Lausnir á dæmum tengd viku tólf

Bergur Snorrason

29. mars 2022

- Ég mun leysa eftirfarandi dæmi:

- Ég mun leysa eftirfarandi dæmi:
    - *Maximum Number of Colinear Points*,

- Ég mun leysa eftirfarandi dæmi:
  - *Maximum Number of Colinear Points*,
  - ....

Maximum Number of Colinear Points

- Gefnir eru n punktar í plani.

Maximum Number of Colinear Points

- Gefnir eru n punktar í plani.
- Þú vilt velja hlutmengi af þessum punktum þannig að allir punktarnir í hlutmenginu liggi á sömu línunni.

Maximum Number of Colinear Points

- Gefnir eru n punktar í plani.
- Þú vilt velja hlutmengi af þessum punktum þannig að allir punktarnir í hlutmenginu liggi á sömu línunni.
- Hvert er stærðin á stærstu hlutmengjunum sem þú getur valið.

- Hvert par af punktum skilgreinir línu.

- Hvert par af punktum skilgreinir línu.
- Við getum því fyrir sérhvert par af punktum ítrað í gegnum alla punktanna og séð hvað margir liggja á línunni.

- Hvert par af punktum skilgreinir línu.
- Við getum því fyrir sérhvert par af punktum ítrað í gegnum alla punktanna og séð hvað margir liggja á línunni.
- Þessi lausn er $\mathcal{O}(n^3)$.

- Hvert par af punktum skilgreinir línu.
- Við getum því fyrir sérhvert par af punktum ítrað í gegnum alla punktanna og séð hvað margir liggja á línunni.
- Þessi lausn er $\mathcal{O}(n^3)$.
- Reynum að bæta þetta.

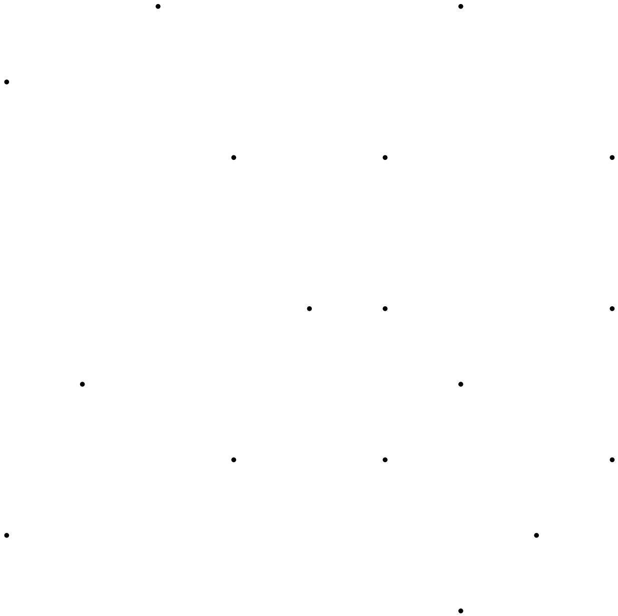
- Veljum einn punkt sem vendipunkt og röðum öðrum punktum miðað við stenfhornið sem þeir mynda við vendipuktinn.

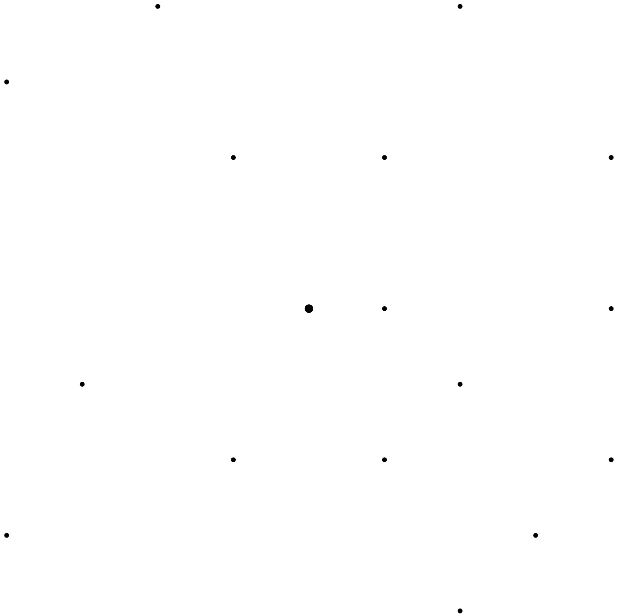
- Veljum einn punkt sem vendipunkt og röðum öðrum punktum miðað við stenfhornið sem þeir mynda við vendipuktinn.
- Þá eru allir punktar sem liggja á sama geisla sem byrjar í vendipunktinum aðlægir.

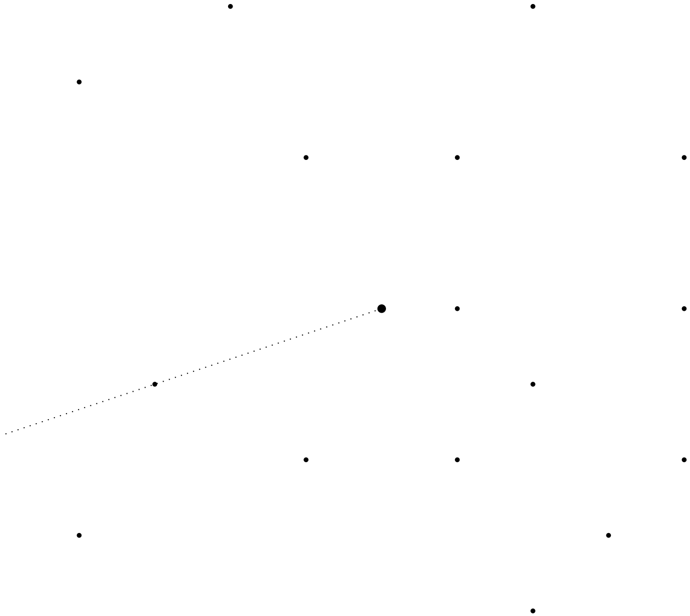
- Veljum einn punkt sem vendipunkt og röðum öðrum punktum miðað við stenfhornið sem þeir mynda við vendipuktinn.
- Þá eru allir punktar sem liggja á sama geisla sem byrjar í vendipunktinum aðlægir.
- Við getum því gengið einu sinni í gegnum punktanna og fundið besta svarið að því gefnum að vendipunkturinn liggi á línunni.

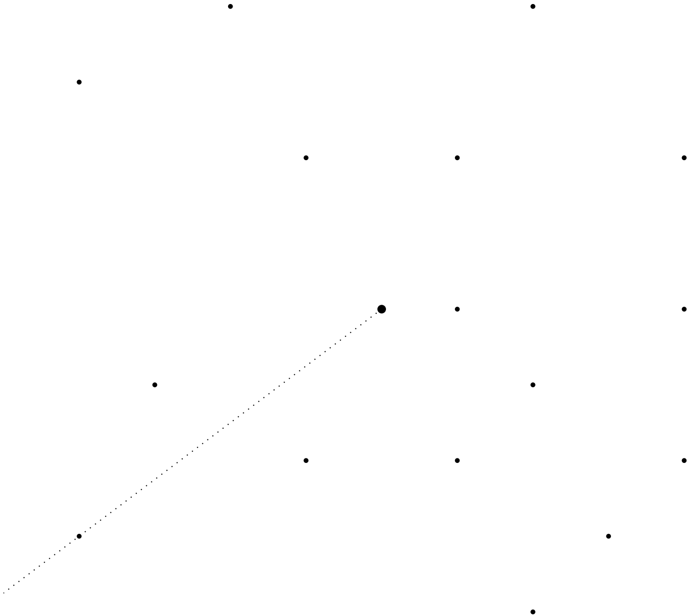
- Veljum einn punkt sem vendipunkt og röðum öðrum punktum miðað við stenfhornið sem þeir mynda við vendipuktinn.
- Þá eru allir punktar sem liggja á sama geisla sem byrjar í vendipunktinum aðlægir.
- Við getum því gengið einu sinni í gegnum punktanna og fundið besta svarið að því gefnum að vendipunkturinn liggi á línunni.
- Við getum endurtekið þetta n sinnum, þannig að hver punktur fær að vera vendipunktur.

