

1 量子信号処理

NMR における信号強度を上げるための合成パルスに由来

1.1 信号演算子

信号 a に依存した x 軸回転である。

$$W(a) = \begin{pmatrix} a & i\sqrt{1-a^2} \\ i\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = R_X(-2 \arccos(a)) \quad (1)$$

1.1.1 証明

以下証明である。

$$\begin{pmatrix} ai\sqrt{1-a^2} & \\ i\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = aI + i\sqrt{1-a^2} \quad (2)$$

$$= \cos(\arccos(a))I + i \sin(\arccos(a))X \quad (3)$$

$$= \cos\left(\frac{2 \arccos(a)}{2}\right)I - i \left(-i \sin\left(\frac{2 \arccos(a)}{2}\right)\right)X \quad (4)$$

$$= \cos\left(\frac{-2 \arccos(a)}{2}\right)I - i \sin\left(\frac{-2 \arccos(a)}{2}\right)X \quad (5)$$

$$= e^{-i\left(\frac{-2 \arccos(a)}{2}\right)X} \quad (6)$$

$$= R_X(-2 \arccos a) \quad (7)$$

1.2 信号処理演算子

z 軸に対する $-\phi$

$$S(\phi) = e^{i\phi Z} \quad (8)$$

1.3 量子信号処理操作 (QSP)

これらを繰り返して定義

量子信号処理は、 x 軸と z 軸を繰り返し作用させる。

ϕ は任意である。(人間が調整してやってくださいねぇ～)

$$U_{\vec{\phi}} = e^{i\phi_0 Z} \prod_{k=1}^d W(a) e^{i\phi_k Z} \quad (9)$$

2 量子信号処理：一般論

量子信号処理とは、ある条件を満たす多項式 $P(a)$ と $Q(a)$ に対して、

$$U_{\vec{\phi}} = e^{i\phi_0 Z} \prod_{k=1}^d W(a) e^{i\phi_k Z} = \begin{pmatrix} P(a) & iQ(a)\sqrt{1-a^2} \\ iQ^*(a)\sqrt{1-a^2} & P^*(a) \end{pmatrix} \quad (10)$$

を満たすような $\vec{\phi}$ が存在する。