

# Lausnar aðferðir

## Allsherjar leit og ráðug reiknirit

Bergur Snorrason

18. janúar 2020

- 1 Inngangur
- 2 Allsherjar leit (ofbeldi aðferðin)
- 3 Gráðug reiknirit
- 4 Samantekt

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),
  - Gráðug reiknirit (e. *greedy algorithms*),

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),
  - Gráðug reiknirit (e. *greedy algorithms*),
  - Deila og drotna reiknirit (e. *divide and conquer algorithms*),

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),
  - Gráðug reiknirit (e. *greedy algorithms*),
  - Deila og drotna reiknirit (e. *divide and conquer algorithms*),
  - Kvik bestun (e. *dynamic programming*).

- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),
  - Gráðug reiknirit (e. *greedy algorithms*),
  - Deila og drotna reiknirit (e. *divide and conquer algorithms*),
  - Kvik bestun (e. *dynamic programming*).
- Í dag verður farið í fyrstu tvær aðferðirnar.



- Þegar við leysum dæmi í keppnisforritun notumst við oftast við eina af eftirfarandi aðferðum:
  - Allsherjar leit (e. *complete search*),
  - Gráðug reiknirit (e. *greedy algorithms*),
  - Deila og drotna reiknirit (e. *divide and conquer algorithms*),
  - Kvik bestun (e. *dynamic programming*).
- Í dag verður farið í fyrstu tvær aðferðirnar.
- Við styttnum oft "allsherjar leit" í "CS" (fyrir "Complete search") og "kvik bestun" í "DP".

- 1 Inngangur
- 2 Allsherjar leit (ofbeldi aðferðin)
- 3 Gráðug reiknirit
- 4 Samantekt

- Þegar við erum að ræða dæmi kallast safn allra mögulega lausna *lausnarrúm* dæmisins.

- Þegar við erum að ræða dæmi kallast safn allra mögulega lausna *lausnarrúm* dæmisins.
- *Allsherjar leit* felur í sér að leita í gegnum allt lausnarrúmið.

- Þegar við erum að ræða dæmi kallast safn allra mögulega lausna *lausnarrúm* dæmisins.
- *Allsherjar leit* felur í sér að leita í gegnum allt lausnarrúmið.
- Tökum dæmi.

- Gefnar eru  $n$  mismunandi heiltölur. Hver þeirra er stærst?

- Gefnar eru  $n$  mismunandi heiltölur. Hver þeirra er stærst?
- Hér er lausnarrúmið einfaldlega þær tölur sem eru gefnar.

- Gefnar eru  $n$  mismunandi heiltölur. Hver þeirra er stærst?
- Hér er lausnarrúmið einfaldlega þær tölur sem eru gefnar.
- Okkur nægir að ítra í gegnum allar tölurnar og halda utan um stærstu töluna sem við höfum séð hingað til.



- Gefnar eru  $n$  mismunandi heiltölur. Hver þeirra er stærst?
- Hér er lausnarrúmið einfaldlega þær tölur sem eru gefnar.
- Okkur nægir að ítra í gegnum allar tölurnar og halda utan um stærstu töluna sem við höfum séð hingað til.
- Þessi aðferð er  $\mathcal{O}(n)$ .

- Gefnar eru  $n$  mismunandi heiltölur. Hver þeirra er stærst?
- Hér er lausnarrúmið einfaldlega þær tölur sem eru gefnar.
- Okkur nægir að ítra í gegnum allar tölurnar og halda utan um stærstu töluna sem við höfum séð hingað til.
- Þessi aðferð er  $\mathcal{O}(n)$ .
- Almennt fáum við að ef lausnarrúmið er af stærð  $m$  og við getum athugað hverja lasun í  $\mathcal{O}(k)$ , þá er CS  $\mathcal{O}(mk)$ .

- Dæmið hér á undan gæti leitt ykkur til að halda að CS sé alltaf einfalt. Það þarf þó ekki að vera.

