

Sifat² Determinan Matrix $n \times n$

17 September 2024

Untuk setiap matrix $n \times n$ memenuhi sifat²:

1. Apabila 2 buah baris matrix ditukar $\rightarrow \det B = -\det A$
2. Apabila salah satu baris dikali dengan konstanta $k : \det B = k \det A$

Mencari determinan pada matrix segitiga : kalikan setiap elemen diagonal utama.

Metode reduksi baris untuk menentukan determinan matrix $n \times n$.

1. Lakukan operasi baris elementer untuk membuat suatu matrix segitiga
2. Carilah determinan menggunakan metode matrix diatas.

Teorema tentang determinan

1. Jika matrix mengandung baris atau kolom nol, $\det = 0$
2. $\det [A] = \det [A^T]$
3. jika $A = BC$, maka $\det A = \det B \cdot \det C$
4. matrix punya balikan $\Leftrightarrow \det \neq 0$
5. $\det [A] = \frac{1}{\det [A^{-1}]}$..

Contoh kasus

misal $[A] = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ tentukan \det .

a. $3A^{-1} = \frac{3^3 \cdot 1}{\det [A]}$, jadi rumus umumnya

• Untuk $\det kA^{-1} = \frac{k^n \cdot 1}{\det [A]}$

Menghitung determinan dengan ekspansi kofaktor, misalkan A = matrix $n \times n$.

minor entri : determinan dari suatu sub-matrix tanpa melibatkan baris i dan kolom j

kofaktor : $(-1)^{i+j} M_{ij}$, dimana m adalah minor entri matrix

$$\begin{aligned} \text{Maka, } \det [A] &= a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n} \\ &= a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}, \text{ dan seterusnya.} \end{aligned}$$

atau dapat juga ditinjau secara baris.

Matriks Kofaktor

1. misalkan A adalah matrix $n \times n$ dan c_{ij} adalah kofaktor entri dari a_{ij}

2. matrix kofaktor = $c_{11} \ c_{12} \ c_{13}$

...

$c_{ij} \dots \ c_{nn}$

3. $\text{adj} (A) = \text{transpose matrix kofaktor}$

4. $A^{-1} = \frac{1}{\det (A)} \cdot \text{adj}$

Aljabar linier dan Geometri

17 September 2024

Menyelesaikan Sistem persamaan linier dengan Kaidah Cramer (To be continued)

1. Untuk Suatu matrix A sedemikian rupa sehingga $\det A \neq 0$ terdapat solusi unik dimana :

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}, \text{ dimana}$$

A_i adalah matrix A yang kolom i nya diganti dengan hasil SPL, disebut b .