12.10.23 **Mengen**

z.B.: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$M = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$

$M \neq \mathbb{N}$ $\quad -1 \notin \mathbb{N}$

$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ $\quad$ {Birne} $\neq$

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ $\quad$ {Apfel, Birne, {{Birne}}}.

Achtung: {Apfel, Birne, {Banane}} $\neq$
{Apfel, Birne, Banane}
= {Birne, Apfel, Banane}
= {Birne, Apfel, Birne, Banane}
$\neq$ {Birne, Apfel, {Birne}, Banane}

Wichtige Mengen:

$\mathbb{R} := \{x \mid x \text{ ist eine reelle Zahl}\}$

$\mathbb{Q} := \{x \mid x \text{ ist eine rationale Zahl}\} =$
$= \{x \mid x = \frac{a}{b} \text{ mit } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

$\mathbb{C} := \{x \mid x \text{ ist eine komplexe Zahl}\}$.

$\emptyset := \{\}$ die "leere Menge"

$P := \{x \in \mathbb{N} \mid \text{Falls } x = p \cdot q \text{ mit } p, q \in \mathbb{N}, \text{ dann gilt } p = 1 \text{ oder } q = 1\}$.
$= \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist nur durch } 1 \text{ und sich selbst teilbar}\}$ = Menge der Primzahlen $\cup \{1\}$.

2, 3, 7, 5, 11,

Achtung: per Def. ist 1 keine Primzahl.

②

Achtung: $M = \{3, \mathbb{N}\}$ ~~$= \{3\}$~~

Frage: Ist $5 \in M$? Antwort: Nein

$\mathbb{Q} := (\{0.5, 1, 2, 3, \dots\})$ ⟵ Bsp. für Notation von "$\cup$"

$= \{0.5\} \cup \{1, 2, 3, \dots\}$

$= \{0.5\} \cup \mathbb{N}$.

$= \{x \mid x = 0.5 \text{ oder } x \in \mathbb{N}\}$

Teilmengen: $\{3\} \subset \mathbb{N} \Longleftrightarrow 3 \in \mathbb{N}$

Primzahlen $\cup \{1\}$ $\Rightarrow P \subset \mathbb{N}$

$\emptyset \subset \mathbb{N}$

$G = \{x \mid x = 2 \cdot i \text{ mit } i \in \mathbb{N}\}$ = geraden Zahlen

$\{\text{Banane}, \{\text{Apfel}\}\} \not\subset \{\text{Banane}, \text{Apfel}, \text{Orange}\}$

Beh: $\emptyset \subset M$ für jede Menge M.

Bew.: $\emptyset \subset M$ bedeutet: jedes Element von $\emptyset$ ist auch ein Element von M.
Da die leere Menge kein Element enthält, ist das der Fall. □

Beispiele für Potenzmengen:

- $M = \{0, 1, 2\} \Rightarrow P(M) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{1,2\}, \{0,2\}, \{0,1,2\}\}$.

  3 Elemente

  $2^3 = 8$ Elemente

- $M = \{1, \{2,3\}\} \Rightarrow P(M) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{2,3\}\}, \{1, \{2,3\}\}\}$.

  2 Elemente

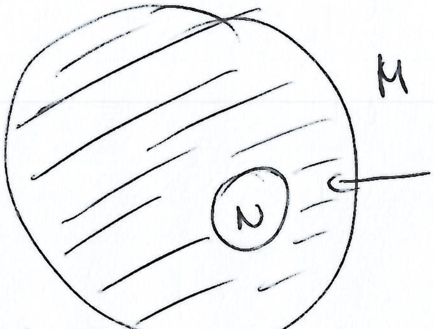
  $2^2 = 4$ Elemente

$M = \{ Apfel, 1, \emptyset \}$. $\quad P(M) = \{ \emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{Apfel\}, \{\emptyset, 1\}, \{\emptyset, Apfel\}, \{1, Apfel\}, \{Apfel, 1, \emptyset\} \}$.

$|M|$ 3 Element

$8 = 2^3$ Element

<u>Vermutung:</u> Wenn M eine Menge mit n Elementen ist, dann hat $P(M)$ 2^n Element.



M

$\overline{N}^M$

<u>Bsp. zu $\cap$ $\cup$, $\setminus$:</u>

- z.B. $M = \mathbb{Z}$

$A = \{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ und } x \neq 1, x \neq 2 \}$.

$M \setminus \{1,2\}$. $\quad \overline{\{1,2\}}^{\mathbb{Z}} = A$

$\overline{\{1,2\}}^{\mathbb{N}} = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \geq 2 \} = \{3, 4, 5, 6, \dots\}$.

- Sei $M = \{1, 2, \{1,2\}\}$, $N = \{2, 3\}$

$M \cap N = \{2\}$

$M \cup N = \{1, 2, \{1,2\}, 3\}$

$M \setminus N = \{1, \{1,2\}\}$