Reiknirit Johnsons (1977)

Bergur Snorrason

11. mars 2023

- Við höfum séð hvernig það má finna fjarlægðir milli alla hnúta í neti í $\mathcal{O}(V^3)$ tíma með reikniriti Floyds og Warshalls.

- Við höfum séð hvernig það má finna fjarlægðir milli alla hnúta í neti í $\mathcal{O}(V^3)$ tíma með reikniriti Floyds og Warshalls.
- Það má þá bæta þetta lítilega fyrir net sem hafa ekki marga leggi.

- Við höfum séð hvernig það má finna fjarlægðir milli alla hnúta í neti í $\mathcal{O}(V^3)$ tíma með reikniriti Floyds og Warshalls.
- Það má þá bæta þetta lítilega fyrir net sem hafa ekki marga leggi.
- Ef netið okkar er með jákvæða leggi getum við nota Dijkstra úr hverjum hnút og fengið tímaflækjuna $\mathcal{O}(V(E+V)\log E)$.

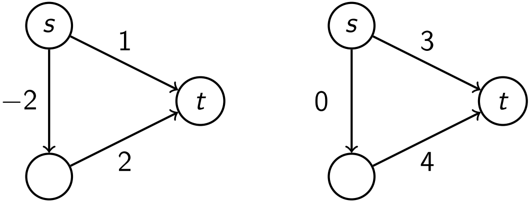
- Við höfum séð hvernig það má finna fjarlægðir milli alla hnúta í neti í $\mathcal{O}(V^3)$ tíma með reikniriti Floyds og Warshalls.
- Það má þá bæta þetta lítilega fyrir net sem hafa ekki marga leggi.
- Ef netið okkar er með jákvæða leggi getum við nota Dijkstra úr hverjum hnút og fengið tímaflækjuna $\mathcal{O}(V(E+V)\log E)$.
- En hvað gerum við ef við erum með neikvæða leggi?

- Hugmyndin er að breyta vigtinni á leggjum þannig að vigtirnar verði jákvæðar, en án þess að breyta hvaða vegir eru stystir.

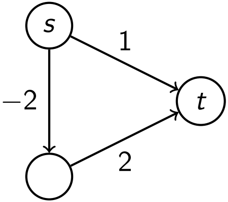
- Hugmyndin er að breyta vigtinni á leggjum þannig að vigtirnar verði jákvæðar, en án þess að breyta hvaða vegir eru stystir.
- Eðlilegt er að spyrja sig hvort það nægi ekki að bæta nógu stórri tölu við alla leggina þannig að allir leggir sé jákvæðir.

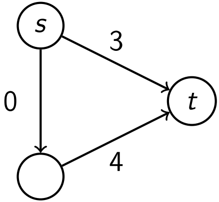
- Hugmyndin er að breyta vigtinni á leggjum þannig að vigtirnar verði jákvæðar, en án þess að breyta hvaða vegir eru stystir.
- Eðlilegt er að spyrja sig hvort það nægi ekki að bæta nógu stórri tölu við alla leggina þannig að allir leggir sé jákvæðir.
- Þetta virkar ekki, því þetta lengir vegi með fleiri leggi meira en vegi með fáa leggi.

- Hugmyndin er að breyta vigtinni á leggjum þannig að vigtirnar verði jákvæðar, en án þess að breyta hvaða vegir eru stystir.
- Eðlilegt er að spyrja sig hvort það nægi ekki að bæta nógu stórri tölu við alla leggina þannig að allir leggir sé jákvæðir.
- Þetta virkar ekki, því þetta lengir vegi með fleiri leggi meira en vegi með fáa leggi.



- Hugmyndin er að breyta vigtinni á leggjum þannig að vigtirnar verði jákvæðar, en án þess að breyta hvaða vegir eru stystir.
- Eðlilegt er að spyrja sig hvort það nægi ekki að bæta nógu stórri tölu við alla leggina þannig að allir leggir sé jákvæðir.
- Þetta virkar ekki, því þetta lengir vegi með fleiri leggi meira en vegi með fáa leggi.





