Aplicando modelos econômicos de Leontief com o método de Gauss em Matrizes de Tempo

Kaio Aime Garcia, Rafael Amaral Fabris

Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP)
86.360-000 –Bandeirantes– PR – Brasil

ra_rifabris@hotmail.com, contatokaiogarcia@gmail.com

Abstract. *The paper describes that Leontief's economic models were made to perform metrics of an economy system, therefore, it debates on applying these models to calculate the time of a research, containing the following activities within the research: writing, research and implementation, to obtain the total hours spent on these activities. Therefore, the Gauss method was used to solve the linear system proposed in a matrix that has the time of these tasks, where after applying the Leontief metrics in this matrix, the results of the total hours spent on these tasks were obtained.*

Resumo. *O artigo mostra que os modelos econômicos de Leontief foram feitos para executar métricas de uma economia, então pensou-se em aplicar esses modelos para calcular o tempo de uma pesquisa, contendo as seguintes atividades dentro da pesquisa: escrita, pesquisa e implementação, assim para obter o total de horas gastos dessas atividades. E com isso se utilizou o método de Gauss para resolver o sistema linear proposto em uma matriz que tem o tempo dessas tarefas, em que depois de aplicado as métricas de Leontief nessa matriz, foram obtidos os resultados do total de horas gastas nessas tarefas.*

1. INTRODUÇÃO

O modelo econômico de Leontief foi criado para executar métricas de uma economia, principalmente demandas de valores. Pode ser muito utilizada para gerenciar demandas dos valores de uma economia, mas o que acontece se utilizar este modelo para calcular o tempo de uma pesquisa.

1.1 Problema

Quando medimos o tempo para executar uma tarefa, geralmente mentalmente com valores aproximados, muitas vezes o valor é incorreto com a realidade. Em vários casos não se calcula o tempo que essas atividades vão demorar executando outra atividade, por exemplo, para escrever um artigo antes precisa pesquisar sobre o assunto.

1.2 Objetivos

A pesquisa tem como objetivo utilizar e transformar o modelo econômico de Leontief para calcular métricas de tempo, utilizando o exemplo do tempo de criar uma pesquisa completa.

2. METODOLOGIA

A metodologia desta pesquisa consiste em inicialmente em criar a Matriz intermediária requisitada pelo modelo econômico de Leontief. Esta matriz intermediária será utilizando valores fictícios. Está matriz é composta por 3 atividades que são necessárias para a produção de uma pesquisa, por exemplo, leitura, escrita e implementação.

Com a matriz intermediária criada define-se valores do tempo de produção e executa o modelo econômico de Leontief encontrando os valores reais de demanda de tempo que a pesquisa vai precisar para ser produzida.

Por final será implementado o modelo econômico de Leontief, para maior velocidade nos cálculos das matrizes lineares do problema em questão.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao analisar uma economia é dividi-la em setores e estudar como os setores interagem entre si. Por exemplo, uma economia simples pode estar dividida em três setores: manufatura, agricultura e serviços. Um setor produz certos produtos, mas requer insumos dos outros setores de si mesmo. Por exemplo, o setor agrícola pode produzir trigo como produto, mas requer insumo de máquinas agrícolas de setor manufatureiro, energia elétrica do setor de serviços e alimento de seu próprio setor para alimentar seus trabalhadores. Anton e Rorres (2012, p.85).

A maioria dos setores de uma economia produzirá produtos, mas podem existir setores que consomem produtos sem produzir nenhum produto (por exemplo, o setor dos consumidores). Os modelos que não produzem produtos são denominados *setores abertos*. Economias sem setores abertos são denominadas *economias fechadas,* e economias com um ou mais setores abertos são denominados *economias abertas.* Anton e Rorres (2012, p.86).

A teoria de matrizes tem sido muito usada na inter-relação de preços e produção demanda em sistemas econômicos. Baseados nas ideias do prêmio Nobel Wassily

Leontief, em que foram discutidos dois modelos: modelo fechado ou modelo input-output e o modelo aberto ou modelo de produção. Em cada modelo são dados certos com inter-relação entre "indústrias" do modelo econômico. Com a teoria de matrizes pode-se calcular preços e níveis de produção para satisfazer o objetivo econômico desejado. Anton e Rorres (2012, p.86).

Exemplo prático: Se considerarmos uma economia aberta simples com um setor aberto e três setores produtivos. Suponha-se que insumos e produtos sejam medidos em unidades monetárias e que insumos requeridos pelos setores produtivos para produzir uma unidade monetária de valor de produtos estão de acordo com a Tabela 1 a seguir. Anton e Rorres (2012, p.86).

Tabela1: Insumo requerido para produzir $1

Fornecedor	Manufatura	Agricultura	Serviços
Manufatura	$0.50	$0.10	$0.10
Agricultura	$0.20	$0.50	$0.30
Serviços	$0.10	$0.30	$0.40

Matriz dessa tabela então ficaria, a Figura 1 mostra a matriz da tabela 1.

$$C = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}4 \end{bmatrix}$$

Figura 1: Matriz de C - Anton e Rorres (2012, p.86).

Matriz de consumo da economia (ou, às vezes, a matriz tecnológica). Os vetores-coluna de C listam os insumos necessários para os setores de manufatura, agricultura e serviços, produzirem $1,00 de produto. Esses vetores são de consumo dos setores. Então por exemplo c1, produz $1,00 de valor de produto, o setor manufatureiro requer produtos no valor de $0,50 do setor manufatureiro, no valor de $0,20 de setor agrícola e no valor de $0,10 de setor de serviços. Anton e Rorres (2012, p.87).

$$\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,5 \\ 0,3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

Figura 1: Listagem de Insumos - Anton e Rorres (2012, p.86).

