HAW LANDSHUT	WS 2023/2024
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK	Blatt 1
Eisenreich/Hartmann/Sagraloff/Schröter	11.10.23

Übungen zur Vorlesung „Mathematik I"

Aufgabe 1. Beschreibung von Mengen *Motivation: Manchmal hilft es in Anwendungen, wenn man Strukturen erkennt, die Mengen zugrunde liegen. Wenn ein Programm beispielsweise Fehler ausspuckt, ist es sehr hilfreich zu erkennen, wenn dies nur in speziellen Fällen passiert.*
Aufgabe: Beschreiben Sie folgende Mengen durch eine charakterisierende Eigenschaft aller Elemente:

(a) $M := \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots\}$

(b) $N := \{2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, \ldots\}$

(c) $R := \{3, 8, 13, 18, 23, 28, \ldots\}$

(d) $S := \{1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, \ldots\}$

Aufgabe 2. Relationen *Relationen sind überall im Alltag und vor allem in der Informatik anzutreffen, z.B. "zwei Kunden haben schon einmal dasselbe Produkt gekauft" ist eine Relation, die für Online-Shops von Relevanz ist.*
Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Symmetrie, Reflexivität und Transitivität.

(a) $R := \{(x, y)|$ Bestandskunde x und Bestandskunde y haben mindestens ein gemeinsames Produkt unter ihren bisherigen Einkäufen$\}$.

(b) $R := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}|$ a und b besitzen einen gemeinsamen Teiler größer als 1$\}$

Schreiben Sie Ihre Überlegungen strukturiert auf, indem Sie zunächst für jede Eigenschaft Ihre Behauptung formulieren (z.B. "R ist (nicht) reflexiv.") und dann die Begründung dafür liefern.

Aufgabe 3. Restklassen *Die Relation "gleicher Rest beim Teilen durch eine Primzahl" ist vermutlich die wichtigste in der Informatik, z.B. beim Hashing oder bei Verschlüsselungsverfahren.* Gegeben sei folgende Relation:

$$R := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \text{ und } y \text{ haben denselben Rest beim Teilen durch } 3\}.$$

(a) Untersuchen Sie die Relation R auf Symmetrie, Reflexivität und Transitivität.

(b) Geben Sie in Mengenschreibweise alle $y \in \mathbb{Z}$ an, für die gilt: $2Ry$.

(c) Geben Sie in Mengenschreibweise alle $y \in \mathbb{Z}$ an, für die gilt: $17Ry$.

(d) Geben Sie in Mengenschreibweise alle $z \in \mathbb{Z}$ an, für die gilt: $-2Rz$.

Aufgabe 4. Abbildungen *Wenn man eine große Menge an Daten (wie z.B. Kundenlisten eines großen Online-Unternehmens) klug speichern will, so dass wir schnellen Zugriff haben und wenig Speicherplatz brauchen, benutzt man Hash-Funktionen. Bei solchen muss man sicher gehen, dass sie nicht aus Versehen zwei Kunden mit derselben ID versehen. Mit anderen Worten: Hash-Funktionen sollten* ***injektiv*** *sein. Um ein Gefühl für die Begriffe injektiv, surjektiv und bijektiv zu bekommen, versuchen wir uns an ein paar Funktionen.* Geben Sie in den folgenden Aufgaben das Bild der Abbildung an, und prüfen Sie mit Begründung, ob die Abbildung injektiv, surjektiv und/oder bijektiv ist. *(Hinweis: injektiv: Überprüfen Sie, ob zwei unterschiedliche Werte auf denselben Wert abgebildet werden. surjektiv: Berechnen Sie dazu das Bild der Abbildung oder überlegen Sie sich, ob es Werte im Zielraum gibt, die nicht getroffen werden.)*

(a) $f : \mathbb{R}_{\leq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}, x \mapsto x^2$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0}, x \mapsto x^2$

(d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\leq 0}, x \mapsto x^2$