

Athugasemdir við meistaraþrófsritgerð:
Rudin-Carleson theorems eftir Berg Snorrason.

Þessi ritgerð inniheldur mjög erfitt og áhugaverð efni og er mjög vel skrifuð.

Bls. v: Útdrátturinn er of langur. Þú átt að endurteka hann ítarlegar í innganginum, þar sem þú segir nákvæmlega til um það hvar allar niðurstöður er að finna. Þarna áttu bara að skrifa *hvað* er gert í ritgerðinni en ekki *hvar* það er gert. Þú skalt miða við að allar niðurstöður séu upp taldar á svona 5-10 línur. Síðan skaltu passa upp á að allt sé sagt aftur í innganginum og segja hvar og hvernig hlutirnir eru gerðir.

Abstract, lína 2: Skrifaðu „every” í stað „all”.

Lína 5: Hér stendur „section 3.2” með litlum staf. Í tilvísunum í Chapter, Section, Lemma, Theorem, Definition skrifa ég alltaf stóran staf. Það eru mismunandi hefðir í mismunandi málum. Íslenska, sænska og franska til dæmis notast við lítila stafi, en enska og þýska við stóra stafi. Ég hef enga bók á rússnesku við hendina svo ég get ekki sagt þér hvernig rússarnir hafa þetta. Enska er svo stórt tungumál að það kann að vera að þetta sé eitthvað mismunandi, en Bandaríkjamenn nota stóran staf og þeir eru mjög móttandi í framsetningu á stærðfræði. Ég tek eftir því að Svíinn Carleson skrifa litla stafi í Math. Z. greininni frá 1957 en stóra stafi í greininni í Acta Math.. Bishop og Rudin nota stóra stafi.

Bls. vi: *Útdráttur, lína 1:* Mér finnst fállegra að skrifa „Rudin-Carleson-setningin” og það er í betra samræmi við enska textann.

Lína 2: Skrifaðu „samfellt”.

Bls. 1: *Önnur málsgrein, lína 3:* Skrifaðu „harmonic functions” og „with given”.

Næsta lína: „presented”.

Bls. 3: *Þriðja neðsta málsgreinin:* Mér finnst óeðlilegt að skrifa „at exactly a closed set”. Ég myndi frekar skrifa „on a prescribed closed set”.

Bls. 5: *Def. 2.1.1:* Þú gleymir að setja skilyrðið $\mu(\emptyset) = 0$ sem verður að gilda í öllum tilfellum. Það útilokar að fastafallið $+\infty$ sé mál. Fjölskyldan $(E_n)_{n \in \mathbb{N}}$ með $E_n = \emptyset$ er sundurlæg og því verður $\mu(\emptyset) = 0$ að vera til þess að það geti verið vit í að μ sé teljanlega samleggjanlegt. Í (ii) ættir þú frekar að nota „real measure”. og spara þér „real valued measure” fyrir tilfellið þegar $\mu: \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ er virkilega raungilt og tekur þar með hvorugt gildanna $\pm\infty$.

Textinn eftir Def. 2.1.1, lína 2: Það er skrigilegur viðtengingarháttur í setningunni „Measures ... Borel”. Ég legg til að þú skrifir. „We shall always assume that measures are complex Borel measures, i.e., that \mathcal{F} is the Borel algebra and the measures take complex values, unless stated otherwise”.

Ég skil ekki hvers vegna þú vilt að m tákni Lebesgue málið einskorðað við $[0, 1]$ og líka bogalengdarmálið á \mathbb{T} , en ekki Lebesgue málið á \mathbb{R} . Ég myndi frekar hafa þetta svona „We let m denote the Lebesgue measure on \mathbb{R} . Then the arc length measure on the unit circle \mathbb{T} is the push-forward of m by the exponential function $t \mapsto e^{it}$. We also denote the arc length measure by m and let $\sigma = m/2\pi$ be the arc length measure scaled to a probability measure on \mathbb{T} .”

