

## 2016 分野 3

nakao

2022 年 8 月 8 日

### 第 1 問

(1)

(a)

管路に作用する力を右向き正で  $f$  とすると、流体には  $-f$  の力が作用する。断面 I, II での流速をそれぞれ  $v_1, v_2$ 、断面 II(噴射直前)における圧力を  $p_2$  とすると、運動量保存則から

$$\rho Q v_2 - \rho Q v_1 = -f + p_1 A_1 - p_2 \frac{A_1}{4} \quad (1)$$

が成り立つ。ここで連続式  $Q = A_1 v_1 = \frac{A_1}{4} v_2$  より、

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} \quad (2)$$

$$v_2 = \frac{4Q}{A_1} \quad (3)$$

である。また、Bernoulli の定理

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} \quad (4)$$

より、

$$p_2 = p_1 - \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = p_1 - \frac{15\rho Q^2}{2A_1^2} \quad (5)$$

である。式 (2), (3), (5) を式 (1) に代入すると、

$$f = \frac{3p_1 A_1}{4} - \frac{9\rho Q^2}{8A_1} \quad (6)$$

を得る。

(b)

断面 II(噴射直前) と板に衝突した後の流れで運動量保存を考え、

$$-\rho Q v_2 = -F + p_2 \frac{A_1}{4} \quad (7)$$

が成り立つ。式 (3), (5) をこれに代入して、

$$F = \frac{p_1 A_1}{4} + \frac{17\rho Q^2}{8A_1} \quad (8)$$

を得る。

(2)

(a)

容器から観測すると  $-2g$  の物体力が鉛直方向に作用する。水圧分布は図 1 のようになる。

(b)

容器から観測すると物体力が作用しない。水圧分布は図 2 のようになる。

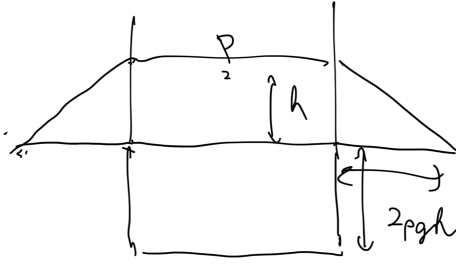


図 1 (a) の水圧分布

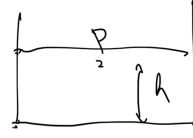


図 2 (b) の水圧分布

(3)

鉛直方向の運動方程式は、

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (9)$$

である。壁面付近では鉛直方向の流速が卓越し  $u \ll w$  であるとして、式 (9) は

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (10)$$

で近似でき、これより

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g - \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (11)$$

を得る。

点 A の水圧を  $p_A$  として、問題文の図 5 の状態の壁面における水面高さを  $h$  とする。このとき、

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0 - p_A \quad (12)$$

であるから、

$$p_A = - \int_0^h \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (13)$$

と表せる。これに式 (11) を代入すると、

$$p_A = \int_0^h \left\{ \rho g + \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} dz = \rho gh + \rho \int_0^h \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \quad (14)$$

を得る。問題の図 5 の流速分布では  $0 \leq z \leq h$  で  $\frac{\partial w}{\partial t} > 0$ ,  $\frac{\partial w}{\partial z} > 0$  であり、 $p_A > \rho gh$  となっている。