Lista 2

Zadania należy rozwiązać za pomocą oprogramowania:

`https://ampl.com/try-ampl/download-a-free-demo`

We wszystkich zadaniach należy oddzielić dane od modelu.

1. Przedsiębiorstwo otrzymało zamówienie na 10 ton paszy. Pasza ta jest wytwarzana poprzez zmieszanie następujących produktów: kukurydzy, ziemniaków, soi i mączki rybnej. Produkty te zawierają następujące składniki, istotne ze względu na wymogi żywieniowe: witaminy, białko, sole mineralne i tłuszcz. Zawartości składników w kilogramie produktów są podane w poniższej tabeli:

	Składnik jedn./kg			
Produkt	Witaminy	Białko	Sole mineralne	Tłuszcz
Kukurydza	8	6	10	4
Ziemniaki	10	5	12	8
Soja	6	10	6	6
Mączka rybna	8	6	6	9

Przedsiębiorstwo może zakupić maksymalnie 6 ton kukurydzy, 10 ton ziemniaków, 4 tony soi oraz 5 ton mączki rybnej w cenach za tonę odpowiednio 200$, 120$, 240$ i 120$. W 1 kg paszy powinno się znaleźć od 6 do 10 jednostek witamin, co najmniej 6 jednostek białka, co najmniej 7 jednostek soli mineralnych i nie więcej niż 8 jednostek tłuszczu. W jaki sposób zestawić paszę aby zminimalizować jej łączny koszt?

2. Na początku stycznia, lutego, marca i kwietnia Jan ma pewne przychody i opłaca rachunki, których wartości są podane w poniższej tabeli:

	Przychody ($)	Rachunki ($)
Styczeń	900	600
Luty	800	500
Marzec	300	500
Kwiecień	300	250

Na początku każdego miesiąca Jan może ulokować wolną gotówkę na lokatach: miesięcznej (oprocentowanie po miesiącu 0.1%), dwu-miesięcznej (oprocentowanie po dwóch miesiącach 0.5%), trzymiesięcznej (oprocentowanie po trzech miesiącach 1%) lub cztero-miesięcznej (oprocentowanie po czterech miesiącach 2%). Odsetki z każdej lokaty są kapitalizowane po zakończeniu lokaty i uzyskana kwota może być ponownie zainwestowana lub wykorzystana do opłacenia rachunków. W jaki sposób Jan powinien lokować pieniądze aby zmaksymalizować gotówkę na końcu czwartego miesiąca? Pamiętaj, że Jan musi mieć gotówkę na opłacenie rachunków na początku każdego miesiąca.

3. Pewne miasto postanowiło zainwestować w pięć projektów dotyczących renowacji mieszkań. Projekty te będą realizowane w ciągu kolejnych pięciu lat. Każdy projekt ma ściśle określony czas rozpoczęcia i zakończenia, koszt oraz roczny przychód który będzie generowany po jego ukończeniu. W każdym roku miasto przeznacza określoną kwotę pieniędzy na finansowanie projektów i kwota ta nie może być przekroczona. W poniższej tabeli znajdują się odpowiednie dane:

	Rok 1	Rok 2	Rok 3	Rok 4	Rok 5	Koszt (milion $)	Roczny przychód (milion $)
Projekt 1	X	X	X			5.0	.05
Projekt 2		X	X	X	X	8.0	.07
Projekt 3	X	X	X	X	X	15.0	.15
Projekt 4			X	X		1.2	.02
Budżet (milion $)	3.0	6.0	7.0	7.0	7.0		

Projekty 1 i 4 muszą być ukończone w całości. Pozostałe dwa projekty mogą być ukończone częściowo, w zależności od możliwości budżetowych, ale w stopniu przynajmniej 25%. Pod koniec każdego roku ukończona część mieszkań jest zajmowana przez mieszkańców i proporcjonalny do tego przychód wpływa do kasy miasta w kolejnych miesiącach. Na przykład, jeżeli 40% mieszkań z projektu 1 jest ukończona w roku 1 a 60% w roku 3, to przychody w kolejnych latach są następujące: rok 1: 0, rok 2: $0.4 \cdot 0.05$, rok 3: $0.4 \cdot 0.05$, rok 4: 0.05 i rok 5: 0.05. Wyznacz optymalny harmonogram wykonywania projektów, który maksymalizuje łączny przychód.