Bls. 6: *Lína -1:* „Said vector space”. Ég man ekki eftir þessum frasa í stærðfræði. Af hverju ekki „This vector space”? Þú ættir að bæta við að þetta er Banach-rúm. Þú finnur sönnun í Rudin.

Bls. 7: *Def. 2.1.2, lína 1:* „functions”. *Lína 4:* „measures”. Mér finnst að „ B^\perp -null” eigi að vera hluti af skilgreiningunni.

Def. 2.2.1: Hér ertu farinn að nota „refer to” allt of mikið. Mér finnst skilgreiningin illa orðuð. Mæli með „The set of all continuous functions on $\overline{\mathbb{D}}$ which are holomorphic on \mathbb{D} is called the *disk algebra* and we denote it by \mathcal{A} .”

Bls. 8: Mér fyrsta málsgrein frekar frumstæð. Mæli með „The set \mathcal{A} is a closed subalgebra of the Banach algebra of continuous functions on $\overline{\mathbb{D}}$ with the supremum norm.”

Málsgreinin fyrir framan Def. 2.2.2, lína 2: Skrifaðu „which properties”.

Def. 2.2.2: Þú þarft ekki að taka fram að andhverfan sé fágud því það eru andhverfur alltaf, eins og þú segir sjálfur eftir. Mér finnst óþarfi að hafa þetta með. Ég mæli með: „A bijective holomorphic map $f: U \rightarrow V$ where U and V are open in \mathbb{C} is said to be *conformal*”.

Def. 2.2.3: Mér finnst formúlan ljót og mér finnst eðlilegt að „simple curve” sé hluti af skilgreiningunni. Mæli með: „A closed curve $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ is said to be a *Jordan curve* or *simple curve* if it is injective on the open interval $]a, b[$.”

Það er oft klókt að skilgreina samheiti þegar einhverju hugtaki er gefið nafn.

Bls. 9: *Thm. 2.2.4:* Það er stílhreinna að nota sama rithátt og í skilgreiningunni, $f: U \rightarrow V$ frekar en $\Phi: \Omega_1 \rightarrow \Omega_2$. Notaðu síðan f og g í stað Φ_1 og Φ_2 í sönnun á Cor. 2.2.6. Málsgreinin enda á tveimur punktum.

Cor. 2.2.7: Fyrri partur sönnunarinnar er óþarfur, því því samskeyting tveggja eintækra varpana er eintæk.

Bls. 10: *Def. 2.3.1:* Skilgreiningin ætti að innihalda línuna sem á eftir kemur. Er ekki betra að slá þessum skilgreiningum saman og reyna að stytta textann aðeins?

Bls. 11: *Thm. 2.3.4* Mér hefur alltaf þótt gaman að þessari setningu og ég vil hafa hana svona: (i) α is bounded, (ii) α is uniformly continuous, (iii) α is continuous, (iv) α is continuous at 0.

L^p -rúmin: Þú mátt ekki nota orðið „space” hér, nema þú segir „Let (X, \mathcal{F}) be a measurable space”. Annars áttu að segja „set”. Hér þarftu að taka fram að μ sé jákvætt mál.

Síðasta línan í grein 2.3.2: Hér áttu að taka fram að $L^p(X, \mu)$ sé Banach-rúm og gjarnan að $L^2(X, \mu)$ sé Hilbert-rúm.

Bls. 13: Í fyrstu miðsettu formúlunni vantar hálf bil fyrir framan $;$, $\{f|_{\mathbb{T}} \mid f \in \mathcal{A}\}$.

Def. 3.1.1: Það eru óþarfa greinaskil inni í skilgreiningunni.

Bls. 14-15: Ég er hissa á því að þú skulir taka fram setningu Bolzano-Weierstrass hér og sanna hana. Sama er að segja um sönnun á Ascoli-Arzelà. Þetta er vissulega almennari útgáfa, en stendur í flestum bókum. Dugir ekki að vitna í þessar setningar með nafni þegar þú þarft á þeim að halda alveg eins og þú vitnar í Cauchy-setninguna?

