Aljabar linear dan Geometri

Vektor (Catatan Kuliah)

1. Vektor = satuan yg memiliki besar dan arah.

2. Dimensi vektor ⟶ bisa 1d, 2d, sampai n dimensi
   - $R^1, R^2, R^3 \dots R^n$

   yang bisa digambar hanya 1, 2, dan 3 dimensi.

3. Vektor di R^n dapat dinotasikan $v = (v_1, v_2 \dots v_n)$ atau matrix vertikal.

4. Vektor berasal dari titik O (0,0,0)

5. Operasi vektor :
   1. Penjumlahan vektor → menjumlahkan masing² komponen.
   2. Pengurangan vektor → $w - v = w + -v$
   3. Pengalian dgn skalar → $kv = k(v_1, v_2 \dots v_n)$

4. Vektor yang bukan titik asal

   $v = (v_2 - v_1) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ → sama untuk semua dimensi

   misal → $v = \overrightarrow{P_1P_2}$, panjangnya = jarak 2 buah titik.

5. Norma vektor (panjang) → akar dr jumlah kuadrat komponen.

   dinotasikan dengan $\|v\|$ → artinya panjang v.
   - Jarak 2 vektor = $\|u - v\|$, disebut euclidean distance.
   - dalam faceID, yang diukur adalah jarak.

6. arah sebuah vektor, intinya komponen / panjang

   $\cos\alpha = \dfrac{v_1}{\|v\|}$, $\cos\beta = \dfrac{v_2}{\|v\|}$, $\cos\gamma = \dfrac{v_3}{\|v\|}$

a. Sifat - sifat vektor.
   1. $u + v = v + u$
   2. $(u + v) + w = u + (v + w)$
   3. $k(m + u) = km + ku$
   4. $(km)u = k(mu)$

7. Kombinasi linier vektor

   $k_1 v_1 + k_2 v_2 + k_3 v_3 = (a, b, c)$

   jadikan sistem persamaan linear.

8. Vektor satuan = vektor dgn panjang 1 → $u = \dfrac{v}{\|v\|}$, prosesnya normalisasi vektor.

Aljabar Linier dan Geometri

9. Vektor standar → i, j, k atau vektor satuan standar.
   - i = 1,0,0 j = 0,1,0 k = 0,0,1

   maka vektor dapat dinotasikan sbg → $u_1 i + u_2 j + u_3 k$

10. Dot product (perkalian titik)

    $u \cdot v = \|u\| \|v\| \cos\theta$ → hasilnya skalar

    $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$ (perkalian antar componen)

    $$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\| \|v\|}$$

    Sifat² dot product :

    1. $u \cdot v = v \cdot u$
    2. $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$
    3. $k(u \cdot v) = ku \cdot v$

    Untuk R^2 dan R^3 berlaku → $v \cdot v = \|v\|^2$ → $\|v\| = (v \cdot v)^{1/2}$

    pada dot product, berlaku

    1. $u \cdot v < 0$, sudut tumpul
    2. $v \cdot u = 0$, sudut siku
    3. $u \cdot v > 0$, sudut lancip

    terdapat teorema bahwa $\|u\| \|v\| \geq \|u \cdot v\|$

    lihat sifat dot product dihubungkan dengan matrix