1.

Рассматриваем fully abstract типы с рекурсией. Конструкторы – $C_1 \dots C_n$. Количество рекурсивных аргументов в i-м конструкторе – a_i, рекурсивных аргументов во всех конструкторах – $\sum_{i=1}^{n} a_i$. Таким образом нерекурсивных аргументов как бы нет и новых жителей они не дают. Все типы записываются как полином

$$t(x) = c_0 + c_1 * t(x) + \dots + c_n * t^n(x) + ...$$

Здесь степени – это количество рекурсивных аргументов конструктора, c_i – количество конструкторов с i рекурсивными аргументами

$L(h)$ – количество жителей высоты h, $S(h)$ – количество высоты $\leq h$

2. Числа пеано/списки – линейно жителей

$$p(x) = 1 + p(x)$$

$$L(h+1) = L(h)$$

$$S(h) = c \cdot h$$

3. Числа пеано/списки с двумя разными succ – экспонента

$$p(x) = 1 + p(x) + p(x) = 1 + 2 * p(x)$$

$$L(h+1) = 2 * L(h)$$

$$S(h) = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{h-1} = O(2^h)$$

Такое получается когда больше одного рекурсивного аргумента во всех конструкторах

4. Бинарные деревья – башенка экспонент

$$p(x) = 1 + (p(x))^2$$

$$L(h+1) = L(h)^2 + L(h) * S(h-1) * 2 \sim L(h)^2$$

$$ln(L(h+1)) \sim 2 * ln(L(h)) \sim O(2^h)$$

$$S(h+1) \sim O(2^{2^h})$$

5. В общем виде

Если есть конструктор, где m рекурсивных (использующих определяемый тип) аргументов,

$$p(x) = 1 + \dots + (p(x))^m$$

$$L(h+1) = L(h)^m + \dots \sim O(L(h)^m)$$

$$ln(L(h+1)) \sim m * ln(L(h)) \sim O(m^h)$$

$$S(h+1) \sim O(m^{m^h})$$