Atraktor Rosslera

Kajetan Wilkowski 331542

June 2024

1 Wstep

Atraktor Rosslera jest układem dynamicznym opisanym trzema równaniami różniczkowymi wykazujacy zachowania chaotyczne zwiazane z jego fraktalnościa.

1. chaotyczność - polega na jego podatności na warunki poczatkowe. Mówiac prościej jakiekolwiek nawet najmniejsze zmiany argumentów opisujacych układ może prowadzić do dużych zmian w jego trajektoriach. Skończona dokładność zmiennych sprawia również, że nie możliwe jest jego dokładne przewidzenie, stad nazwa chaotyczny.

2. fraktalny - wykazuje właściwości fraktalne, czyli samopodobieństwa poszczególnych cześci układu, które jednak jest dosyć złożone ze wzgledu na jego chaotyczność. Fraktalność układu wpływa też na jego złożoność czyniac go bardziej skomplikowanym od gładkich kształtóww przestrzennych. Miara teg jest jego wymiar fraktalny wynaszacy około 2.02.

2 Definicja

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - c) \end{cases}$$

Gdzie a, b i c to zmienne, ustanowione dowolnie. Sam Rossler prowadził badania na współczynnikach:
a = 0.2
b = 0.2
c = 5.7

3 Punkty stałe

Punkty stałe to takie punkty w przestrzeni fazowej, których pochodne definiujace atraktor sa równe zero. Oznacza to, że jeśli układ znajdzie sie w którymś z nich pozostanie w nim na zawsze. Dla aktrakora Rosslera istnieja 2 takie punkty:

$$\left(\frac{c+\sqrt{c^2-4ab}}{2}, \frac{-c-\sqrt{c^2-4ab}}{2a}, \frac{c+\sqrt{c^2-4ab}}{2a}\right)$$

Figure 1: punkt 1

$$\left(\frac{c-\sqrt{c^2-4ab}}{2}, \frac{-c+\sqrt{c^2-4ab}}{2a}, \frac{c-\sqrt{c^2-4ab}}{2a}\right)$$

Figure 2: punkt 2

4 Bonus: Atraktor Lorenza

Czytajac na temat atraktora Rosslera oczywiście natknałem sie na popularniejszy atraktor Lorenza, który również opisany jest 3 równaniami różniczkowymi, co sprawiło że kod, który napisałem, po minimalnych modyfikacjach poradził sobie również z nim. Parametry jakich używał Lorenz to sigma = 10, beta = 8/3 i rho = 28.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \sigma(y-x),$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = x(\rho-z)-y,$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = xy-\beta z.$$