Курсовая работа по дискретной математике.
3 Вариант

Галкин Алексей Дмитриевич

1 Задание 4

Используя алгоритм Форда, найти минимальные пути из первой вершины во все достижимые вершины в нагруженном графе, заданном матрицей длин дуг.

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 & v_7 \end{array} \\
\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{array} &
\begin{pmatrix}
\infty & 4 & 5 & 4 & \infty & \infty & \infty \\
10 & \infty & 2 & \infty & 3 & \infty & \infty \\
\infty & 2 & \infty & 3 & 1 & 4 & 7 \\
\infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 7 & \infty \\
\infty & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 4 \\
\infty & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 2 \\
2 & \infty & 3 & \infty & 5 & 7 & \infty
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

2 Решение

	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7			λ^0	λ^1	λ^2	λ^3	λ^4	λ^5	λ^6
v1	∞	4	5	3	∞	∞	∞			0	0	0	0	0	0	0
v2	10	∞	2	∞	3	∞	∞			∞	4	4	4	4	4	4
v3	∞	2	∞	3	1	4	7			∞	5	5	5	5	5	5
v4	∞	∞	2	∞	∞	7	∞			∞	3	3	3	3	3	3
v5	∞	∞	1	∞	∞	∞	4			∞	∞	6	6	6	6	6
v6	∞	∞	4	∞	∞	∞	2			∞	∞	9	9	9	9	9
v7	2	∞	3	∞	5	7	∞			∞	∞	12	10	10	10	10

1. $\lambda_i^0 = \infty$, i где i = 1. $\lambda_1^0 = 0$
2. $\lambda_i^{k+1} = min(\lambda_i^k + c_{ji})$

$$\lambda_2^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ \infty \\ 2 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}) = 4 \quad \lambda_3^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ \infty \\ 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}) = 5$$

$$\lambda_4^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ \infty \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}) = 3 \quad \lambda_5^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ 3 \\ 1 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ 5 \end{pmatrix}) = 6$$

$$\lambda_6^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 4 \\ 7 \\ \infty \\ \infty \\ 7 \end{pmatrix}) = 9 \quad \lambda_7^2 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 7 \\ \infty \\ 4 \\ 2 \\ \infty \end{pmatrix}) = 12$$

$$\lambda_2^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ \infty \\ 2 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}) = 4 \quad \lambda_3^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ \infty \\ 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}) = 5$$

$$\lambda_4^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ \infty \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}) = 3 \quad \lambda_5^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ 3 \\ 1 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ 5 \end{pmatrix}) = 6$$

$$\lambda_6^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 4 \\ 7 \\ \infty \\ \infty \\ 7 \end{pmatrix}) = 9 \quad \lambda_7^3 = \min_{i \le j \le 7}(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 7 \\ \infty \\ 4 \\ 2 \\ \infty \end{pmatrix}) = 10$$

$$\lambda_2^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ \infty \\ 2 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} \right) = 4 \quad \lambda_3^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ \infty \\ 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 5$$

$$\lambda_4^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ \infty \\ 3 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix} \right) = 3 \quad \lambda_5^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ 3 \\ 1 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \\ 5 \end{pmatrix} \right) = 6$$

$$\lambda_6^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 4 \\ 7 \\ \infty \\ \infty \\ 7 \end{pmatrix} \right) = 9 \quad \lambda_7^4 = \min_{i \le j \le 7}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ 7 \\ \infty \\ 4 \\ 2 \\ \infty \end{pmatrix} \right) = 10$$

Столбцы $\lambda^3\lambda^4.\lambda^5\lambda^6\lambda^3$. Находим минимальные вершины.

1) $v_1 - > v_1$(длина 0)
2) $v_1 - > v_2$(длина 4) $v_1 - v_2$
3) $v_1 - > v_3$(длина 5)$v_1 - v_3$
4) $v_1 - > v_4$(длина 3)$v_1 - v_4$
5) $v_1 - > v_5$(длина 6)$v_1 - v_3 - v_5$
1) $v_1 - > v_6$(длина 9)$v_1 - v_3 - v_6$
1) $v_1 - > v_6$(длина 10)$v_1 - v_3 - v_5 - v_7$