# Allshersjar leit, öll hlutmengi

- Dæmið hér á undan gæti leitt ykkur til að halda að CS sé alltaf einfalt. Það þarf þó ekki að vera.
- Tökum annað dæmi.

# Allshersjar leit, öll hlutmengi

- Dæmið hér á undan gæti leitt ykkur til að halda að CS sé alltaf einfalt. Það þarf þó ekki að vera.
- Tökum annað dæmi.
- Gefin er runa af  $n$  tölum. Hver er lengsta vaxandi hlutruna gefnu rununnar?

- Dæmið hér á undan gæti leitt ykkur til að halda að CS sé alltaf einfalt. Það þarf þó ekki að vera.
- Tökum annað dæmi.
- Gefin er runa af  $n$  tölum. Hver er lengsta vaxandi hlutruna gefnu rununnar?
- Ef við viljum leysa þetta dæmi með CS þá þurfum við að skoða sérhvert hlutmengi gefnu rununnar.

- Ef við erum með endanlegt mengi  $A$  af stærð  $n$  getum við númerað öll stökin með tölunum  $1, 2, \dots, n$ .

- Ef við erum með endanlegt mengi  $A$  af stærð  $n$  getum við númerað öll stökin með tölunum  $1, 2, \dots, n$ .
- Sérhvert hlutmengi einkennist af því hvort stak  $k$  sé í hlutmenginu eða ekki, fyrir öll  $k$  í  $1, 2, \dots, n$ .



- Ef við erum með endanlegt mengi  $A$  af stærð  $n$  getum við númerað öll stökin með tölunum  $1, 2, \dots, n$ .
- Sérhvert hlutmengi einkennist af því hvort stak  $k$  sé í hlutmenginu eða ekki, fyrir öll  $k$  í  $1, 2, \dots, n$ .
- Við fáum þá að fjöldi hlutmengja í  $A$  er  $2^n$ .

- Fyrir hlutmengi  $H$  í  $A$  er til ótvíræð ákvörðuð tala  $b$  sem 1 í  $k$ -ta sæti bitaframsetningar sinnar þ.þ.a.a.  $k$ -ta stak  $A$  sé í  $H$ .

# Útúrdúr um bitaframsetingu talna

- Fyrir hlutmengi  $H$  í  $A$  er til ótvíræð ákvörðuð tala  $b$  sem 1 í  $k$ -ta sæti bitaframsetningar sinnar þ.þ.a.a.  $k$ -ta stak  $A$  sé í  $H$ .
- Þetta gefur okkur gagntæka samsvörun milli hlutmengja  $A$  og talnanna  $0, 1, \dots, 2^n - 1$ .

# Útúrdúr um bitaframsetingu talna

- Fyrir hlutmengi  $H$  í  $A$  er til ótvíræð ákvörðuð tala  $b$  sem 1 í  $k$ -ta sæti bitaframsetningar sinnar þ.þ.a.a.  $k$ -ta stak  $A$  sé í  $H$ .
- Þetta gefur okkur gagntæka samsvörun milli hlutmengja  $A$  og talnanna  $0, 1, \dots, 2^n - 1$ .
- Talan  $b$  er vanalega kölluð *bitakennir* eða *kennir* (e. *bitmask*, *mask*) hlutmengisins  $H$ .

# Útúrdúr um bitaframsetingu talna

- Fyrir hlutmengi  $H$  í  $A$  er til ótvíræð ákvörðuð tala  $b$  sem 1 í  $k$ -ta sæti bitaframsetningar sinnar þ.þ.a.a.  $k$ -ta stak  $A$  sé í  $H$ .
- Þetta gefur okkur gagntæka samsvörun milli hlutmengja  $A$  og talnanna  $0, 1, \dots, 2^n - 1$ .
- Talan  $b$  er vanalega kölluð *bitakennir* eða *kennir* (e. *bitmask*, *mask*) hlutmengisins  $H$ .
- Sem dæmi, ef  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  og  $H = \{1, 3, 5, 6\}$  þá er  $b = 110101_2 = 53$ .