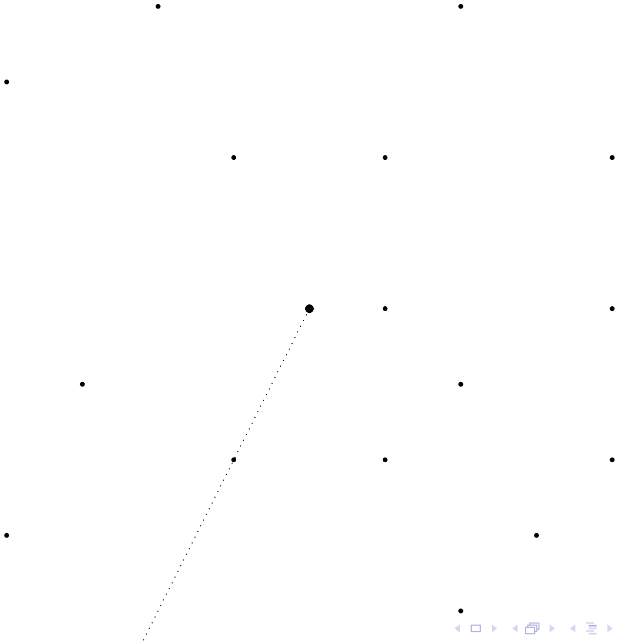
- Veljum einn punkt sem vendipunkt og röðum öðrum punktum miðað við stenfhornið sem þeir mynda við vendipuktinn.
- Þá eru allir punktar sem liggja á sama geisla sem byrjar í vendipunktinum aðlægir.
- Við getum því gengið einu sinni í gegnum punktanna og fundið besta svarið að því gefnum að vendipunkturinn liggi á línunni.
- Við getum endurtekið þetta n sinnum, þannig að hver punktur fær að vera vendipunktur.
- Tökum sýnidæmi.

