# 第九周知识总结

## 曲线积分

### 第一型曲线积分

$L \subset R^3$可求长曲线段$f$定义在$L$上
对$L$的任意划分$T, \Delta l_i$为弧长
若$I = \lim\limits_{|T| \to 0} \sum\limits_{i=1}^{n} f(P_i) \Delta l_i$存在且与划分、取点无关，称之为$f$在$L$上第一型曲线积分
记作$\int_L f(x,y,z)dl$(环路：$\oint_L$)

#### 计算

$L:$参数方程$x = x(t), y = y(t), z = z(t), t \in [\alpha, \beta], x, y, z \in C^1[\alpha, \beta]$
$dl = \sqrt(x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2)dt$
$\int_L f(x,y,z)dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t))\sqrt(x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2)dt$

#### 性质

- 线性
- 积分曲线可加性
- 无方向性
- 绝对可积性
- 对称性（曲线对称+函数对称）
- 轮换对称性

#### 积分中值定理

$f \in C(L), L$光滑$\Rightarrow \exists P_0(x_0, y_0, z_0) \in L, \int_L f(x,y,z)dl = f(P_0)l$

#### 应用

柱面侧面积：$S = \int_L |f(x,y)|dl$

### 第二型曲线积分

$L$可求长, $\vec{F}(x,y,z)=(P,Q,R), d\vec{l}=(dx,dy,dz)$
$I=\int_L \vec{F}(x,y,z)d\vec{l}=\int_L Pdx+Qdy+Rdz$

## 计算

$L:$参数方程$x=x(t),y=y(t),z=z(t),t\in[\alpha,\beta],x,y,z\in C^1[\alpha,\beta],\alpha\to\beta$
$d\vec{l}=\vec{\tau}dt=(x'(t),y'(t),z'(t))dt$

## 性质

- 线性
- 积分曲线可加性
- 有向性（正向=-反向）