4. Pani X zarabia na życie sprzedając i kupując kukurydzę. W dniu 1 stycznia ma 100 ton kukurydzy i 2000$ w gotówce. Pierwszego dnia każdego miesiąca pani X może kupić kukurydzę po następujących cenach: styczeń - 200$/t; luty - 100$/t; marzec- 200$/t; kwiecień- 300$/t. Podczas dokonywania zakupu musi dysponować odpowiednią gotówką. Ostatniego dnia każdego miesiąca pani X może sprzedać kukurydzę po następujących cenach: styczeń - 320$/t; luty - 300$/t; marzec - 250$/t; kwiecień 400$/t. Popyt na kukurydzę w kolejnych miesiącach wynosi odpowiednio 50, 75, 100 i 80 ton. Pani X może przechowywać kukurydzę w magazynie, którego pojemność wynosi 200 ton. Określ optymalny plan zakupów i sprzedaży kukurydzy dla pani X, który zmaksymalizuje jej gotówkę w ostatnim dniu kwietnia.

5. Powierzchnię pewnej fabryki można opisać za pomocą układu współrzędnych. W fabryce tej znajdują się cztery maszyny ulokowane w punktach $(3, 0)$, $(0, -3)$, $(-2, 1)$ i $(2, 4)$. Fabryka chce ulokować nową maszynę poprzez podanie jej współrzędnych (x_1, x_2), tak aby suma odległości nowej maszyny do istniejących maszyn była najmniejsza. Odległość mierzymy za pomocą metryki typu Manhattan, np. odległość nowej maszyny do maszyny w lokalizacji $(3, 0)$ wynosi $|x_1 - 3| + |x_2|$. Rozpatrz wariant problemu, w którym dla istniejących maszyn podane są wagi, odpowiednio 5, 7, 3 i 10 i fabryka chce zminimalizować ważoną sumę odległości nowej maszyny od istniejących maszyn.

6. Miasto 1 produkuje 1500 ton odpadów dziennie a miasto 2 produkuje 1400 ton odpadów dziennie. Odpady muszą być spalane w spalarni A lub spalarni B. Każda spalarnia może spalić maksymalnie 1500 ton odpadów dziennie. Koszt spalenia jednej tony wynosi 40$ w spalarni A i 30$ w spalarni B. Spalanie powoduje redukcję 1 tony odpadów do 0.3 tony popiołów, które muszą być zrzucane na jedno z dwóch wysypisk. Każde wysypisko może przyjąć do 500 ton popiołów dziennie. Koszt transportu 1 tony odpadów oraz popiołów wynosi 3$ za kilometr. Odległości w kilometrach pomiędzy miastami, spalarniami i wysypiskami są podane w poniższej tabeli:

	Spalarnia A	Spalarnia B
Miasto 1	30	5
Miasto 2	36	42
	Wysypisko 1	Wysypisko 2
Spalarnia A	5	8
Spalarnia B	9	6

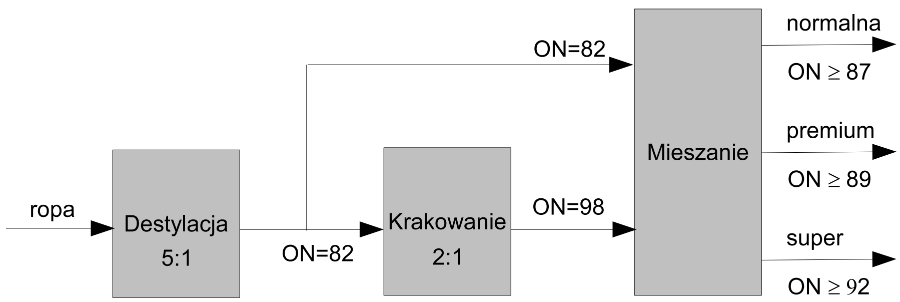
Wyznacz optymalny plan utylizacji odpadów dla obu miast.

7. Pewne przedsiębiorstwo chce zainwestować 500 000$ w cztery projekty. Przewidywane zyski/straty z każdego zainwestowanego dolara zależą od trzech zdarzeń, które mogą wystąpić i są one podane w poniższej tabeli.

