

Modelo Matemático Para Motor de Corrente Contínua Aplicado ao Arduíno UNO

Cássio Oliveira, Cíntia Leal, Isabela Almeida, Kaike Wesley Reis, Maria Paula de Carvalho, Lucas Mascarenhas.

Universidade Federal da Bahia

Resumo— Este trabalho tem como objetivo o entendimento didático do funcionamento de um motor de corrente contínua, através da modelagem e simulação do motor BSG23-18AB-03, com ampla utilização no setor industrial. Este documento é fruto do trabalho realizado na disciplina Métodos Matemáticos e Computacionais na Engenharia, construído pelos alunos de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal da Bahia. Ao final deste texto, espera-se que o leitor tenha a capacidade entender a situação problema, utilizando os métodos aprendidos durante o decorrer da disciplina aplicados para a solução das equações em um dispositivo embarcado, cuja principal função é limitar a quantidade de memória para o desenvolvedor.

Palavras-Chave— motor corrente contínua, arduíno, uno, método numérico.

I. INTRODUÇÃO

O emprego motores CC do tipo brushless (sem escovas) em diversas funções é comum, dada sua precisão, eficiência e confiabilidade. Além dessas vantagens, pode-se citar entre as características de um motor deste tipo: ser compacto, eficiente, confiável, possuir menor custo de manutenção, pouca interferência eletromagnética, ausência de torque de borda e possuir características lineares entre torque e velocidade.

Um motor CC é uma máquina alimentada por corrente contínua. O controle da sua velocidade angular é obtido por meio da variação da tensão de alimentação. Neste trabalho não será realizado o controle da velocidade, mas, sim, o estudo de seu comportamento, assim como o da corrente ao longo do tempo, através da resolução de um sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) que se enquadram em um problema de valor Inicial (PVI).

Com base nos dados retirados da folha de dados de um motor BSG23-18AB-03, pretende-se simular a velocidade angular, o torque e a corrente de armadura do motor, aplicando os conhecimentos a respeito de resoluções numéricas de sistemas de EDO para resolver as equações mostradas; Comparar os resultados obtidos a partir dos métodos de resolução Euler Simples, Euler Modificado e Runge-Kutta de Terceira e Quarta Ordem e, por fim, observar e discutir o comportamento do motor quando o passo de iteração é variado.

II. DESENVOLVIMENTO E METODOLOGIA

Para determinar a dinâmica do motor CC em regime permanente ou transitório é necessário conhecer o modelo matemático que descreve o comportamento do sistema, demonstrado pelas equações a seguir:

$$(I) \frac{di_a(t)}{dt} = \frac{V_a(t)}{L_a} - \frac{R_a i_a(t)}{L_a} - \frac{E_g(t)}{L_a}$$

$$(II) E_g = \omega K_b i_f$$

$$(III) \frac{d\omega}{dt} = \frac{T_m(t)}{J} - \frac{B\omega}{J}$$

$$(IV) T_m(t) = K_t i_a(t)$$

Onde V_a é a tensão de armadura, I_a a corrente de armadura, R_a a resistência de armadura, L_a a indutância de armadura, E_f a tensão de campo, I_f a corrente de campo, R_f a resistência de campo; L_f a Indutância de campo; E_g a força contra eletromotriz, T_m o torque mecânico; ω_m velocidade angular, J o momento de inércia, B o coeficiente de atrito viscoso e K_b a constante de força contra eletromotriz.

Sendo cada equação:

- (I) EDO em função da corrente de armadura
- (II) Equação para a força contra eletromotriz
- (III) EDO em função da velocidade angular do motor
- (IV) Equação para o torque mecânico

Para a resolução deste sistema é preciso definir as constantes para o Sistema de EDO. Esses valores se alteram de acordo ao motor escolhido para análise. Foram utilizados, então, as constantes dadas pelo datasheet do motor BSG23-18AB-03:

Símbolo na Equação	Valor Unidade
V_a	48 Volts
R_a	1,23 Ω
L_a	3,241 mH
I_f	2,83 A
J	1638 g/cm ²
B	0,005995
K_b	0,165
K_t	0,149 N.m/sq.rt.W

Tabela 1: Valores constantes utilizados

Inicialmente, na execução do programa do Arduino, é dada ao operador a opção de alterar o passo de funcionamento dos métodos e escolher as resoluções numéricas para aplicar no sistema e dos tempos inicial(t_i) e final(t_f). Para a simulação, foram escolhidos como valores iniciais do PVI, da velocidade e da corrente como sendo nulos, já que, simula-se o comportamento do motor a partir do repouso.

Os métodos usados respeitam o sistema de EDO apresentado. Trata-se de resoluções numéricas para análise de equações lineares. Dessa forma, o método de Euler Simples deve apresentar um resultado satisfatório comparado a métodos mais complexos, como o Runge-Kutta, por exemplo.