# Útúrdúr um bitaframsetingu talna

- Fyrir hlutmengi  $H$  í  $A$  er til ótvíræð ákvörðuð tala  $b$  sem 1 í  $k$ -ta sæti bitaframsetningar sinnar þ.þ.a.a.  $k$ -ta stak  $A$  sé í  $H$ .
- Þetta gefur okkur gagntæka samsvörun milli hlutmengja  $A$  og talnanna  $0, 1, \dots, 2^n - 1$ .
- Talan  $b$  er vanalega kölluð *bitakennir* eða *kennir* (e. *bitmask*, *mask*) hlutmengisins  $H$ .
- Sem dæmi, ef  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  og  $H = \{1, 3, 5, 6\}$  þá er  $b = 110101_2 = 53$ .
- Kennir tómamengisins er alltaf 0 og kennir  $A$  er  $2^n - 1$ .

# Allshersjar leit, öll hlutmengi

```
#include <stdio.h>

int main()
{
    int n, i, j;
    scanf("%d", &n);
    int a[n];
    for (i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &(a[i]));

    int mx = 0, mask;
    for (i = 0; i < (1 << n); i++)
    {
        int s[n], c = 0;
        for (j = 0; j < n; j++) if (((1 << j)&i) != 0) s[c++] = j;
        for (j = 1; j < c; j++) if (a[s[j]] < a[s[j - 1]]) break;
        if (j == c && c > mx) mx = c, mask = i;
    }

    printf("%d\n", mx);
    for (i = 0; i < n; i++) if (((1 << i)&mask) != 0) printf("%d ", a[i]);

    printf("\n");
    return 0;
}
```

- Hér er lausnarrúmið af stærð  $2^n$  og við erum  $\mathcal{O}(n)$  að ganga út skugga um hvort tiltekin lausn sé í raun rétt, svo reikniritið er  $\mathcal{O}(n2^n)$ .



- Við höfum oft áhuga á að ítra í gegnum allar umraðanir á lista talna.

# Allshersjar leit, allar umraðanir

- Við höfum oft áhuga á að ítra í gegnum allar umraðanir á lista talna.
- Munum að, ef við höfum  $n$  ólíkar tölur þá getum við raðað þeim á  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  vegu.

# Allshersjar leit, allar umraðanir

- Við höfum oft áhuga á að ítra í gegnum allar umraðanir á lista talna.
- Munum að, ef við höfum  $n$  ólíkar tölur þá getum við raðað þeim á  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  vegu.
- Tökum mjög einfalt dæmi:

- Við höfum oft áhuga á að ítra í gegnum allar umraðanir á lista talna.
- Munum að, ef við höfum  $n$  ólíkar tölur þá getum við raðað þeim á  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  vegu.
- Tökum mjög einfalt dæmi:
- Gefið er  $n$ . Prentið allar umraðanir á  $1, 2, \dots, n$  í vaxandi stafrófsröð, hver á sinni línu.

- Við höfum oft áhuga á að ítra í gegnum allar umraðanir á lista talna.
- Munum að, ef við höfum  $n$  ólíkar tölur þá getum við raðað þeim á  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  vegu.
- Tökum mjög einfalt dæmi:
- Gefið er  $n$ . Prentið allar umraðanir á  $1, 2, \dots, n$  í vaxandi stafrófsröð, hver á sinni línu.
- Við getum notað okkur innbyggða fallið `next_permutation` í C++.

# Allshersjar leit, allar umraðanir

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main()
{
    int n, i;
    cin >> n;
    vector<int> p;
    for (i = 0; i < n; i++) p.push_back(i + 1);
    do {
        for (i = 0; i < n; i++) cout << p[i] << ' ';
        cout << '\n';
    } while (next_permutation(p.begin(), p.end()));
    return 0;
}
```

# Allshersjar leit, allar umraðanir endurkvæmt

