

Eliminacja Gaussa - Macierze Rzadkie

Algorytmy Numeryczne - Zadanie 2

Dominik Belgrau 278801
Kajetan Jankowski 278892
Al. Num. gr. 1

23 kwietnia 2023

1 Wprowadzenie

W tym sprawozdaniu przedstawiono wyniki badań błędów oraz czasu działania algorytmów rozwiązujących układy równań metodą eliminacji Gaussa.

Zaimplementowaliśmy 2 algorytmy:

1. bez wyboru elementu początkowego,
2. z częściowym wyborem elementu początkowego.

Użyliśmy także 2 sposobów reprezentacji macierzy:

1. jako słownik, w którym kluczem jest para współrzędnych położenia w macierzy, a wartością wartość elementu,
2. jako lista słowników, w którym kluczem jest położenie w wierszu, a wartością wartość elementu.

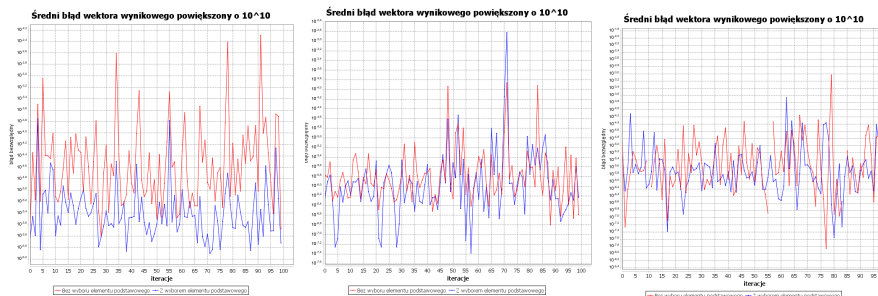
Porównaliśmy także wyniki z rezultatami obliczeń przy pomocy biblioteki Jama.

2 Wnioski

2.1 Testy poprawnościowe

H1, H2

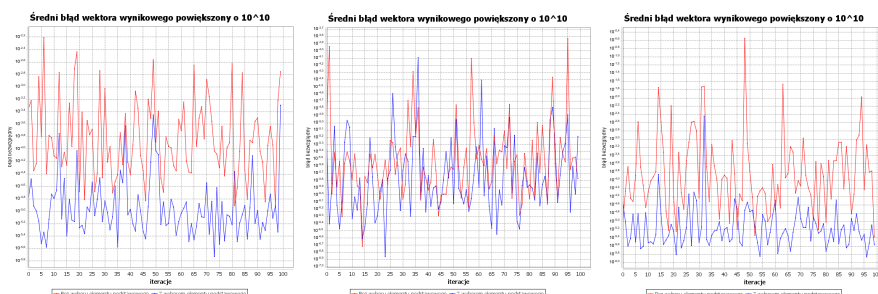
Na wykresach widzimy średni błąd dla wektora wynikowego dla każdej ze 100 iteracji, powiększony o 10^{10} ze względu na ograniczenia biblioteki, na skali logarytmicznej. Widać wyraźnie, że metoda druga - z wyborem elementu podstawowego - charakteryzuje się na ogół mniejszym błędem. Widać też, że przy większych macierzach, błąd również robi się większy. Jest to zapewne spowodowane większą liczbą operacji arytmetycznych, która może powodować większe błędy obcięcia i multiplikować błędy zaokrągleń.



