

# Reiknirit Floyds og Warshalls (1962)

Bergur Snorrason

March 4, 2024

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- ▶ Það hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(\quad)$  (eða  $\mathcal{O}(\quad)$ ).

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- ▶ Það hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$  (eða  $\mathcal{O}(\quad)$ )).

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- ▶ Það hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$  (eða  $\mathcal{O}(E \cdot V^2)$ ).

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- ▶ Það hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$  (eða  $\mathcal{O}(E \cdot V^2)$ ).
- ▶ Þetta má þó bæta með kvikri bestun.



- Gerum ráð fyrir að  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ .

- ▶ Gerum ráð fyrir að  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ .
- ▶ Látum  $f(u, v, k)$  tákna stysta veg milli hnútanna  $u$  og  $v$  sem heimsækir einhvern hnútanna  $1, 2, \dots, k$  á milli.

- ▶ Gerum ráð fyrir að  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ .
- ▶ Látum  $f(u, v, k)$  tákna stysta veg milli hnútanna  $u$  og  $v$  sem heimsækir einhvern hnútanna  $1, 2, \dots, k$  á milli.
- ▶ Fyrir fast  $k$  gildir að stysti vegur milli  $u$  og  $v$  undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút  $k$  eða ekki.

- ▶ Gerum ráð fyrir að  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ .
- ▶ Látum  $f(u, v, k)$  tákna stysta veg milli hnútanna  $u$  og  $v$  sem heimsækir einhvern hnútanna  $1, 2, \dots, k$  á milli.
- ▶ Fyrir fast  $k$  gildir að stysti vegur milli  $u$  og  $v$  undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút  $k$  eða ekki.
- ▶ Þetta gefur okkur tvö tilfelli.

- ▶ Gerum ráð fyrir að  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ .
- ▶ Látum  $f(u, v, k)$  tákna stysta veg milli hnútanna  $u$  og  $v$  sem heimsækir einhvern hnútanna  $1, 2, \dots, k$  á milli.
- ▶ Fyrir fast  $k$  gildir að stysti vegur milli  $u$  og  $v$  undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút  $k$  eða ekki.
- ▶ Þetta gefur okkur tvö tilfelli.
- ▶ Við fáum

$$f(u, v, k) = \begin{cases} d_{uv}, & \text{ef } k = 0. \\ \min(f(u, v, k-1), f(u, k, k-1) + f(k, v, k-1)), & \text{annars} \end{cases}$$

þar sem  $d_{uv}$  táknar fjarlægð frá hnút  $u$  til hnúts  $v$  í netinu.

```

1 vvi floyd_warshall(vvii& g)
2 {
3     int i, j, k, n = g.size();
4     vvi d(n, vi(n, INF));
5     for (i = 0; i < n; i++) d[i][i] = 0;
6     for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < g[i].size(); j++)
7         d[i][g[i][j].first] = min(g[i][j].second, d[i][g[i][j].first]);
8     for (k = 0; k < n; k++) for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
9     {
10         if (d[i][k] == INF || d[k][j] == INF) continue;
11         d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
12     }
13     for (k = 0; k < n; k++) for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
14     {
15         if (d[i][k] == INF || d[k][j] == INF || d[i][j] == INF) continue;
16         if (d[i][k] + d[k][j] < d[i][j]) d[i][j] = -INF;
17     }
18     return d;
19 }

```

- ▶ Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð  $|V|$  og reikna má fallgildi  $f$  í  $\mathcal{O}(\quad)$  tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna  $\mathcal{O}(\quad)$ .

- ▶ Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð  $|V|$  og reikna má fallgildi  $f$  í  $\mathcal{O}(1)$  tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna  $\mathcal{O}(\quad)$ .



- ▶ Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð  $|V|$  og reikna má fallgildi  $f$  í  $\mathcal{O}(1)$  tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna  $\mathcal{O}(V^3)$ .