- Reiknirit Johnsons breytir vigtinni á leggjunum þannig að stystu vegirnir breytast ekki en allir leggirnir verða jákvæðir.

- Látum $G = (E, V, w)$ vera vegið stefnt net og $f\colon V \to \mathbb{Z}$.

- Látum $G = (E, V, w)$ vera vegið stefnt net og $f\colon V \to \mathbb{Z}$.
- Við getum þá búið til nýtt net $G' = (E, V, w')$ þannig að $w'(e) = w(e) + f(u) - f(v)$.

- Látum $G = (E, V, w)$ vera vegið stefnt net og $f : V \to \mathbb{Z}$.
- Við getum þá búið til nýtt net $G' = (E, V, w')$ þannig að $w'(e) = w(e) + f(u) - f(v)$.
- Ef $v_1, v_2, \ldots, v_k$ er vegur þá er

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{k-1} w'(v_j, v_{j+1}) &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_j) - f(v_{j+1}) \\ &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_1) - f(v_k)\end{aligned}$$

- Látum $G = (E, V, w)$ vera vegið stefnt net og $f : V \to \mathbb{Z}$.
- Við getum þá búið til nýtt net $G' = (E, V, w')$ þannig að $w'(e) = w(e) + f(u) - f(v)$.
- Ef $v_1, v_2, \ldots, v_k$ er vegur þá er

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{k-1} w'(v_j, v_{j+1}) &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_j) - f(v_{j+1}) \\ &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_1) - f(v_k)\end{aligned}$$

- Svo stysti vegurinn milli hnúta u og v í G er líka stysti vegurinn milli u og v í G'.

- Látum $G = (E, V, w)$ vera vegið stefnt net og $f : V \to \mathbb{Z}$.
- Við getum þá búið til nýtt net $G' = (E, V, w')$ þannig að $w'(e) = w(e) + f(u) - f(v)$.
- Ef $v_1, v_2, \ldots, v_k$ er vegur þá er

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{k-1} w'(v_j, v_{j+1}) &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_j) - f(v_{j+1}) \\ &= \sum_{j=1}^{k-1} w(v_j, v_{j+1}) + f(v_1) - f(v_k)\end{aligned}$$

- Svo stysti vegurinn milli hnúta u og v í G er líka stysti vegurinn milli u og v í G'.
- Spurningin er þá: Er hægt að velja f þannig að $w' \geq 0$?

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.
- Táknum lengdina á þessum vegi með $h(u)$.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.
- Táknum lengdina á þessum vegi með $h(u)$.
- Tökum nú eftir að ef e er leggur úr u í v þá er $w(e) + h(u) \geq h(v)$.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.
- Táknum lengdina á þessum vegi með $h(u)$.
- Tökum nú eftir að ef e er leggur úr u í v þá er $w(e) + h(u) \geq h(v)$.
- Svo ef f, á glærunni á undan, er látið vera h þá er G' ekki með neinn neikvæðann legg.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.
- Táknum lengdina á þessum vegi með $h(u)$.
- Tökum nú eftir að ef e er leggur úr u í v þá er $w(e) + h(u) \geq h(v)$.
- Svo ef f, á glærunni á undan, er látið vera h þá er G' ekki með neinn neikvæðann legg.
- Við getum því notað reiknirit Dijkstras fyrir hvern hnút til að finna stystu fjarlægðina milli u og v í G'.

- Gerum ráð fyrir að það sé engin neikvæð rás í G.
- Við getum þá notað reinkirit Bellmans og Fords til að finna stysta veginn sem endar í u, fyrir öll u.
- Táknum lengdina á þessum vegi með $h(u)$.
- Tökum nú eftir að ef e er leggur úr u í v þá er $w(e) + h(u) \geq h(v)$.
- Svo ef f, á glærunni á undan, er látið vera h þá er G' ekki með neinn neikvæðann legg.
- Við getum því notað reiknirit Dijkstras fyrir hvern hnút til að finna stystu fjarlægðina milli u og v í G'.
- Við höfum svo að ef fjarlægðin milli u og v í G' er μ, þá er fjarlægðin milli u og v í G gefin með $\mu - h(u) + h(v)$.

