Лабораторная работа №5  
Гайворонская Екатерина Александровна  
010304-КМСб-о23

## Лабораторная работа №5

## Моделирование движения неуправляемого снаряда

## при бомбометании

**1. Общая постановка задачи на исследование**

Колонна военной техники условного противника движется по прямолинейному участку шоссе со скоростью км/ч. Колонну догоняет самолет-бомбардировщик, движущийся горизонтально над шоссе на высоте м со скоростью км/ч. Стремясь поразить колонну, самолет сбрасывает на цель неуправляемый снаряд (бомбу) массой кг.

Определить:

1. Траекторию движения снаряда при бомбометании.
2. На каком расстоянии до колонны необходимо сбросить снаряд, чтобы поразить цель.

**2. Задание на лабораторную работу**

1. Решить задачу при следующих исходных данных:

Числовые значения величин, характеризующих моделируемый процесс движения снаряда: ; ; м; кг; км/ч; км/ч. Мой вариант №9, следовательно: , то *p* = 0, *q* = 9

При решении задачи принять следующие допущения:

а) Считать, что при движении снаряда в вертикальном направлении он испытывает сопротивление воздуха. При этом сила сопротивления равна:

,

где – проекция скорости на вертикальную ось (направление падения снаряда).

б) Лобовым сопротивлением воздуха при движении снаряда в горизонтальном направлении можно пренебречь.

1. Записать уравнения движения снаряда (2) и (3).
2. Рассчитать траекторию движения снаряда.
3. Определить положение снаряда в каждый момент времени над землей.
4. Построить график, отображающий траекторию движения снаряда.
5. Построить график изменения скорости движения снаряда вдоль оси *Ox*.
6. Рассчитать приблизительное время падения снаряда на землю, используя формулу (14).
7. Найти расстояние до колонны, на котором самолет должен сбросить снаряд, используя формулу (13).

**3. Решение задачи**

и . Тогда исходные данные задаются так: кг; км/ч; км/ч; ; ; м.

Введем прямоугольную систему координат *xOy*, совместив ее начало (точку *O*) с точкой пространства, в которой выполняется бомбометание (рис. 1).

Для нахождения траектории движения снаряда по осям воспользуемся вторым законом Ньютона

, (1)

где – ускорение снаряда; – равнодействующая всех сил, воздействующих на него.

Запишем векторное уравнение (1) в проекциях на оси *Ох* и *Оу*, учитывая, что проекция равнодействующей на ось *Ох* (рис. 1) равна , где – сила тяжести, а проекция равнодействующей на ось *Оу* равна с учетом пренебрежения лобовым сопротивлением движению снаряда.

*О*

*H*

*l*

*y*

*x*

*a*

*v*к

*l*к

*v*c

*F*с

*F*т

**Рис. 1. Траектория движения снаряда**

Учитывая, что проекции ускорения и на оси координат равны

; ,

получаем разделяющуюся систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) относительно переменных *х* и *у*:

, (2)

где ; ,

. (3)

Найдем вначале решение второго уравнения (3). Последовательно получаем из уравнения (3):

; , (4)

где – произвольные константы.

Значения постоянных (4) найдем из начальных условий. Учтем, что начало координат совмещено с точкой пространства, в которой было выполнено бомбометание. При получаем с учетом равенства (4):

.

Скорость движения снаряда при равна скорости движения самолета, с которого он сброшен, то есть . Отсюда следует, что

.

В результате получаем

. (5)

Найдем решение уравнения (2). Учитывая начальные условия, получаем задачу:

(6)

Учитывая, что , сведем задачу (6) к системе дифференциальных уравнений

(7)

Будем решать задачу (7), используя явную схему метода Эйлера. Зададим шаг и получим систему узлов , , . Положим, что , , . Для задачи (7) вычислительная явная разностная схема будет записываться в виде:

(8)

Выполняя преобразования в уравнениях (8), получим:

;

, .; (9)

, .