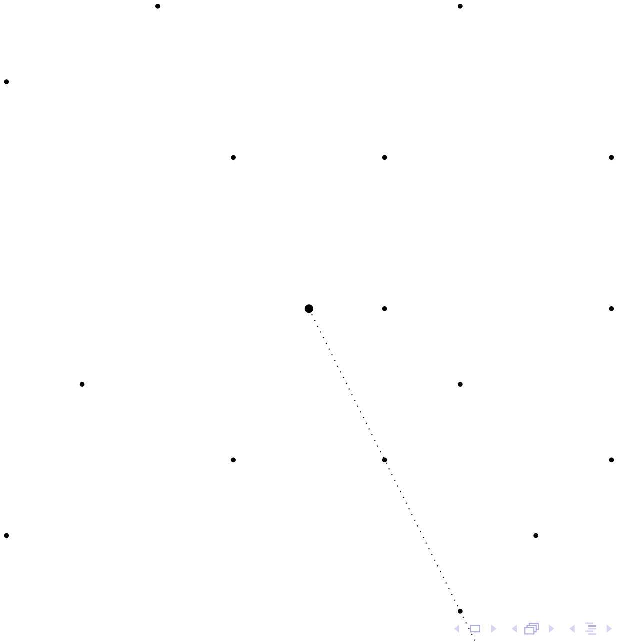


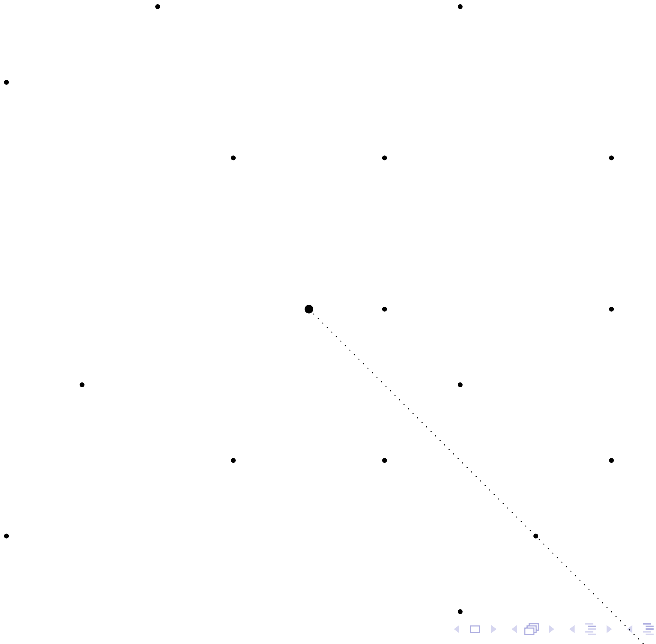


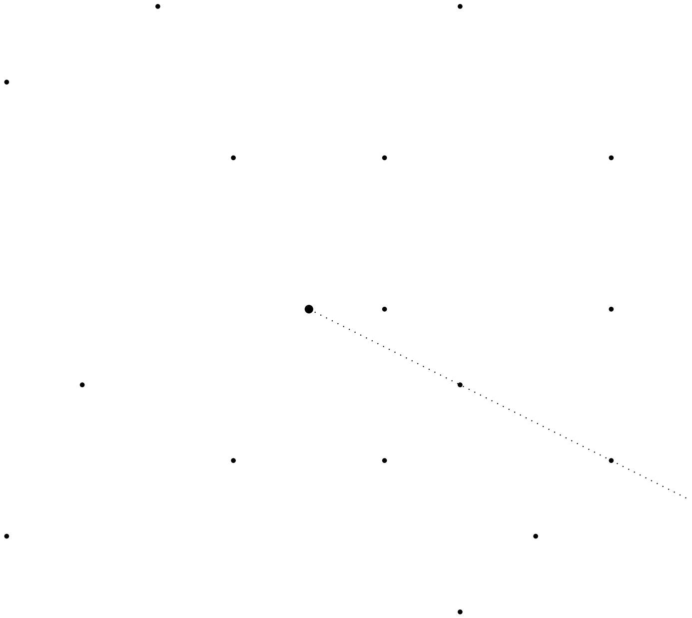


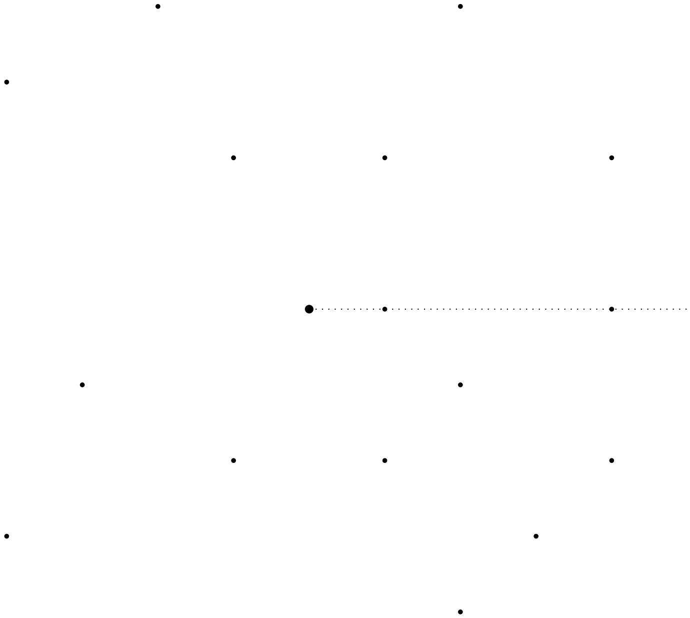


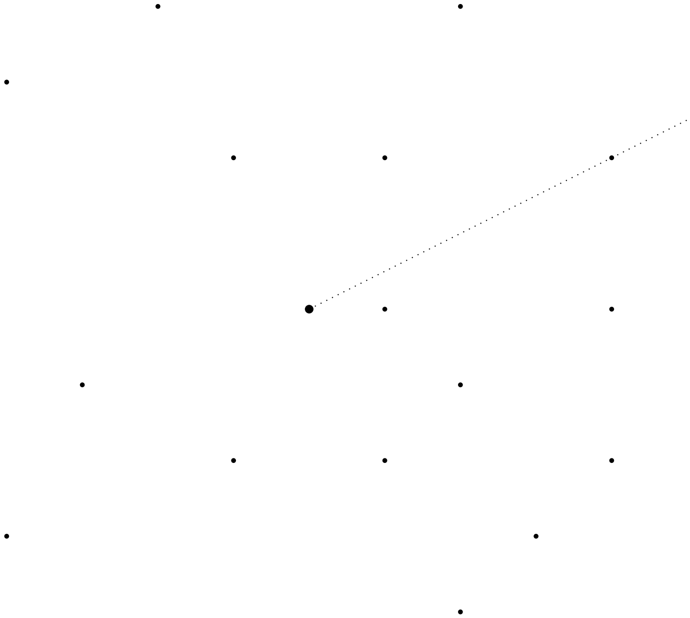


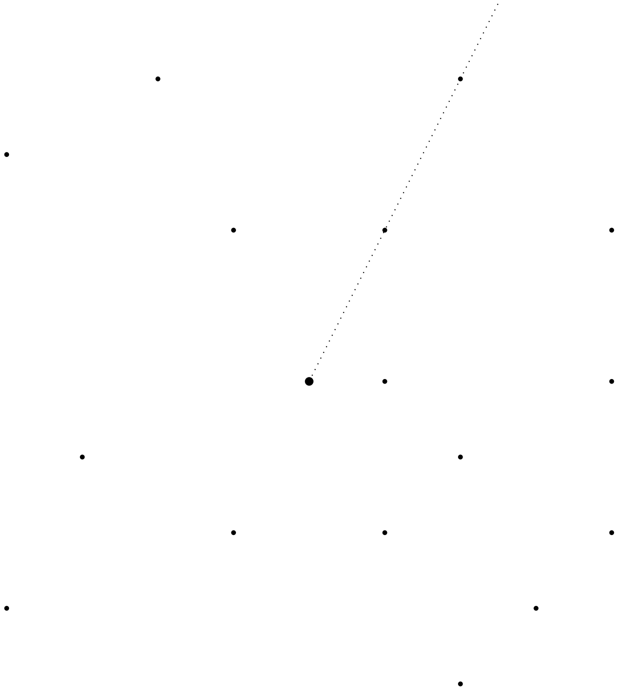


