Reiknirit Floyds og Warshalls (1962)

Bergur Snorrason

1. mars 2021

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?
- Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?
- Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- Það hefur tímaflækju $\mathcal{O}($ $)$ (eða $\mathcal{O}($ $)$).

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?
- Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- Það hefur tímaflækju $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$ (eða $\mathcal{O}($ $))$.

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?
- Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- Það hefur tímaflækju $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$ (eða $\mathcal{O}(E \cdot V^2)$).

- Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli all hnúta?
- Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- Það hefur tímaflækju $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$ (eða $\mathcal{O}(E \cdot V^2)$).
- Þetta má þó bæta með kvikri bestun.

- Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, ..., n\}$.

- Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, ..., n\}$.
- Látum $f(u, v, k)$ tákna stysta veg milli hnútanna u og v sem heimsækir einhvern hnútanna $1, 2, ..., k$ á milli.

- Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, ..., n\}$.
- Látum $f(u, v, k)$ tákna stysta veg milli hnútanna u og v sem heimsækir einhvern hnútanna $1, 2, ..., k$ á milli.
- Fyrir fast k gildir að stysti vegur milli u og v undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút k eða ekki.

- Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, ..., n\}$.
- Látum $f(u, v, k)$ tákna stysta veg milli hnútanna u og v sem heimsækir einhvern hnútanna $1, 2, ..., k$ á milli.
- Fyrir fast k gildir að stysti vegur milli u og v undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút k eða ekki.
- Þetta gefur okkur tvö tilfelli.

- Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, ..., n\}$.
- Látum $f(u, v, k)$ tákna stysta veg milli hnútanna u og v sem heimsækir einhvern hnútanna $1, 2, ..., k$ á milli.
- Fyrir fast k gildir að stysti vegur milli u og v undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút k eða ekki.
- Þetta gefur okkur tvö tilfelli.
- Við fáum

$$f(u, v, k) = \begin{cases} d_{uv}, & \text{ef } k = 0. \\ \min(f(u, v, k-1), & \\ f(u, k, k-1) + f(k, v, k-1)), & \text{annars} \end{cases}$$

þar sem d_{uv} táknar fjarlægð frá hnút u til hnúts v í netinu.

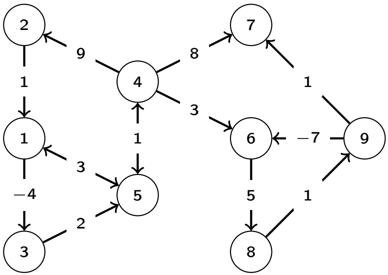
- Þetta má að sjálfsögðu útfæra ofansækið en venjan er að gera það neðansækið.

```
vvi floydwarshall(vvii& g)
{
    int n = g.size();
    vvi dp(n, vi(n, INF));
    rep(i, n) dp[i][i] = 0;
    rep(i, n) rep(j, g[i].size())
        dp[i][g[i][j].first] = min(g[i][j].second, dp[i][g[i][j].first]);
    rep(k, n) rep(i, n) rep(j, n)
    {
        if(dp[i][k] == INF || dp[k][j] == INF) continue;
        dp[i][j] = min(dp[i][j], dp[i][k] + dp[k][j]);
    }
    rep(k, n) rep(i, n) rep(j, n)
    {
        if(dp[i][k] == INF || dp[k][j] == INF || dp[i][j] == INF) continue;
        if(dp[i][k] + dp[k][j] < dp[i][j]) dp[i][j] = -INF;
    }
    return dp;
}
```

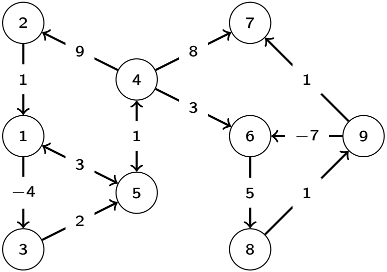
- Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð $|V|$ og reikna má fallgildi f í $\mathcal{O}(\quad)$ tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna $\mathcal{O}(\quad)$.

- Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð $|V|$ og reikna má fallgildi f í $\mathcal{O}(\,1\,)$ tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna $\mathcal{O}(\quad)$.

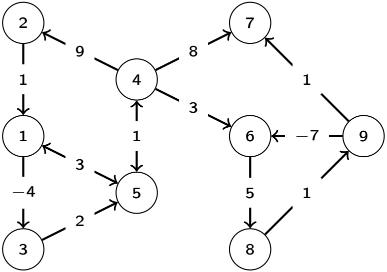
- Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð $|V|$ og reikna má fallgildi f í $\mathcal{O}(\,1\,)$ tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna $\mathcal{O}(V^3)$.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	∞	-4	3	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	2	∞	∞	∞	∞
4	∞	9	∞	0	1	3	8	∞	∞
5	3	∞	∞	1	0	∞	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	5	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	1
9	∞	∞	∞	∞	∞	-7	1	∞	0



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	∞	-4	3	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	0	-3	∞	4	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	2	∞	∞	∞	∞
4	∞	9	∞	0	1	3	8	∞	∞
5	3	∞	-1	1	0	∞	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	5	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	1
9	∞	∞	∞	∞	∞	-7	1	∞	0



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	∞	-4	3	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	0	-3	∞	4	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	2	∞	∞	∞	∞
4	∞	9	∞	0	1	3	8	∞	∞
5	3	∞	-1	1	0	∞	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	5	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	1
9	∞	∞	∞	∞	∞	-7	1	∞	0