```
#include <stdio.h>
void perm(int* a, int* f, int n, int x)
{
    int i;
    if (x == n)
    {
        for (i = 0; i < n; i++) printf("%d ", a[i]);
        printf("\n");
        return;
    }
    for (i = 0; i < n; i++) if (f[i] == 0)
    {
        f[i] = 1;
        a[x] = i + 1;
        perm(a, f, n, x + 1);
        f[i] = 0;
    }
}

int main()
{
    int i, n;
    scanf("%d", &n);
    int a[n], f[n];
    for (i = 0; i < n; i++) f[i] = 0;
    perm(a, f, n, 0);
}
```

- Mikilvægt er að þ sé vaxandi röð til að fyrra forritið virki rétt, því lykkjan hættir þegar það lendir á síðustu umröðunni, í stafrófsröð.



- Mikilvægt er að  $p$  sé vaxandi röð til að fyrra forritið virki rétt, því lykkjan hættir þegar það lendir á síðustu umröðunni, í stafrófsröð.
- Bæði eru þessi forrit  $\mathcal{O}(n \cdot n!)$

- Það eru ýmsir kostir við CS, til að mynda er lausnin sem reikniritin skila alltaf rétt (við sjáum á eftir aðferðir þar sem það gildir ekki) og CS lausnir eiga það til að vera auðveldar í útfærslu (það mætti segja að þær séu eftir uppskrift").

- Það eru ýmsir kostir við CS, til að mynda er lausnin sem reikniritin skila alltaf rétt (við sjáum á eftir aðferðir þar sem það gildir ekki) og CS lausnir eiga það til að vera auðveldar í útfærslu (það mætti segja að þær séu eftir uppskrift").
- Eitt þarf samt að hafa í huga. Á keppnum eru CS dæmi yfirleitt flokkuð léttu dæmin, ef það er slíkt dæmi í keppninni á annað borð.

- Það eru ýmsir kostir við CS, til að mynda er lausnin sem reikniritin skila alltaf rétt (við sjáum á eftir aðferðir þar sem það gildir ekki) og CS lausnir eiga það til að vera auðveldar í útfærslu (það mætti segja að þær séu eftir uppskrift").
- Eitt þarf samt að hafa í huga. Á keppnum eru CS dæmi yfirleitt flokkuð léttu dæmin, ef það er slíkt dæmi í keppninni á annað borð.
- Keppnir innihalda frekar dæmi þar sem CS er aðeins hluti af lausninni.

- 1 Inngangur
- 2 Allsherjar leit (ofbeldi aðferðin)
- 3 Gráðug reiknirit
- 4 Samantekt

- Reiknirit sem tekur í hverju skrefi ákvörðun byggða á því hvað lítur best út á þeim tíma punkti kallast *gráðugt*.

- Reiknirit sem tekur í hverju skrefi ákvörðun byggða á því hvað lítur best út á þeim tíma punkti kallast *gráðugt*.
- Höfum í huga að það er alls ekki sjálfsagt að gráðugt reiknirit skili réttri lausn.

- Reiknirit sem tekur í hverju skrefi ákvörðun byggða á því hvað lítur best út á þeim tíma punkti kallast *gráðugt*.
- Höfum í huga að það er alls ekki sjálfsagt að gráðugt reiknirit skili réttri lausn.
- Tökum dæmi.



- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Dæmi um lausn er:

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Dæmi um lausn er:
- Látum  $k$  tákna dýrasta klinkið sem er ekki dýrara en  $n$ . Gefum til baka  $k$  og endurtökum fyrir  $n - k$  þangað til  $n$  er 0.

- Þú vinnur í sjoppu og þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Dæmi um lausn er:
- Látum  $k$  tákna dýrasta klinkið sem er ekki dýrara en  $n$ . Gefum til baka  $k$  og endurtökum fyrir  $n - k$  þangað til  $n$  er 0.
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum við gefa 10, 10, 1, 1, 1, 1 til baka.

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Dæmi um lausn er:
- Látum  $k$  tákna dýrasta klinkið sem er ekki dýrara en  $n$ . Gefum til baka  $k$  og endurtökum fyrir  $n - k$  þangað til  $n$  er 0.
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum við gefa 10, 10, 1, 1, 1, 1 til baka.