- Ef það er neikvæð rás í netinu fáum við að $h(u) = -\infty$ fyrir einhverja hnúta u.

- Ef það er neikvæð rás í netinu fáum við að $h(u) = -\infty$ fyrir einhverja hnúta u.
- Við leysum þetta með því finna all hnúta sem eru hluti af einhverri rás, fjarlægja þá úr netinu og reikna svo h fyrir hnútana sem eru ekki hluti af neikvæðri rás.

- Ef það er neikvæð rás í netinu fáum við að $h(u) = -\infty$ fyrir einhverja hnúta u.
- Við leysum þetta með því finna all hnúta sem eru hluti af einhverri rás, fjarlægja þá úr netinu og reikna svo h fyrir hnútana sem eru ekki hluti af neikvæðri rás.
- Við getum notað þetta net til að finna allar fjarlægðir sem eiga ekki að vera $-\infty$.

- Ef það er neikvæð rás í netinu fáum við að $h(u) = -\infty$ fyrir einhverja hnúta u.
- Við leysum þetta með því finna all hnúta sem eru hluti af einhverri rás, fjarlægja þá úr netinu og reikna svo h fyrir hnútana sem eru ekki hluti af neikvæðri rás.
- Við getum notað þetta net til að finna allar fjarlægðir sem eiga ekki að vera $-\infty$.
- En hvernig finnum við alla hnúta sem eru hluti af neikvæðri rás?

- Rifjum upp að net er stranglega samanhangandi ef fyrir alla hnúta u og v er til vegur frá u til v og vegur frá v til u.

- Rifjum upp að net er stranglega samanhangandi ef fyrir alla hnúta u og v er til vegur frá u til v og vegur frá v til u.
- Ef netið okkar er stranglega samanhangandi og inniheldur neikvæða rás þá eru allir hnútar hluti af neikvæðri rás.

- Rifjum upp að net er stranglega samanhangandi ef fyrir alla hnúta u og v er til vegur frá u til v og vegur frá v til u.
- Ef netið okkar er stranglega samanhangandi og inniheldur neikvæða rás þá eru allir hnútar hluti af neikvæðri rás.
- Svo við getum notað reiknirit Bellmans og Fords til að finna stysta veg sem endar í hverjum hnút, og þá vitum við hvort það sé neikvæð rás í stranga samhengisþættinum.

- Rifjum upp að net er stranglega samanhangandi ef fyrir alla hnúta u og v er til vegur frá u til v og vegur frá v til u.
- Ef netið okkar er stranglega samanhangandi og inniheldur neikvæða rás þá eru allir hnútar hluti af neikvæðri rás.
- Svo við getum notað reiknirit Bellmans og Fords til að finna stysta veg sem endar í hverjum hnút, og þá vitum við hvort það sé neikvæð rás í stranga samhengisþættinum.
- Fyrir almennt net eru þó allar rásir alfarið í einum ströngum samhengisþætti.