	Zysk/strata z 1$			
Projekt	1	2	3	4
Zdarzenie 1	-3	4	-7	15
Zdarzenie 2	5	-3	9	4
Zdarzenie 3	3	2	10	-8

W momencie dokonywania inwestycji wiadomo tylko, że jedno z trzech zdarzeń wystąpi ale nie wiadomo które. Przedsiębiorstwo chce tak zainwestować całą kwotę aby zmaksymalizować zysk w najgorszym przypadku, tj. przy najbardziej niekorzystnym zdarzeniu, które może wystąpić. Na przykład, jeżeli przedsiębiorstwo zainwestuje 1000\$ w projekt 3, to w najgorszym przypadku, gdy wystąpi zdarzenie 1, strata wyniesie 7000\$. W jaki sposób przedsiębiorstwo powinno zainwestować posiadaną gotówkę? Jaki minimalny zysk może sobie zagwarantować?

8. Rafineria produkuje trzy rodzaje benzyny o różnej minimalnej liczbie oktanowej (ON): normalną (ON co najmniej 87), premium (ON co najmniej 89) i super (ON co najmniej 92). Przewidywane zyski jednostkowe z każdego typu benzyny wynoszą odpowiednio 6.7\$, 7.2\$ i 8.1\$ a popyt 50 000, 30 000 i 40 000 jednostek dziennie. Proces produkcyjny wygląda następująco:



Najpierw ropa, będąca produktem wejściowym, jest destylowana w wieży destylacyjnej. Wieża ta wytwarza 1 jednostkę paliwa pośredniego ON=82 z 5 jednostek ropy. Następnie 2 jednostki paliwa ON=82 mogą być przetworzonych w jedną jednostkę paliwa pośredniego ON=98 w module krakowania. Benzyny normalna, premium i super są następnie wytwarzane poprzez zmieszanie paliwa ON=82 i ON=98 w module mieszającym (mieszając x jednostek paliwa ON=82 i y jednostek paliwa ON=98 otrzymamy $x + y$ jednostek paliwa ON= $(82x + 98y)/(x + y)$). Rafineria może przetworzyć 1 500 000 jednostek ropy dziennie. Moduł krakowania może przetworzyć maksymalnie 200 000 jednostek paliwa ON=82. Wyznacz optymalny dzienny plan produkcji.

9. Trzy fabryki F_1, F_2 i F_3 wysyłają towar do czterech hurtowni H_1, H_2, H_3 i H_4. Podaż fabryk wynosi 200, 100 i 300 a popyt hurtowni wynosi 250, 250, 75 i 25 odpowiednio (zauważ, że problem jest zbilansowany, tj. całkowita podaż jest równa całkowitemu popytowi). Koszty wysłania jednej sztuki towaru pomiędzy fabrykami a hurtowniami są podane w poniższej tabeli:

	H_1	H_2	H_3	H_4
F_1	2	4	1	5
F_2	5	1	3	3
F_3	1	2	4	1

Wyznacz najtańszy plan przewozu towaru od fabryk do hurtowni. Zbuduj ogólny model, w którym wszystkie dane (zbiory fabryk, miast i koszty) można zadać poza modelem. Rozwiąż ten model dla przykładowych danych w zadaniu.

10. Firma planuje produkcję pewnego wyrobu w T kolejnych okresach. Oszacowany popyt na wyrób w okresie t wynosi d_t. Niesprzedana produkcja może być magazynowana i sprzedana w kolejnym okresie. Jednostkowe koszty produkcji, magazynowania i niezaspokojonego popytu wynoszą odpowiednio c_t, m_t i b_t. Jednostkowa cena sprzedaży w okresie t wynosi q_t. Początkowa wielkość produkcji musi należeć do przedziału $[LB, UB]$ a początkowy zapas wynosi 0. W okresie $t + 1$, wielkość produkcji może się zmienić (zwiększyć lub zmniejszyć) o maksymalnie p procent w porównaniu do okresu t. Wyznacz plan produkcji maksymalizujący zysk. Zinterpretuj uzyskane rozwiązanie. Dane do zadania znajdują się w pliku 'lista2_zad10.txt'.