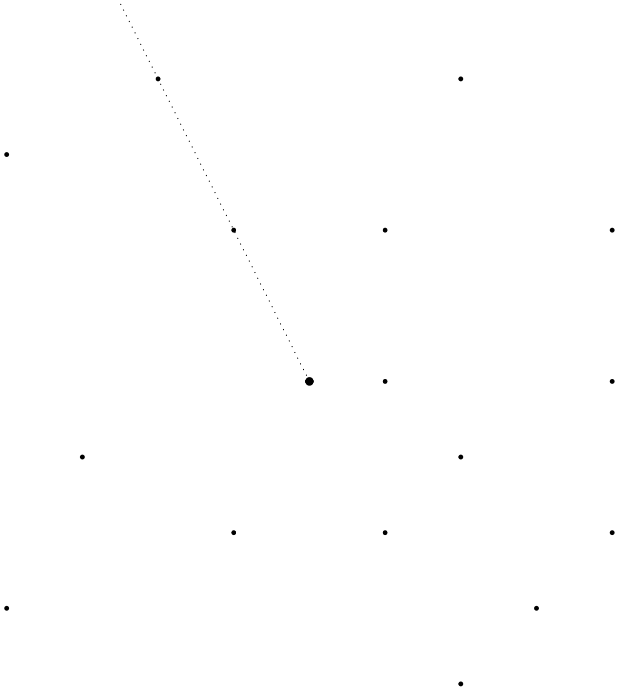


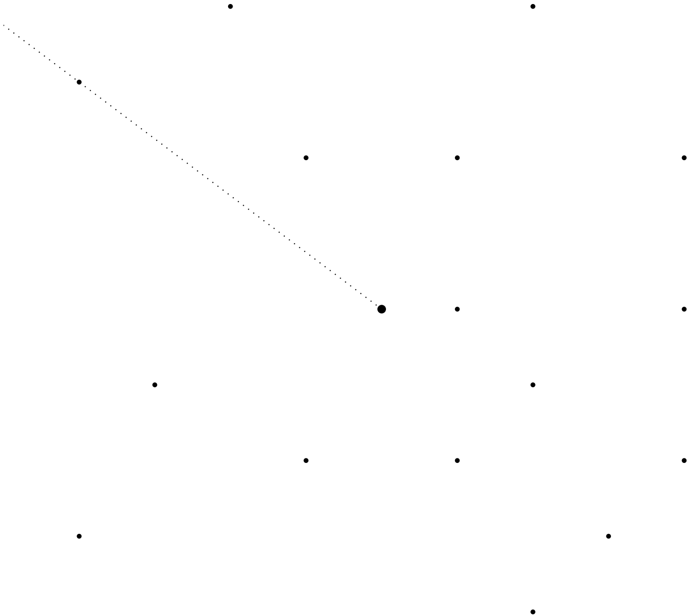


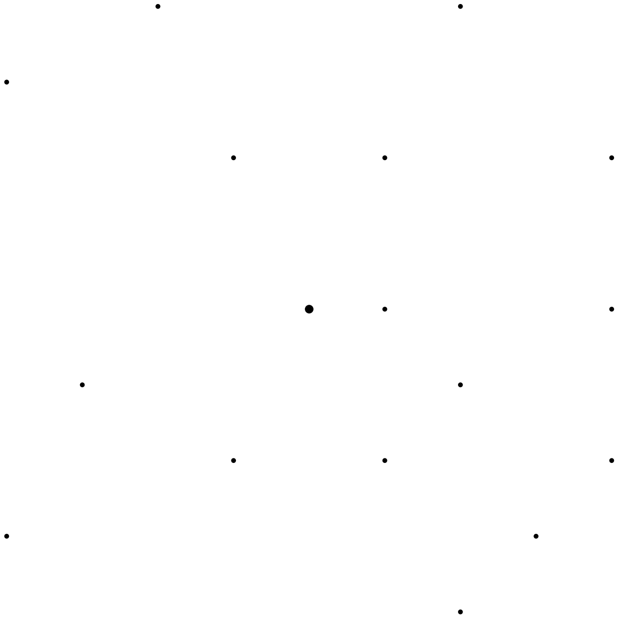


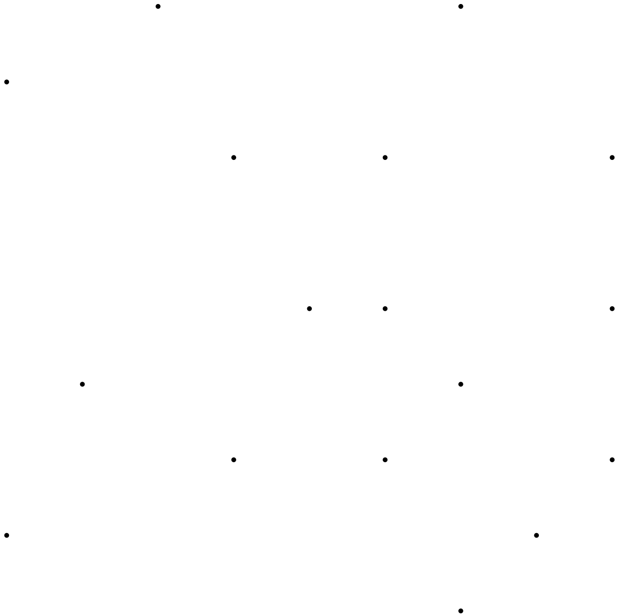


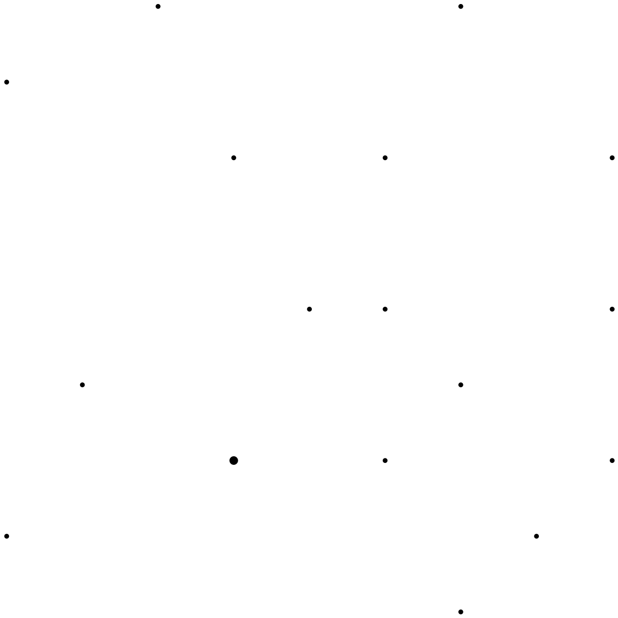


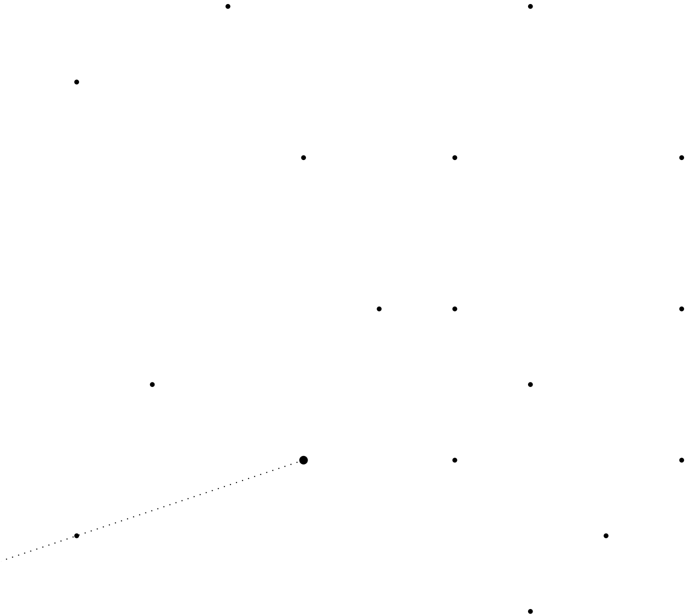