Задачу (8) можно так же решить, используя неявную схему метода Эйлера. Для той же системы узлов она будет иметь:

;

, ; (10)

, .

Для определения из формул (10) потребуется решать квадратное уравнение

.

Обозначим , , , тогда получаем:

и .

Учитывая формулы для задания коэффициентов и , получаем, что значение всегда отрицательное. Поэтому в дальнейших расчетах его использовать не будем. В результате модель движения тела описывается уравнениями:

; ; ; ;

; (11)

,

Заметим, что если значение коэффициента , то применить для расчета неявную схему Эйлера (11) не удастся.

Найденные решения уравнений (2) и (3) задают траекторию движения снаряда при бомбометании.

Определим теперь с каким упреждением необходимо выполнить бомбометание, чтобы поразить колонну. Для этого в результате численного решения ОДУ (3) определим время падения снаряда из условия:

. (12)

Согласно условию (12) отметим, что время соответствует завершению численного решения ОДУ (2). Это следует из того, что (рис. 1) начальное значение координаты равно , а в точке снаряд достигает земли. Зная время , определим расстояние вдоль оси *Оу*, пройденное снарядом с учетом равенства (5):

.

Данное расстояние представим в виде суммы (рис. 1):

.

Далее, учтем, что за время колонна техники пройдет по шоссе расстояние равное . Отсюда находим исходную величину упреждения при бомбометании:

. (13)

Решение уравнения (2) найдем, воспользовавшись явной схемой Эйлера (9):

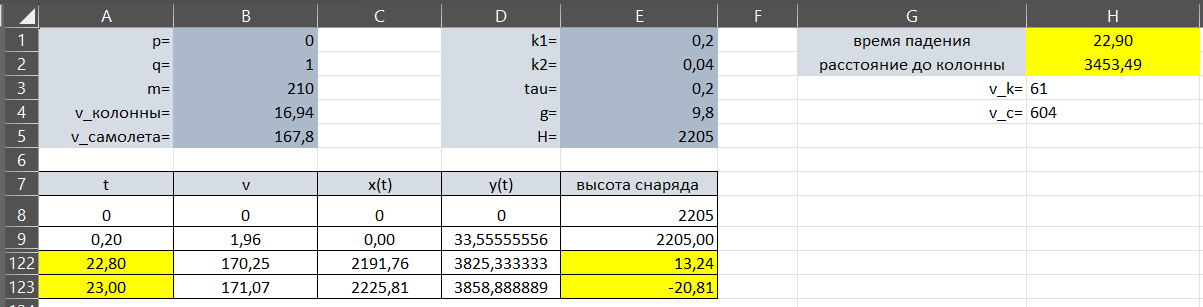
;

, .;

, .

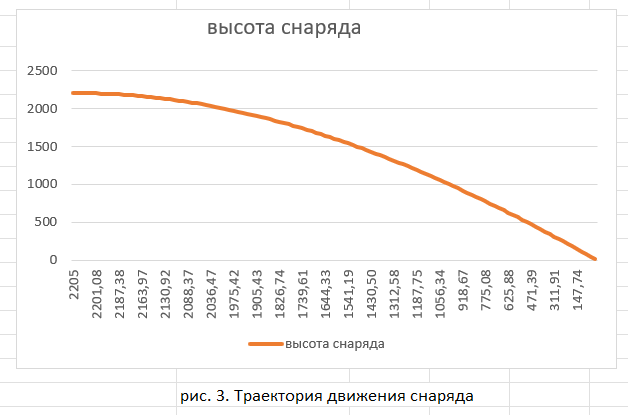
При этом будем считать, что ускорение свободного падения м2/с. Зададим значение параметра , которое будет определять шаг по времени.

Построим вычислительную область на листе *Excel* (рис. 2).



**Рис. 2. Решение задачи об определении траектории снаряда**

***Построим траекторию движения снаряда.***



**Рис. 3. Траектория движения снаряда**



**Рис. 4. Скорость движения снаряда**