- Það vill svo skemmtilega til að þessi gráðuga lausn virkar fyrir öll  $n$ .

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 5 krónum og 10 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Dæmi um lausn er:
- Látum  $k$  tákna dýrasta klinkið sem er ekki dýrara en  $n$ . Gefum til baka  $k$  og endurtökum fyrir  $n - k$  þangað til  $n$  er 0.
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum við gefa 10, 10, 1, 1, 1, 1 til baka.
- Það vill svo skemmtilega til að þessi gráðuga lausn virkar fyrir öll  $n$ .
- En hvað ef við breytum aðeins dæminu?

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 8 krónum og 20 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 8 krónum og 20 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum aðferðin í glærunni á undan gefa 20, 1, 1, 1, 1 til baka.



- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 8 krónum og 20 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum aðferðin í glærunni á undan gefa 20, 1, 1, 1, 1 til baka.
- En þetta er ekki besta leiðin. Betra væri að gefa 8, 8, 8.

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 8 krónum og 20 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum aðferðin í glærunni á undan gefa 20, 1, 1, 1, 1 til baka.
- En þetta er ekki besta leiðin. Betra væri að gefa 8, 8, 8.
- Svo gráðuga aðferðin virkar bara stundum.

- Þú vinnur í sjoppu of þarft að gefa  $n$  krónur í afgang. Í boði er ótakmarkað magn af 1 krónum, 8 krónum og 20 krónum. Hver er minnsti fjöldi af klinki sem þú getur gefið?
- Tökum til dæmis  $n = 24$ . Þá myndum aðferðin í glærunni á undan gefa 20, 1, 1, 1, 1 til baka.
- En þetta er ekki besta leiðin. Betra væri að gefa 8, 8, 8.
- Svo gráðuga aðferðin virkar bara stundum.
- Þetta dæmi er þekkt sem Skiptimynta dæmið (e. *The Coin Change Problem*) og það er ekki augljóst hvenær gráðuga lausnin virkar.

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Þú ert yfirmaður hjá leigubíla fyrirtæki. Í dag mættu  $n$  bílstjórar í vinnuna og það eru  $m$  leigubílar til að skipa bílstjóra á. Ekki eru þó allir bílstrjórar og leigubílar skapaðir jafnir. Bíll  $i$  er  $h_i$  hestöfl og bílstjóri  $j$  getur keyrt bíla sem eru  $g_j$  hestöfl eða minna. Hver er mesti fjöld bíla sem þú getur skipað á bílstjóra, án þess að bílstjóri fá bíl umfram sína getu?

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Þú ert yfirmaður hjá leigubíla fyrirtæki. Í dag mættu  $n$  bílstjórar í vinnuna og það eru  $m$  leigubílar til að skipa bílstjóra á. Ekki eru þó allir bílstrjórar og leigubílar skapaðir jafnir. Bíll  $i$  er  $h_i$  hestöfl og bílstjóri  $j$  getur keyrt bíla sem eru  $g_j$  hestöfl eða minna. Hver er mesti fjöld bíla sem þú getur skipað á bílstjóra, án þess að bílstjóri fá bíl umfram sína getu?
- Tökum eftir að við viljum að bíll sé keyrður af þeim bílstrjóra sem er óreyndastur (en þó nógu hæfur til að keyra hann).

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Þú ert yfirmaður hjá leigubíla fyrirtæki. Í dag mættu  $n$  bílstjórar í vinnuna og það eru  $m$  leigubílar til að skipa bílstjóra á. Ekki eru þó allir bílstrjórar og leigubílar skapaðir jafnir. Bíll  $i$  er  $h_i$  hestöfl og bílstjóri  $j$  getur keyrt bíla sem eru  $g_j$  hestöfl eða minna. Hver er mesti fjöld bíla sem þú getur skipað á bílstjóra, án þess að bílstjóri fá bíl umfram sína getu?