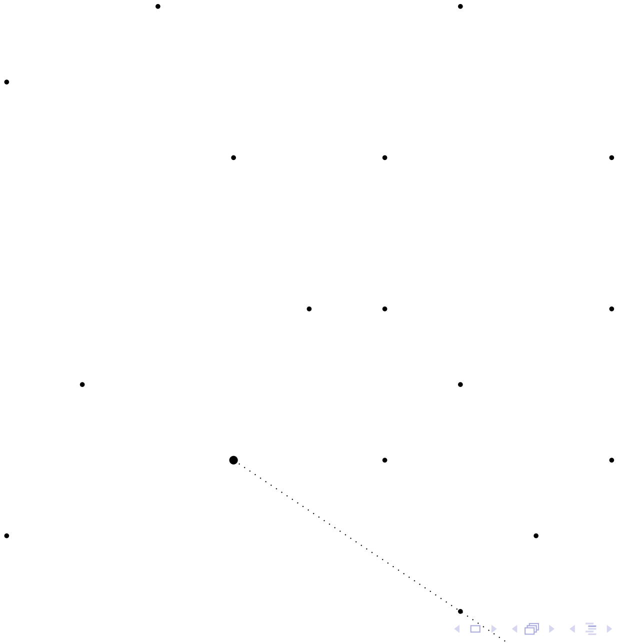


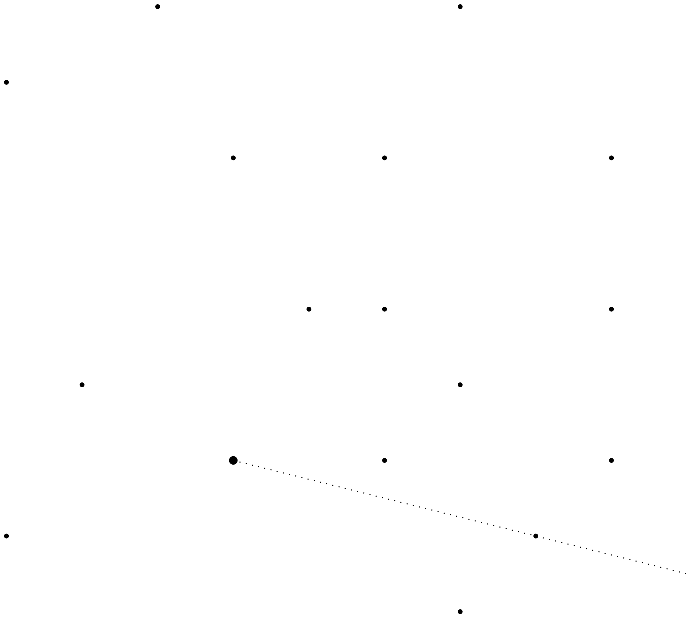


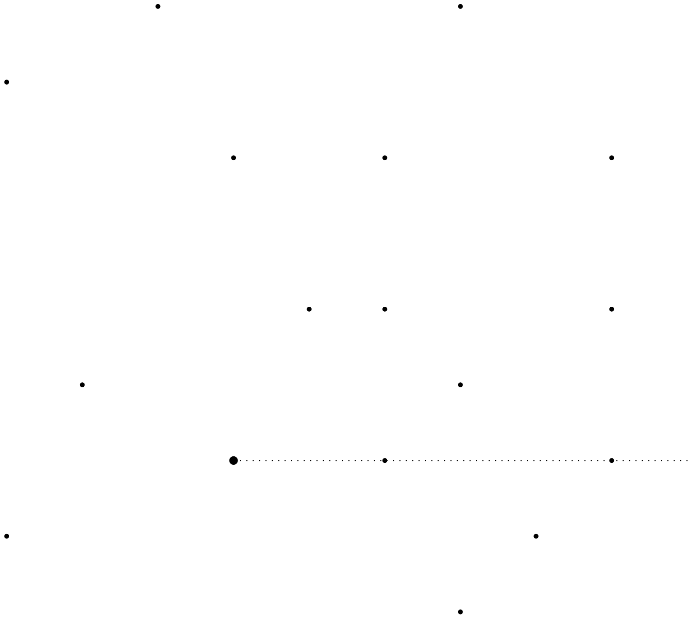


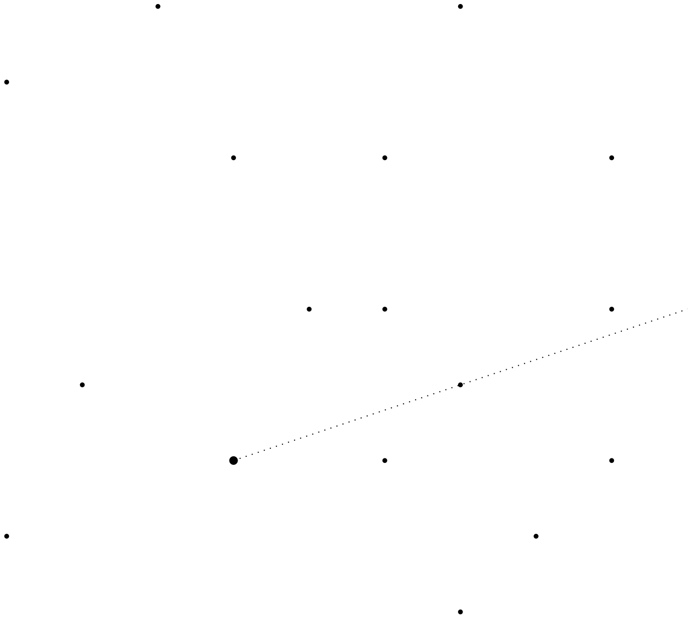


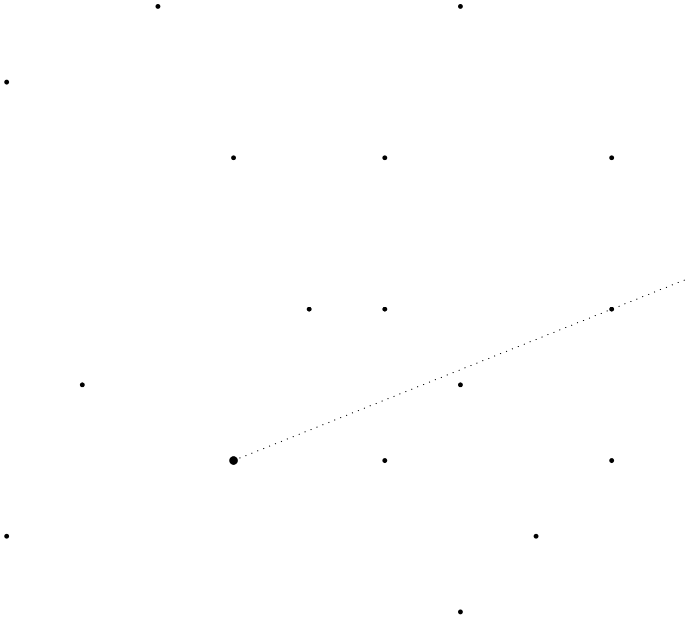


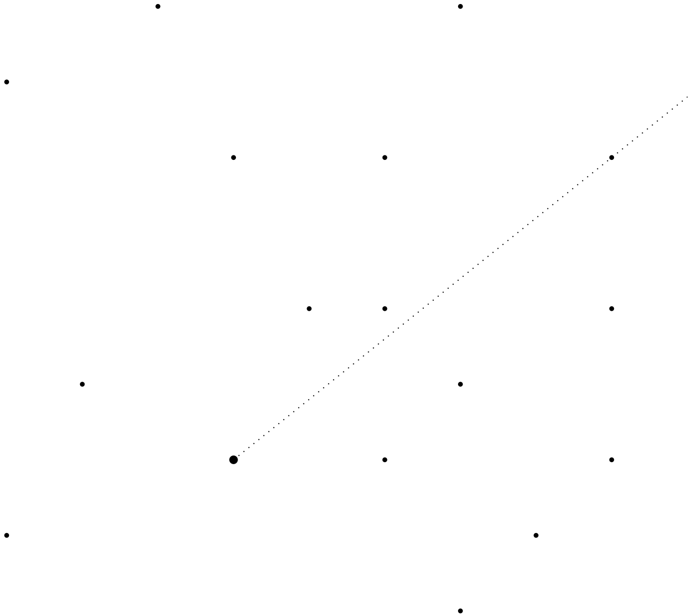