Rysunek 1: Macierz gęsta 10x10

Rysunek 2: Macierz wstęgowa 10x10

Rysunek 3: Macierz rzadka 10x10



Rysunek 4: Macierz gęsta 20x20

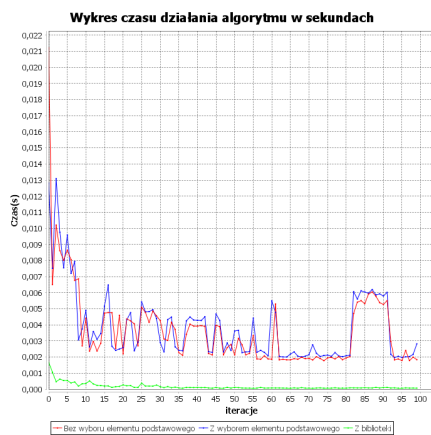
Rysunek 5: Macierz gęsta 20x20

Rysunek 6: Macierz gęsta 20x20

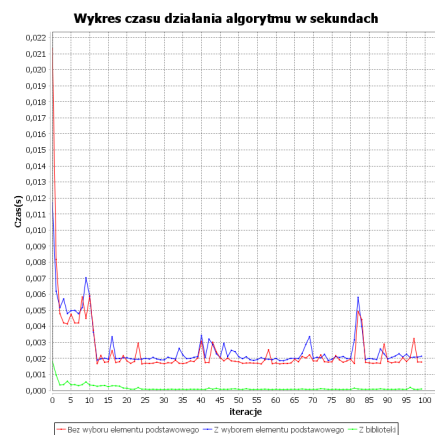
2.2 Testy wydajnościowe

H3, H4

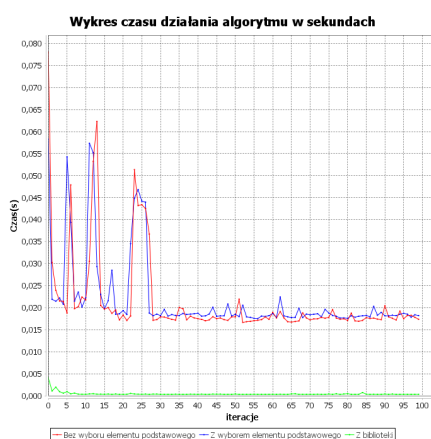
Wykonaliśmy 2 pomiary po 100 prób dla losowych macierzy rozmiaru 50x50 oraz 100x100. Na wykresach są przedstawione czasy naszego algorytmu oraz algorytmu z biblioteki. Widzimy, że dla macierzy gęstej potrzebujemy więcej czasu od rzadkich, lepiej to widać dla naszego algorytmu niż z biblioteki. Jeśli zakładamy, że każdy wiersz macierzy wejściowej zawiera stałą liczbę niezerowych elementów równej k , to liczba elementów, które należy zaktualizować dla każdego wiersza w procesie eliminacji Gaussa wynosi k^2 (k kwadrat). Ponieważ musimy to zrobić dla każdego z n wierszy, całkowita liczba operacji wynosi $n^2 * k^2$. Stąd złożoność czasowa eliminacji Gaussa wynosi $O(n^2 * k^2)$. I to też możemy zaobserwować na wykresach dla 100x100 widzimy o k^2 większe czasy od 50x50.



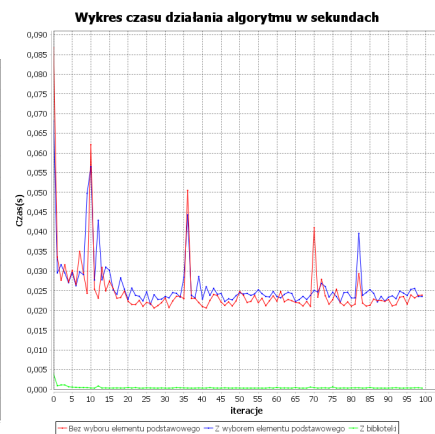
Rysunek 7: Macierz gęsta 50x50



Rysunek 8: Macierz rzadka 50x50



Rysunek 9: Macierz gęsta 100x100



Rysunek 10: Macierz rzadka 100x100

Podsumowanie

Wspólnie pracowaliśmy nad tym sprawozdaniem i podział pracy był następujący:

- Kajetan Jankowski: Implementacja algorytmu Gaussa, Interfejsu My-SparseMatrix
- Dominik Belgrau: Implementacja i przeprowadzenie testów poprawnościowych i wydajnościowych, scalanie i komponowanie kodu
- Wspólnie: Sprawozdanie