- Tökum eftir að við viljum að bíll sé keyrður af þeim bílstrjóra sem er óreyndastur (en þó nógu hæfur til að keyra hann).
- Byrjum á að raða bílunum og bílstjórunum í vaxandi röð.

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Þú ert yfirmaður hjá leigubíla fyrirtæki. Í dag mættu  $n$  bílstjórar í vinnuna og það eru  $m$  leigubílar til að skipa bílstjóra á. Ekki eru þó allir bílstrjórar og leigubílar skapaðir jafnir. Bíll  $i$  er  $h_i$  hestöfl og bílstjóri  $j$  getur keyrt bíla sem eru  $g_j$  hestöfl eða minna. Hver er mesti fjöld bíla sem þú getur skipað á bílstjóra, án þess að bílstjóri fá bíl umfram sína getu?
- Tökum eftir að við viljum að bíll sé keyrður af þeim bílstrjóra sem er óreyndastur (en þó nógu hæfur til að keyra hann).
- Byrjum á að raða bílunum og bílstjórunum í vaxandi röð.
- Við getum núna í línulegum tíma fundið þann bílstrjóra sem getur keyrt fyrsta bíl.

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Þú ert yfirmaður hjá leigubíla fyrirtæki. Í dag mættu  $n$  bílstjórar í vinnuna og það eru  $m$  leigubílar til að skipa bílstjóra á. Ekki eru þó allir bílstrjórar og leigubílar skapaðir jafnir. Bíll  $i$  er  $h_i$  hestöfl og bílstjóri  $j$  getur keyrt bíla sem eru  $g_j$  hestöfl eða minna. Hver er mesti fjöld bíla sem þú getur skipað á bílstjóra, án þess að bílstjóri fá bíl umfram sína getu?
- Tökum eftir að við viljum að bíll sé keyrður af þeim bílstrjóra sem er óreyndastur (en þó nógu hæfur til að keyra hann).
- Byrjum á að raða bílunum og bílstjórunum í vaxandi röð.
- Við getum núna í línulegum tíma fundið þann bílstrjóra sem getur keyrt fyrsta bíl.
- Til að finna bílstjóra fyrir næstu bíla leitum við aftur línulega, en höldum áfram þaðan sem við hættum áðan.



# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Teljum hversu marga bíla við náum að úthluta og sú tala er lausnin.

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundara) dæmi

- Teljum hversu marga bíla við náum að úthluta og sú tala er lausnin.
- Þessi lausn er  $\mathcal{O}(n + m)$ .

# Gráðug reiknirit, annað (hefðbundnara dæmi)

Að neðan er útfærsla á lausninni á glærunum hér á undan. Fyrstu tvær tölurnar á inntakinu eru  $n$  og  $m$ . Næstu  $n$  tölur lýsa getu bílstjóranna. Síðustu  $m$  tölurnar eru hestöfl bílanna.

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main()
{
    int n, m, i, j, x, r;
    vector<int> a, b;
    cin >> n >> m;
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        cin >> x;
        a.push_back(x);
    }
    for (i = 0; i < m; i++)
    {
        cin >> x;
        b.push_back(x);
    }
    sort(a.begin(), a.end());
    sort(b.begin(), b.end());
    r = j = 0;
    for (i = 0; i < m; i++)
    {
        while (j < n && a[j] < b[i]) j++;
        if (j < n) r++, j++;
    }
    cout << r << endl;
    return 0;
}
```

- 1 Inngangur
- 2 Allsherjar leit (ofbeldi aðferðin)
- 3 Gráðug reiknirit
- 4 Samantekt**

- Allsherjar leit er oft auðvelta að bera kennsl á, en á það til að vera of hæg. Hér má búast við TLE, en eitthvað furðulegt hefur gerst ef maður fær WA.

- Allsherjar leit er oft auðvelta að bera kennsl á, en á það til að vera of hæg. Hér má búast við TLE, en eitthvað furðulegt hefur gerst ef maður fær WA.
- Það er oft létt að semja gráðug reiknirit, en það getur verið mikil vinna að sanna að lausnin sem maður fær sé alltaf rétt. Gráðug reiknirit eiga ekki að fá TLE, en algengt er að fá WA.