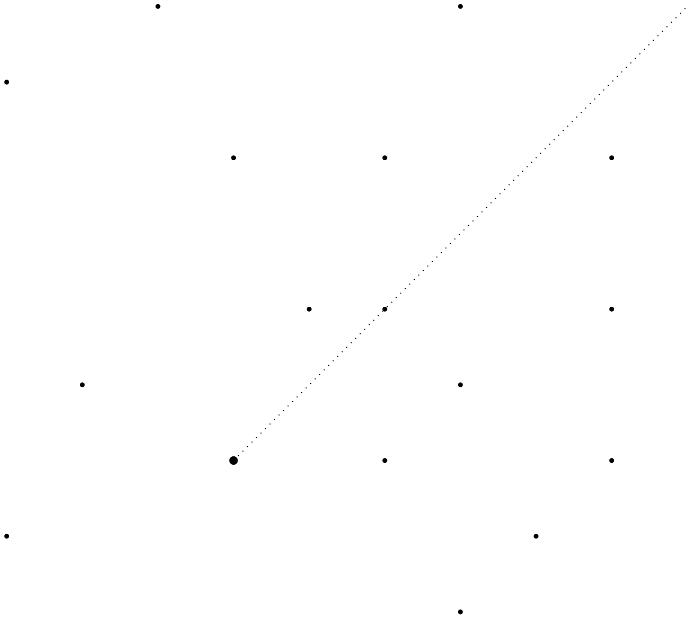


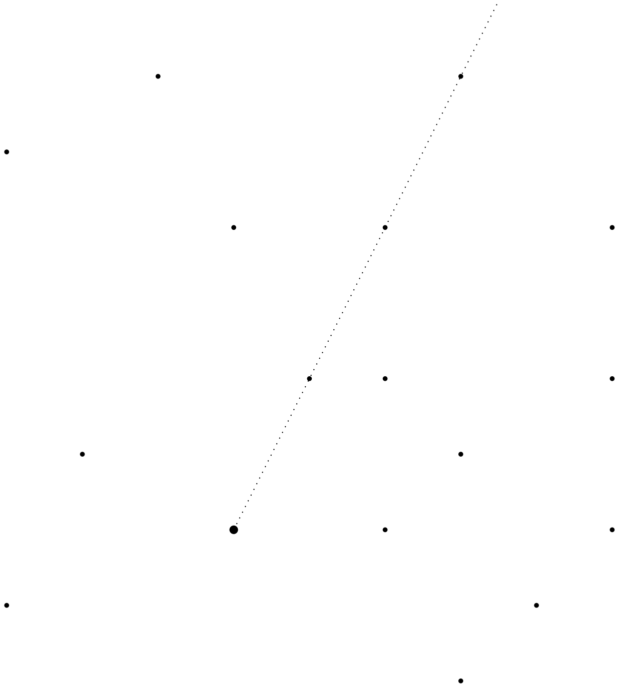


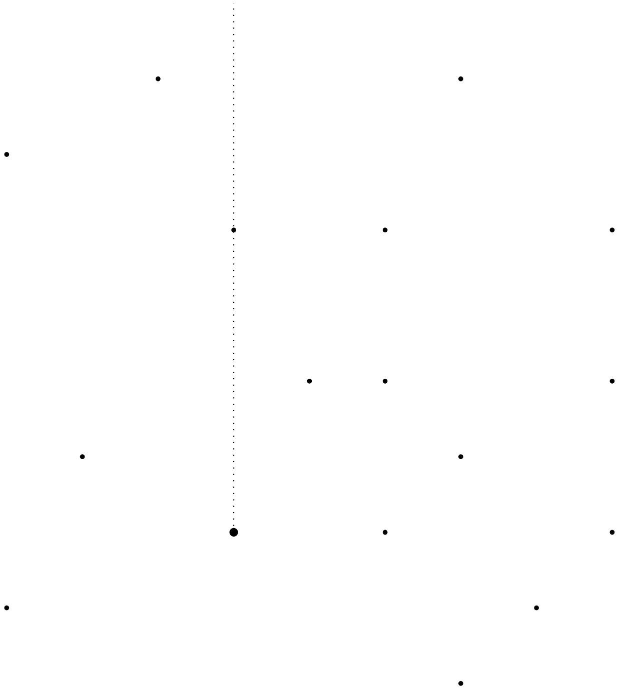


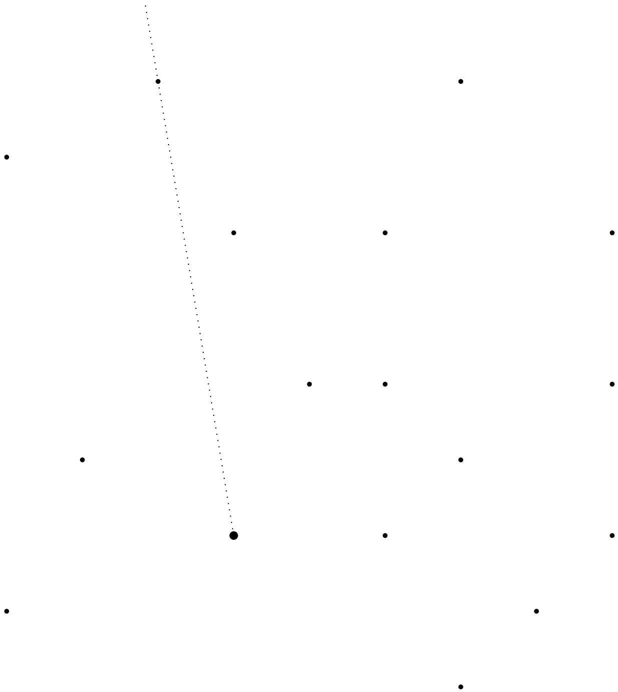


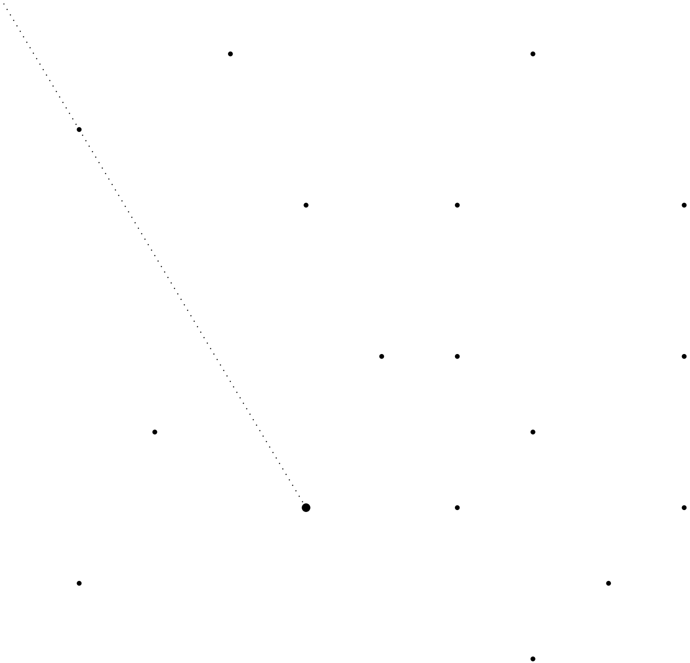


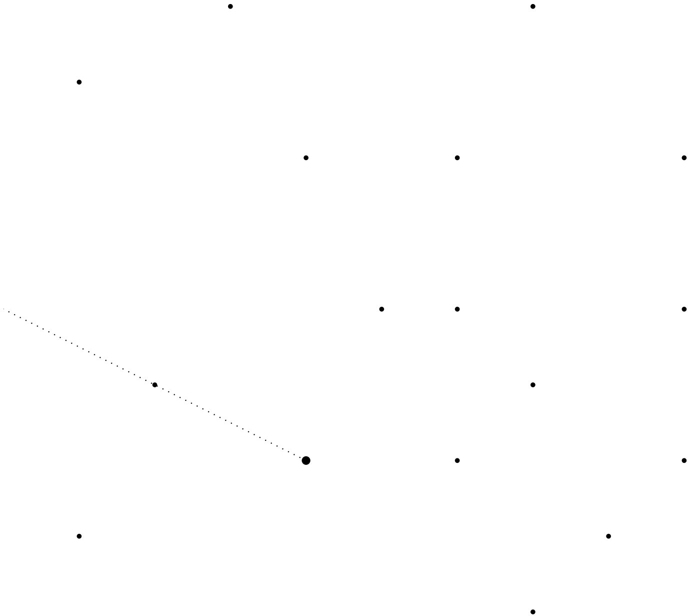


