = mg - k\left(y(t) - u_g(vt)\right) \tag{14}$$

である。

### (3)

運動方程式が

$$m\ddot{y} = -ky \tag{15}$$

となり、一般解は定数 $A_1, A_2$ を用いて

$$y = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \tag{16}$$

と表せる。初期条件 $y(0) = y_0, \dot{y}(0) = \dot{y}_0$ を満たすように $A_1, A_2$ を定め、

$$y = y_0 \cos \omega t + \frac{\dot{y}_0}{w} \sin \omega t \tag{17}$$

を得る。

## (4)

$x = vt$ より、

$$u_g(vt) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ -\sin \omega t & (0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}) \\ 0 & (\frac{\pi}{\omega} < t) \end{cases} \tag{18}$$

である。

$0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}$ のとき、$y = Ct \cos \omega t$ を式 (13) に代入すると $C = \omega/2$ を得る。よって、

$$y = \frac{1}{2} \omega t \cos \omega t \tag{19}$$

は式 (13) の特解である。したがって、一般解は定数 $B_1, B_2$ を用いて

$$y = \frac{1}{2} \omega t \cos \omega t + B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t \tag{20}$$

と表せる。初期条件 $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$ を満たすように $B_1, B_2$ を定め、

$$y = \frac{1}{2} \omega t \cos \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t \tag{21}$$

を得る。ここで、$t = \pi/\omega$ とすると、

$$y\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = -\frac{\pi}{2} \tag{22}$$

$$\dot{y}\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = 0 \tag{23}$$

である。

$\frac{\pi}{\omega} < t$ のとき、$u_g(vt) = 0$ より、一般解は定数 $C_1, C_2$ を用いて

$$y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \tag{24}$$

と表せる。式 (22), (23) の初期条件を満たすように $C_1, C_2$ を定めると、

$$y = \frac{\pi}{2} \cos \omega t \tag{25}$$

を得る。式 (21), (25) より、

$$y = \begin{cases} y = \frac{1}{2} \omega t \cos \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t & \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}\right) \\ y = \frac{\pi}{2} \cos \omega t & \left(\frac{\pi}{\omega} < t\right) \end{cases} \tag{26}$$

である。