O resultados serão expostos mais a frente no formato de porcentagem, permitindo a análise da diferença entre os métodos aplicados.

III. RESULTADOS

Devido a limitação do arduino, se torna inviável analisar o período de estabilização para as grandezas. Isso por que, a placa só permite o processamento de um período de 10 segundos.

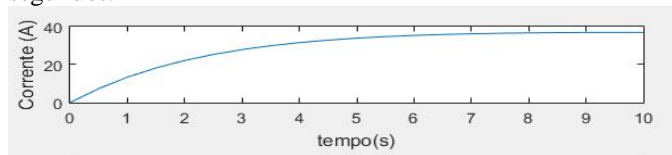


Imagem 1: Gráfico de Corrente X tempo para modelo no arduino

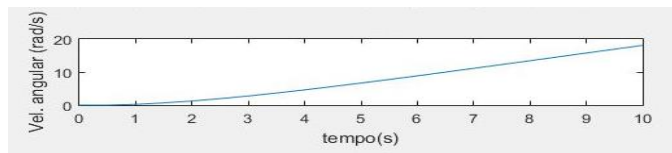


Imagem 2: Gráfico de Velocidade X tempo para modelo no arduino

A fim de constatar o resultado obtido no Arduino UNO, foram gerados no MATLAB os gráficos a seguir, com período de 500s. Foi, então, possível observar o funcionamento completo esperado do modelo do motor.

A corrente descreve um pico nos períodos iniciais e declina até manter estabilidade. A velocidade angular descreve comportamento crescente até ficar estável.

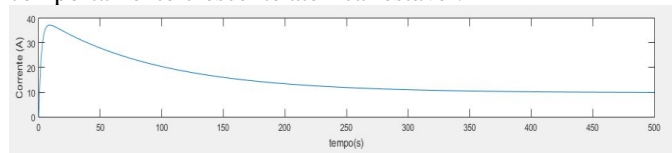


Imagem 3: Gráfico de Corrente X tempo para modelagem completa

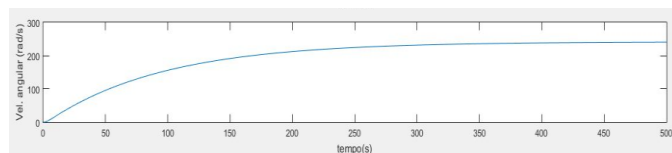


Imagem 4: Gráfico de Velocidade X tempo para modelagem completa

Em se tratando do método de resolução a diferença entre um método simples e um complexo, durante a análise do sistema linear é pequena. A seguir, segue a tabela com o

percentual da diferença encontrada entre os diferentes métodos comparado ao método mais complexo utilizado, que foi Range-Kutta de 4º Ordem.

	Euler Simples	Euler Modificado	Runge-Kutta 3ª Ordem
Passo = 2	13,5% - 43,6%	5,1% - 11,1%	1,1% - 2,6%
Passo = 1	6,4% - 20,3%	1% - 2,6%	0,1% - 0,3%
Passo = 0,5	3,1% - 9,6%	0,2% - 0,6%	0,01% - 0,03%

Tabela 2: Percentual de Erro em Cada Método em Comparação do Método de Range-Kutta de 4º Ordem.

IV. CONCLUSÃO

Devido a limitação de memória do Arduino, não é possível fazer uma análise completa do comportamento do motor. Para isso ocorrer seria necessário um período grande e um passo iterativo pequeno, situação inviabilizada pelo cache de memória da placa, que possibilita apenas análises para no máximo 10 segundos.

Entretanto, a análise dos momentos iniciais da modelagem é possível e de fácil execução, na qual verifica-se a ascensão da corrente em direção ao pico e a velocidade angular crescente, mostrados nas *imagens 1 e 2*. O momento de estabilização não consegue ser visualizado devido a memória limitada, mas pôde ser apresentado nas *imagens 3 e 4*, geradas através do MATLAB.

A *tabela 2* mostra que, para um passo igual a 0.5, o método de Euler Simples apresenta um percentual de erro menor que 10%, o que aponta que o uso de um método simples de solução de sistema de EDO pode ser empregado e ainda assim obter uma boa performance nos resultados.

É válido frisar que a possibilidade de alterar as constantes do sistema de acordo ao motor de corrente contínua estudado permitiria a análise dos momentos iniciais de qualquer modelo.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Gilat e V. Subramaniam, "Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas", Editora Bookman, Porto Alegre – RS, 2008.
- [2] A. Robson, A. Santiago, M. P. de Carvalho e V. Sampaio, "Acionamento e Controle de um motor CC," apresentado a disciplina de Instrumentação II – Universidade Federal da Bahia, Brasil, 2017.
- [3] Moog Components Group, "Silencer Series: Brushless DC Motor – BSG23 High Performance Unique Stator Design", Datasheet.