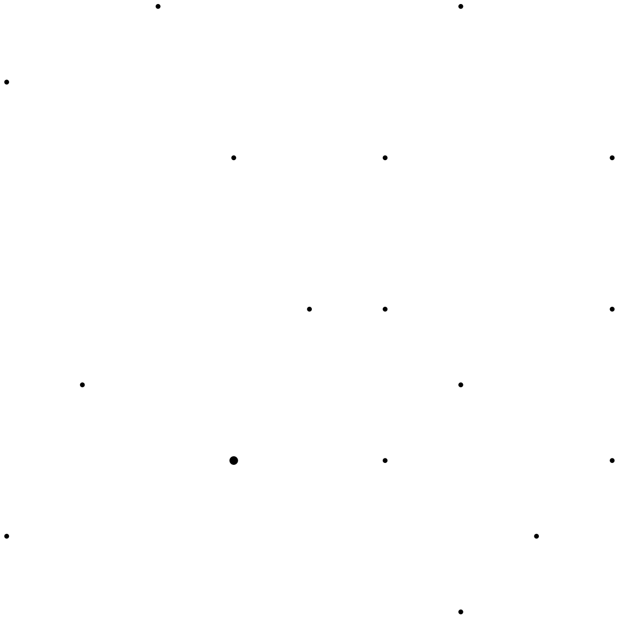


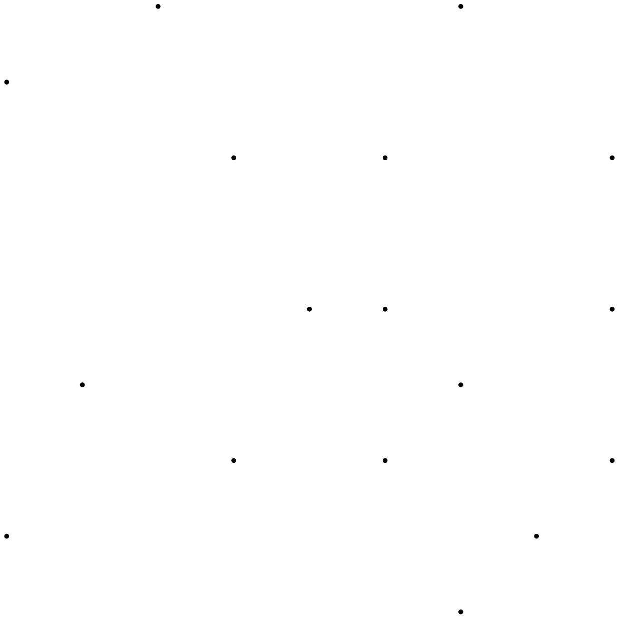


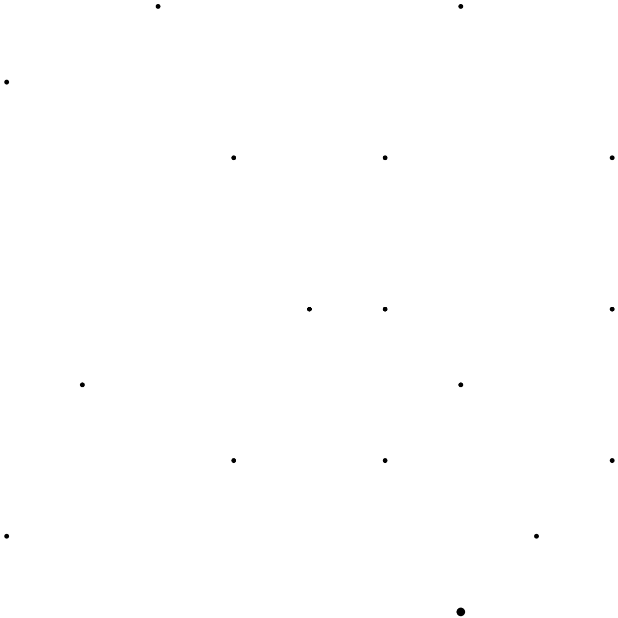


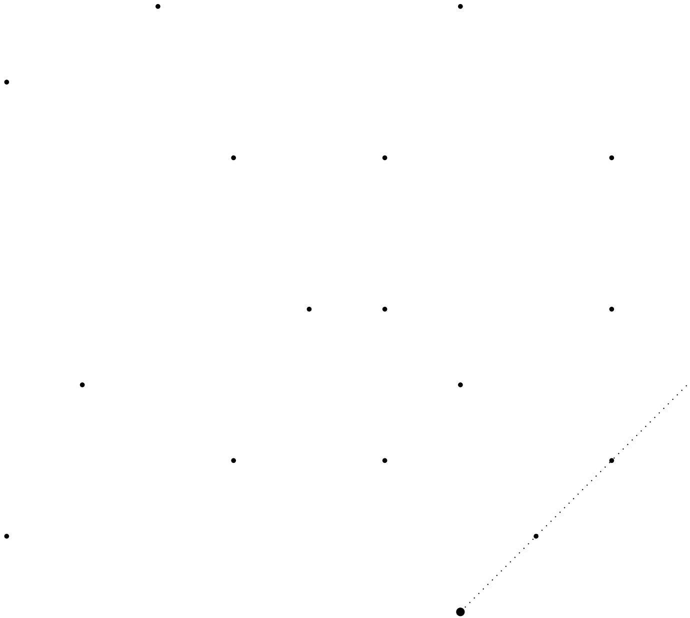


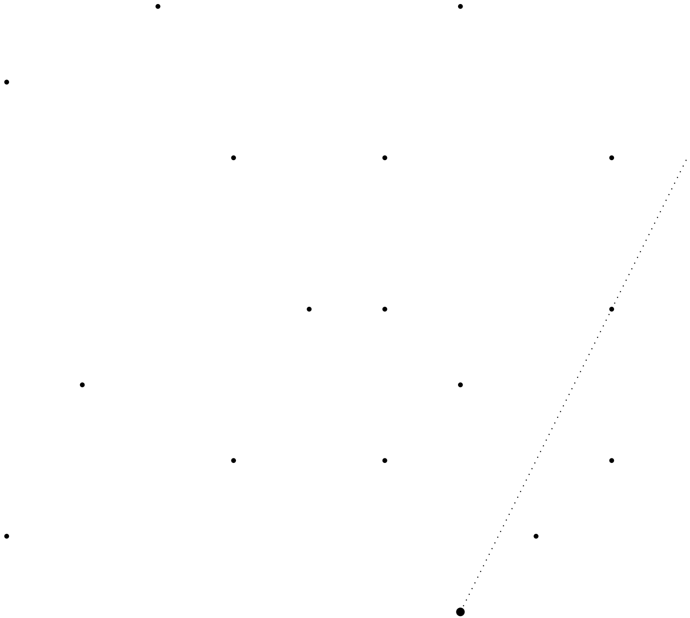


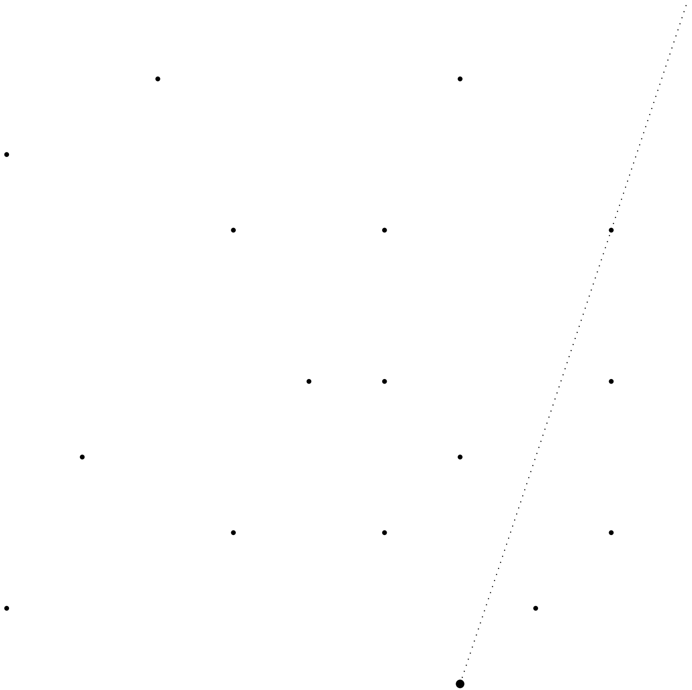