- Rifjum upp að net er stranglega samanhangandi ef fyrir alla hnúta u og v er til vegur frá u til v og vegur frá v til u.
- Ef netið okkar er stranglega samanhangandi og inniheldur neikvæða rás þá eru allir hnútar hluti af neikvæðri rás.
- Svo við getum notað reiknirit Bellmans og Fords til að finna stysta veg sem endar í hverjum hnút, og þá vitum við hvort það sé neikvæð rás í stranga samhengisþættinum.
- Fyrir almennt net eru þó allar rásir alfarið í einum ströngum samhengisþætti.
- Svo okkur nægir að skoða hvern stranga samhengisþátt fyrir sig.

```
ll dfs(vvii& g, ll u, ll d, ll *s, ll *a, ll *l)                    // d
{
    l[u] = d, s[++s[0]] = u;
    ll i, x, z = d;
    for (i = 0; i < g[u].size(); i++)
    {
        x = g[u][i].first;
        if (l[x] == -1) d = dfs(g, x, d + 1, s, a, l);
        if (a[x] == -1) l[u] = min(l[u], l[x]);
    }
    if (l[u] == z) while (a[u] == -1) a[s[s[0]--]] = u;
    return d;
}

void scc(vvii& g, ll *a)
{
    ll i, n = g.size(), s[n + 1], l[n];                              /
    for (i = 0, s[0] = 0; i < n; i++) l[i] = a[i] = -1;
    for (i = 0; i < n; i++) if (l[i] == -1) dfs(g, i, 0, s, a, l);
}
```

```
void bellman_ford(vvii& g, vi& s, vi& d, vi& a)
{
    ll i, j, k, m = s.size(), x, w, q[2 + 2*m*m], p[2 + 2*m*m];
    q[0] = q[1] = p[0] = p[1] = 2;
    for (i = 0; i < m; i++)
        d[s[i]] = 0, a[s[i]] = 1, q[q[1]++] = s[i], p[p[1]++] = 0;
    while (q[0] != q[1])
    {
        i = q[q[0]++], j = p[p[0]++], a[i] = 0;
        for (k = 0; k < g[i].size(); k++) if (a[g[i][k].first] != -1)
        {
            x = g[i][k].first, w = g[i][k].second;
            if (d[x] != -INF && d[i] + w < d[x])
            {
                d[x] = j < m ? d[i] + w : -INF;
                if (!a[x]) a[x] = 1, q[q[1]++] = x, p[p[1]++] = j + 1;
            }
        }
    }
}
```

```
vi all_nodes_on_negative_cycle(vvii& g)
{
    ll i, j, n = g.size(), a[n];
    vi r(n), d(n), v(n);
    vvi s(n);
    scc(g, a);
    for (i = 0; i < n; i++) s[a[i]].push_back(i), v[i] = -1;
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        bellman_ford(g, s[i], d, v);
        for (j = 0; j < s[i].size(); j++) r[s[i][j]] = (d[s[i][j]] != -INF);
        for (j = 0; j < s[i].size(); j++) v[s[i][j]] = -1;
    }
    return r;
}
```

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E,

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E,
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ hefur vigt $w(u,v) + h(u) - h(v)$,

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E,
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ hefur vigt $w(u,v) + h(u) - h(v)$,
  - leggur úr (j,u) í $(2,v)$ hefur vigt 0, fyrir bæði $j = 1$ og $j = 2$.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E,
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ hefur vigt $w(u,v) + h(u) - h(v)$,
  - leggur úr (j,u) í $(2,v)$ hefur vigt 0, fyrir bæði $j = 1$ og $j = 2$.
- Ein leið til að ímynda sér netið G' er að við séum með tvö eintök af netinu G, annað ofan á hinu.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1, u)$ í $(1, v)$ er í E' ef (u, v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1, u)$ í $(2, v)$ er í E' ef (u, v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2, u)$ í $(2, v)$ er í E' ef (u, v) er í E,
  - leggur úr $(1, u)$ í $(1, v)$ hefur vigt $w(u, v) + h(u) - h(v)$,
  - leggur úr (j, u) í $(2, v)$ hefur vigt 0, fyrir bæði $j = 1$ og $j = 2$.
- Ein leið til að ímynda sér netið G' er að við séum með tvö eintök af netinu G, annað ofan á hinu.
- Við byrjum í neðra netinu og alltaf þegar við lendum á hnút í R (hnút sem er í neikvæðri rás) þá förum við upp í efra netið.

