

# 1. Попробую в общем виде

Рассматриваем fully abstract типы с рекурсией. Конструкторы –  $C_1 \dots C_n$ . Количество рекурсивных аргументов в  $i$ -м конструкторе –  $a_i$ , рекурсивных аргументов во всех конструкторах –  $\sum_{i=1}^n a_i$ . Таким образом нерекурсивных аргументов как бы нет и новых жителей они не дают. Все типы записываются как полином

$$t(x) = c_0 + c_1 * t(x) + \dots + c_n * t^n(x) + \dots$$

Здесь степени – это количество рекурсивных аргументов конструктора

$$L(h) = \begin{cases} O(1) & h = 1 \\ \sum a_i * L(h-1), & h > 1 \end{cases} = O(c^h)$$

Наибольшее влияние оказывает наибольшая степень (где больше всего рекурсивных аргументов)

$$S(h) = \sum_{i=1}^h L(i) = O(c^h)$$

## 2. Про количество примеров

$L(h)$  – количество жителей высоты  $h \geq 1$

$S(h)$  – количество жителей высоты от 1 до  $h$

Очевидно, что на  $L(h)$  больше влияет количество конструкторов, а на  $S(h)$

– на сколько сильно они ветвятся

Пару примеров

- Числа Пеано:  $p(x) = 1 + p(x)$

$$L(h) = 1, S(h) = h$$

- Числа Пеано с двумя видами листов:  $p(x) = 2 + p(x)$

$$L(h) = 2, S(h) = 2 * h$$

- Деревья:  $t(x) = 1 + t^2(x)$

$$L(h) = \begin{cases} 1, & h = 1 \\ 2 * L(h-1), & h > 1 \end{cases} = 2^{h-1}$$

$$S(h) = \sum_{i=1}^h L(i) = \sum_{i=1}^h 2^{i-1} = 2^h - 1$$

- Деревья с двумя видами листов:  $t(x) = 2 + t^2(x)$

$$L(h) = 2^h$$

$$S(h) = \sum_{i=1}^h L(i) = \sum_{i=1}^h 2^i = 2(2^h - 1)$$