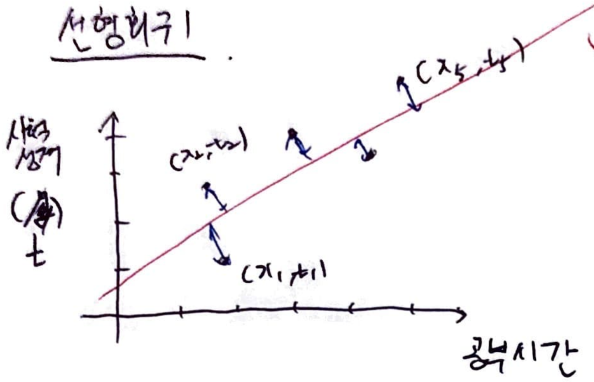
선형회귀



→ $y = ax + b$ (추세선)

목표 : 데이터의 종속변수 t_i 값에 가장 가까운 선을 구해보자.

즉, 거리가 가장 가깝다 $\Longleftrightarrow$ $\displaystyle \min_{(a,b)\in\mathbb{R}^2} \sum_{i=1}^{N} (ax_i + b - t_i)^2$

목적함수 라 부른다. (최소제곱법) least square method.

($E(a,b)$ 라 표현하자)

자... 어떻게 구하지? a, b 에 따라서 $E(a,b)$ 가 가장 최소가 되는 상황을 구하는 것 ⇒ 경사 하강법.

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (ax_i + b - t_i)\, x_i$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (ax_i + b - t_i) \cdot 1.$$

$$\Rightarrow \nabla E \left(\frac{\partial E}{\partial a}, \frac{\partial E}{\partial b}\right).$$

⇒ 주어진 $a^{(0)}, b^{(0)} \in \mathbb{R}^2$ 초기값에 따라

$$(a^{(n+1)}, b^{(n+1)}) = (a^{(n)}, b^{(n)}) - \underbrace{\eta}_{\text{learning rate}} \nabla E(a^{(n)}, b^{(n)}), \quad n = 0, 1, \dots$$

(Tip) $E = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2}(f(x_i) - t_i)^2$ 으로 사용하는 경우가 많다.

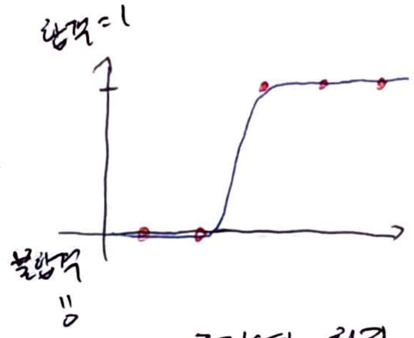
다중 선형 회귀

(x_1 : 공부시간, x_2 : 운동시간, t: 성적)

⇒ $y = a_1x_1 + a_2x_2 + b$

로지스틱 회귀

공부시간	2	4	6	8	10
합격여부	X	X	O	O	O



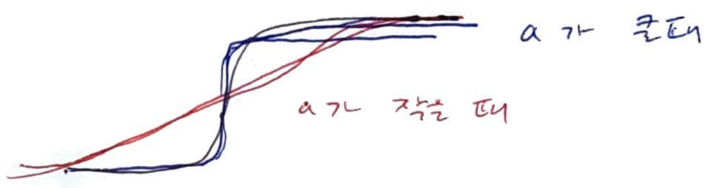
로지스틱 회귀.

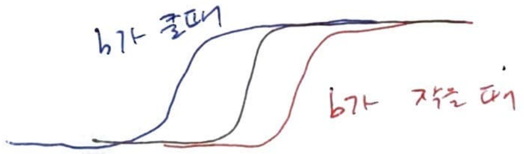
참·거짓을 판별하는 임계함수 (활성화 함수 필요).

$y = \frac{1}{1+e^{-(ax+b)}}$ 여기서 우리는 a, b를 구하면 된다.

a: 그래프의 경사도

b: 좌우 이동





Set ~~$\phi(x) = \frac{1}{1+e^{-(ax+b)}}$~~ Set $\phi(x) = \frac{1}{e^{-x}+1}$

$$E(a,b) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\left(\phi(ax_i+b) - t_i\right)^2$$, set $u_i = ax_i+b$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\left(\phi(u_i) - t_i\right)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{1}{N}\sum \left(\phi(u_i) - t_i\right)\phi'(u_i)x_i$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{1}{N}\sum \left(\phi(u_i) - t_i\right)\phi'(u_i)$$

주어진 $(a^{(0)}, b^{(0)}) \in \mathbb{R}^2$,

$$(a^{(n+1)}, b^{(n+1)}) = (a^{(n)}, b^{(n)}) - \eta\nabla E(a^{(n)}, b^{(n)})$$

, $n=0,1,2,\ldots$