- Búum nú til nýtt net, sem er ekki með neina neikvæða leggi.
- Táknum með $R \subset V$ mengi þeirra hnúta sem eru hluti af einhverri neikvæðri rás.
- Við látum $G' = (\{1,2\} \times V, E', w')$ þannig að:
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $u \notin R$ og $v \notin R$.
  - leggur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E og $v \in R$.
  - leggur úr $(2,u)$ í $(2,v)$ er í E' ef (u,v) er í E,
  - leggur úr $(1,u)$ í $(1,v)$ hefur vigt $w(u,v) + h(u) - h(v)$,
  - leggur úr (j,u) í $(2,v)$ hefur vigt 0, fyrir bæði $j = 1$ og $j = 2$.
- Ein leið til að ímynda sér netið G' er að við séum með tvö eintök af netinu G, annað ofan á hinu.
- Við byrjum í neðra netinu og alltaf þegar við lendum á hnút í R (hnút sem er í neikvæðri rás) þá förum við upp í efra netið.
- Fjarlægðin úr u til v í G er þá $-\infty$ ef það er vegur úr $(1,u)$ í $(2,v)$ í G', og $\mu - h(u) + h(v)$ annars, þar sem μ er fjarlægðin milli $(1,u)$ og $(1,v)$ í G'.

```
vvi johnson(vvii &g)
{
    int i, j, n = g.size(), x, w;
    vi s, b = all_nodes_on_negative_cycle(g), c(n, -1), h(n, -INF);
    for (i = 0; i < n; i++) if (b[i]) s.push_back(i);
    bellman_ford(g, s, h, c);
    vvii q(2*n);
    vvi d(n);
    for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < g[i].size(); j++)
    {
        x = g[i][j].first, w = g[i][j].second;
        if (h[x] == -INF) q[i].push_back(ii(x + n, 0));
        else if (h[i] != -INF) q[i].push_back(ii(x, w + h[i] - h[x]));
        q[i + n].push_back(ii(x + n, 0));
    }
    for (i = 0; i < n; i++) d[i] = dijkstra(q, i);
    for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
        if (d[i][j] != INF) d[i][j] = d[i][j] - h[i] + h[j];
    for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
        if (d[i][j + n] != INF) d[i][j] = -INF;
    for (i = 0; i < n; i++) d[i].resize(n);
    return d;
}
```

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(\qquad)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.
- Tímaflækja reiknirit Dijkstras er tímaflækuna $\mathcal{O}(\qquad\qquad)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.
- Tímaflækja reiknirit Dijkstras er tímaflækuna $\mathcal{O}((E + V) \log E)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.
- Tímaflækja reiknirit Dijkstras er tímaflækuna $\mathcal{O}((E + V) \log E)$.
- Svo tímaflækjan er $\mathcal{O}($ $)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.
- Tímaflækja reiknirit Dijkstras er tímaflækuna $\mathcal{O}((E + V) \log E)$.
- Svo tímaflækjan er $\mathcal{O}(E \cdot V + V \cdot (E + V) \log E)$.

- Við framkvæmum reiknirit Bellmans og Fords tvisvar og reiknirit Dijkstras V sinnum.
- Tímaflækja reiknirit Bellmans og Fords er tímaflækuna $\mathcal{O}(E \cdot V)$.
- Tímaflækja reiknirit Dijkstras er tímaflækuna $\mathcal{O}((E + V) \log E)$.
- Svo tímaflækjan er $\mathcal{O}(E \cdot V + V \cdot (E + V) \log E)$.
- Þetta bætir bara reiknirit Floyds og Warshalls ef við erum með fáa leggi í netinu.

Reiknirit	Útskýring	Skilyrði	Tímaflækja	Tímaflækja á þétt net
BFS	Einn í alla	Óvegið	$\mathcal{O}(E+V)$	$\mathcal{O}(V^2)$
Dijkstra	Einn í alla	Jákvæðir leggir	$\mathcal{O}((E+V)\log E)$	$\mathcal{O}(V^2 \log V)$
Bellman-Ford	Einn í alla		$\mathcal{O}(E \cdot V)$	$\mathcal{O}(V^3)$
Dijkstra	Allir í alla	Jákvæðir leggir	$\mathcal{O}(V(E+V)\log E)$	$\mathcal{O}(V^3 \log V)$
Bellman-Ford	Allir í alla		$\mathcal{O}(V^2 \cdot E)$	$\mathcal{O}(V^4)$
Floyd-Warshall	Allir í alla		$\mathcal{O}(V^3)$	$\mathcal{O}(V^3)$
Johnson	Allir í alla		$\mathcal{O}(E \cdot V + V(E+V)\log E)$	$\mathcal{O}(V^3 \log V)$