

Lausn á *Bruni íslenskra fræða*

Bergur Snorrason

22. febrúar 2023

- ▶ Þú hefur eld sem getur logað í t sekúndur.
- ▶ Síðan hefur þú n bækur, hverri lýst með tveimur heiltölum.
- ▶ Bók lýst með tölunum t_i og f_i lengir líftíma eldsins um f_i sekúndur, en það tekur t_i sekúndur að sækja bókina.
- ▶ Ef líftími eldsins er t_0 sekúndur getur þú notað bókina til að lengja líftímann ef $t_i \leq t_0$.
- ▶ Eftir að nota þá bók verður líftími eldsins $t_0 + f_i - t_i$.

- ▶ Tökum eftir að það borgar sig alltaf að taka bækur þannig að $t_i \leq f_i$, ef það er nægur tími til að sækja þær.
- ▶ Skiptum því bókunum í tvennt.
- ▶ Látum $j_1 < j_2 < \dots < j_m$ þannig að $t_i \leq f_i$ þá og því aðeins að $i = j_k$ fyrir eitthvert k .
- ▶ Röðum svo tvenndunum $(t_{j_1}, f_{j_1}), \dots, (t_{j_m}, f_{j_m})$ í vaxandi röð eftir fyrra hnitinu.
- ▶ Þá getum við gráðugt gengið á listann og tekið þær bækur sem við höfum tíma til að sækja.
- ▶ Eftir þetta skoðum við bækurnar sem uppfylla að $t_i > f_i$.

- ▶ Við getum núna ímyndað okkur að $t_i > f_i$ gildi alltaf.
- ▶ Röðum tvenndunum $(t_1, f_1), \dots, (t_n, f_n)$ í vaxandi röð eftir seinna hnitinu.
- ▶ Þá getum við gengið á tvenndirnar í öfugri röð og prófað bæði að taka tiltekna bók og ekki.
- ▶ Við fáum þá rakningarformúluna

$$f(x, y) = \begin{cases} -\infty, & y < 0, \\ 0, & x = 0, \\ f(x-1, y), & t_x > y \\ \max(f(x-1, y), \\ f_x + f(x-1, y + f_x - t_x)), & \text{annars,} \end{cases}$$

þar sem $f(x, y)$ segir okkur hversu mikið við getum lengt líftíma eldsins ef hann hefur líftíma y og við getum notað bækur $1, 2, \dots, x$ (eftir röðun).

- ▶ Við getum svo reiknað upp úr þessum venslum með kvikri bestun.
- ▶ Svárið er þá $t + f(n-1, t)$ (svo þarf að bæta við því sem við fengum í gráðuga hlutanum).