O vetor coluna **d** é denominado vetor demanda externa. O valor em unidades monetárias de seus produtos precisa cobrir suas próprias necessidades mais a demanda externa. O vetor de coluna x é denominado vetor de produção da economia. Para a economia como matriz de consumo, a porção de vetor de produção x que será consumido pelos três setores produtivos é

$$\underbrace{x_1 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{As frações} \\ \text{consumidas} \\ \text{pela manufatura}}} + \underbrace{x_2 \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,5 \\ 0,3 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{As frações} \\ \text{consumidas} \\ \text{pela agricultura}}} + \underbrace{x_3 \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{As frações} \\ \text{consumidas} \\ \text{pelos serviços}}} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = C\mathbf{x}$$

Figura 2: Matriz de consumo - Anton e Rorres (2012, p.87).

O vetor **Cx** é denominado vetor intermediária da economia. Quando atendida a demanda intermediária, a porção da produção que resta para satisfazer as necessidades da demanda externa é **x - Cx**. Então, se o vetor demanda externa for **d**, então **x** deve satisfazer a equação.

$$\mathbf{x - Cx - d}$$

Em que **x** é quantidade produzida, **Cx** é a demanda intermediária e **d** é a demanda externa.

$$\mathbf{(\mathit{1} - C)\ x = d}$$

A matriz ***1 - C*** é denominada ***matriz de Leontief*** e a ***(1 - C) x = d*** é denominada **equação de Leontief.** Anton e Rorres (2012, p.87).

4. DESENVOLVIMENTO

4.1 Apresentação dos dados Coletados

Os dados coletados são uma criados para artificialmente para demonstrar o funcionamento do modelo. Estes dados foram criados a partir de hipóteses do tempo de cada atividade. Os dados de pesquisa foram imaginados que só é possível armazenar 50%

do que foi pesquisado. Por exemplo, são necessárias 2 horas em geral para concluir 1 hora de pesquisa real, já que existem distrações como banheiro, procrastinação, tomar café etc.

Para os dados de escrita imaginou-se que 65% do tempo é utilizado para escrita em geral, e 20% para pesquisa de informações extras. Respectivamente para cada 1 hora real apenas consegue escrever 39 minutos de escrita, 12 minutos de pesquisa e os outros 9 minutos é perdido por algum contratempo.

Os dados de implementação foram criados a partir da mesma ideia dos dados passados. O tempo utilizado para implementação pura é de 60%, e mais 20% de pesquisa e 20% de escrita.

4.2 Transformação dos dados em Matriz

Inserindo dados criados no tópico anterior em uma tabela:

Tabela 2: Tempo requerido para produção de 1 hora.

	Escrita	Pesquisa	Implementação
Escrita	65%	20%	0%
Pesquisa	0%	50%	0%
Implementação	20%	20%	60%

Separando os dados da tabela por coluna para melhor visualização, em uma matriz de consumo. Demonstrado a seguir:

$$x1 = \begin{bmatrix} 0,65 \\ 0 \\ 0,2 \end{bmatrix} \quad x2 = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} \quad x3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

Figura 3: Matriz de Consumo em frações

Com isso conseguimos montar a matriz que será utilizada no modelo econômico de Leontief:

$$\begin{bmatrix} 0,65 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{bmatrix} * \begin{vmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{vmatrix} = Cx$$

Figura 4: Matriz de Consumo

4.3 Execução dos modelos econômicos

Executando o modelo econômico de Leontief com a matriz gerada no capítulo 4.2, portanto temos as seguintes matrizes:

$$Cx = \begin{bmatrix} 0{,}65 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0.2 & 0{,}2 & 0{,}6 \end{bmatrix},\ x = \begin{vmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{vmatrix},\ d = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Figura 5: Valores de cada matriz

Em que **x** é quantidade produzida, **Cx** é a demanda intermediária e **d** é a demanda externa.

Com isso aplica-se a equação de Leontief para resolução do problema desse trabalho. Para este trabalho será utilizado nos valores de **d** {10,5,10}, respectivamente estamos buscando o tempo necessário para a produção de 10 horas de escrita, 5 horas de pesquisa e 10 horas de implementação.

Aplicando a equação de Leontief ***(1 - C) x = d:***

$$\begin{bmatrix} 0{,}35 & -0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ -0{,}2 & -0{,}2 & 0{,}4 \end{bmatrix} * \begin{vmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Figura 6: Matriz de Leontief

Depois de executado a equação de Leontief se resolve o sistema linear para encontrar os resultados localizados no próximo tópico

4.4 Resultados

Como mostrado no item 4.3, então para nosso problema chegou-se ao seguinte resultado depois da execução do sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 0{,}35 & -0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ -0{,}2 & -0{,}2 & 0{,}4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34{,}28 \\ 10 \\ 47{,}14 \end{bmatrix}$$

Figura 7: Matriz Resultante

Então diante da equação de Leontief, para o total de horas gastos em um trabalho. 34,28 horas de escrita, 10 horas de pesquisa e 47,14 horas de implementação.

4.5 Implementação do Modelo Econômico de Leontief

Este trabalho foi implementado na linguagem Java, com a aplicação do método de Gauss para resolução do sistema linear em que foi implementado para resolver a equação de Leontief, e o código dessa implementação encontra-se no link: https://github.com/Kaiog96/MetodoLeontief.

5. CONCLUSÃO

Conclui-se que com os modelos econômicos de Leontief podemos resolver o tempo de se fazer uma pesquisa, porém existe um grande problema em encontrar a matriz intermediária para obter se os valores mais reais e precisos do tempo de uma pesquisa.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anton, H. e Rorres, C. “Álgebra Linear com Aplicações”, 2012.