Bls. 14, lína 1: Það er ekki gott að nota n bæði fyrir víddina og vísi í rununum. Stökin í \mathbb{R}^n eru ekki kölluð numbers. Skrifaðu frekar bara „sequence in \mathbb{R}^n ”. Ég myndi bara orða setninguna svona: Every bounded sequence in \mathbb{R}^n has a convergent subsequence.” Mér finnst þetta ekki góð sönnun. Þetta er mjög vel sannað í Kaplansky. Allt byggir þetta á því að vaxandi takmörkuð runa (a_j) í $\mathbb{R}^1 = \mathbb{R}$ er samleitinn með markgildið $\sup\{a_j; j \in \mathbb{N}\}$, minnkandi takmörkuð runa (b_j) í \mathbb{R} er samleitinn með markgildið $\inf\{b_j; j \in \mathbb{N}\}$, og þeirri staðreynd að takmörkuð runa í hlutröðuðu mengi hefur einhalla takmarkaða hlutrunu. Síðan kemur þrepun á víddina. Þetta var afgreitt í mengjum og firðrúmum.

Bls. 16: *Poisson-heildið:* Mér finnst alltaf smekklegra að láta fallið f standa hægra megin við P . Ungdómurinn í dag notar L^AT_EX-skipunina align all of mikið! Það teygir vissulega úr textanum lóðrétt, en gerir hann ekki læsilegri.

Næst síðasta miðsetta formúlan: Það vita allir að $e^{in\pi} = e^{-in\pi} = (-1)^n$, svo það þarf engar æfingar til þess að sýna að heildið sé 0.

Bls. 17: *Sö. á hs. 3.1.5:* Mér finnst að þú eigir að gefa fyrstu setningunni örlítið innihald, „This is obtained by the Fubini-Tonelli theorem.”

Formúlan, 3., 4. og 5. lína: Hér á að standa $|\mu|(e^{it})$ en ekki $|\mu(e^{it})|$. Það er raunar rangt að skrifa $\int_{\mathbb{T}}$ því breytan t lifir ekki á \mathbb{T} heldur á $[-\pi, \pi]$, en þetta er oft gert svona, svo það er varla hægt að amast við þessu.

Það er er ákveðin ósamhverfa í þessari formúlu. Þú ert að heilda með tilliti til t og θ sem eru hornbreytur. Þú heildar aðra yfir $[-\pi, \pi]$ en hina yfir \mathbb{T} .

Bls. 18: Ég myndi setja hs. 3.1.8 beint á eftir Ascoli-Arzela og sanna þessar þrjár hs. í réttri röð. Í hs. 3.18 þarftu að taka fram að fellið eiga að vera takmörkuð. Þú ert að basla við að sleppa svigum og skrifa $\Gamma_n x$ í stað $\Gamma_n(x)$, en það tekst ekki alls staðar og formúlurnar verða kauðalegar. Settu sviga alls staðar.

Mér finnst nú þessi hs. vera nánast vel þekkt setning sem segir að nykurrúmið X' með veika grannmynstrinu hafi þann eiginleika að sérhvert takmarka mengi hafi þjappaða lokun. Síðan kemur Banach-Steinhaus-setningin til sögunnar. Getur þú ekki lýst þessu betur með þessum hugtökum og sýnt veröldinni að þú kannt dálítið í línulegri fellagreiningu?

Bls. 19: *Lína 1:* Skrifaðu *Proof of Lemma 3.1.6*.

Önnur miðsetta formúlan: Línan á ekki að enda á punkti. Skrifaðu síðan „so Γ_n is bounded with”.

Síðasta málsgreinin í sö. á hs. 3.1.6: Þetta er óþarft, því vörpunin $\mu \mapsto P[d\mu]$ er línuleg.

Fyrsta í sö. á hs. 3.1.7: Skrifaður „*Proof of Lemma 3.1.7*.”