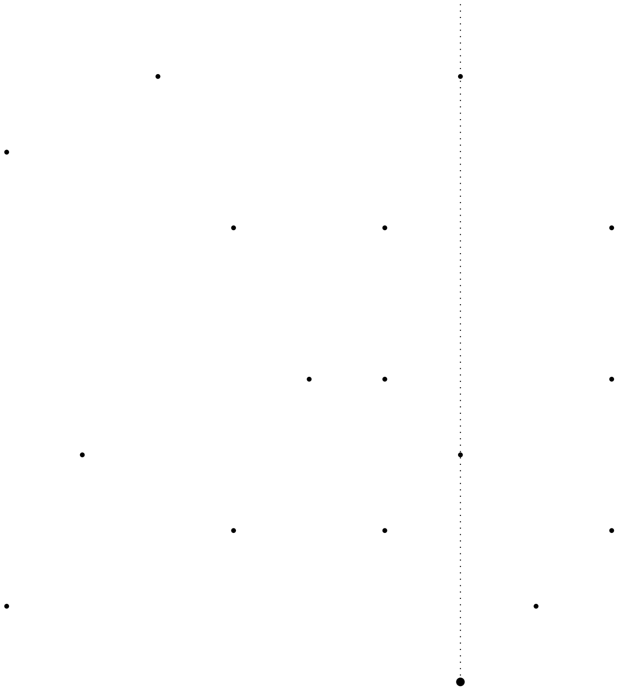


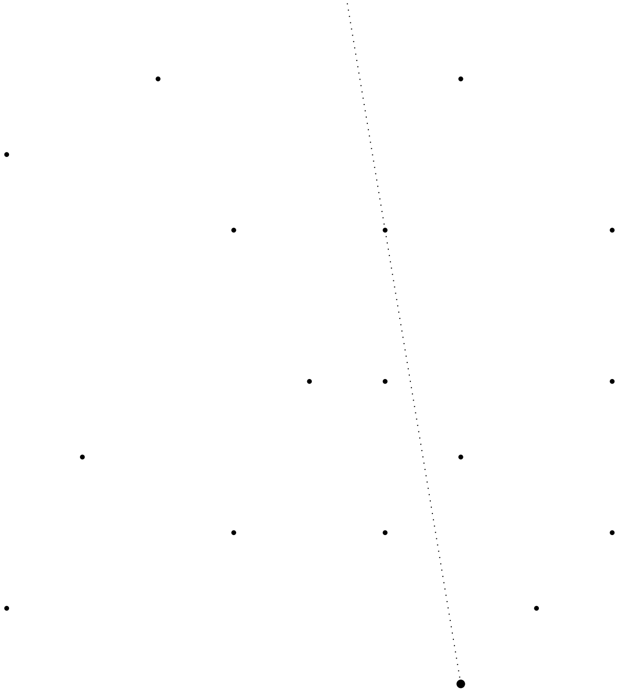


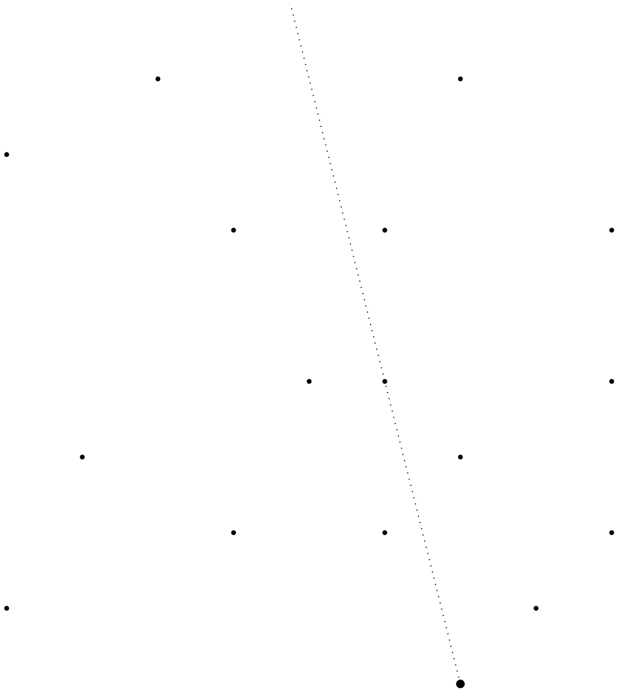


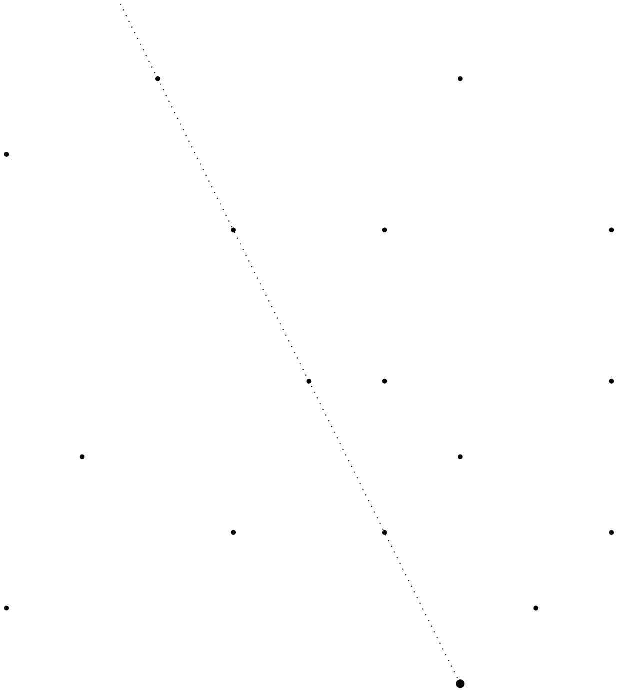


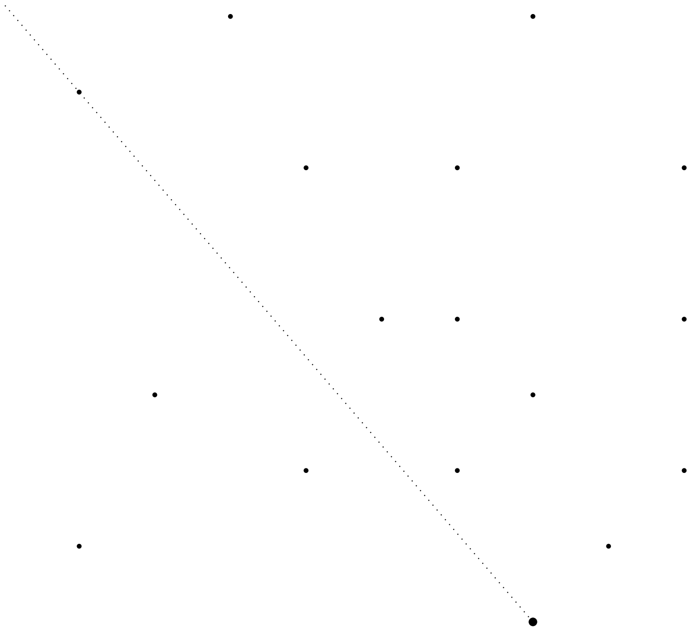


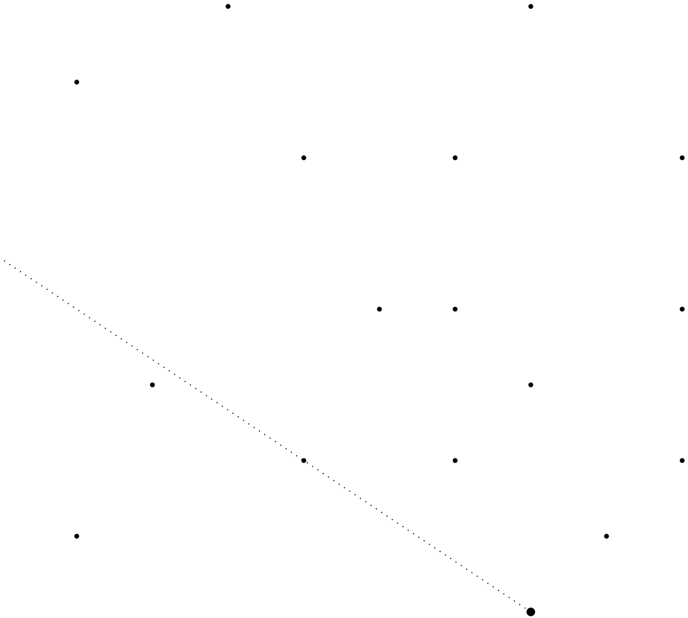


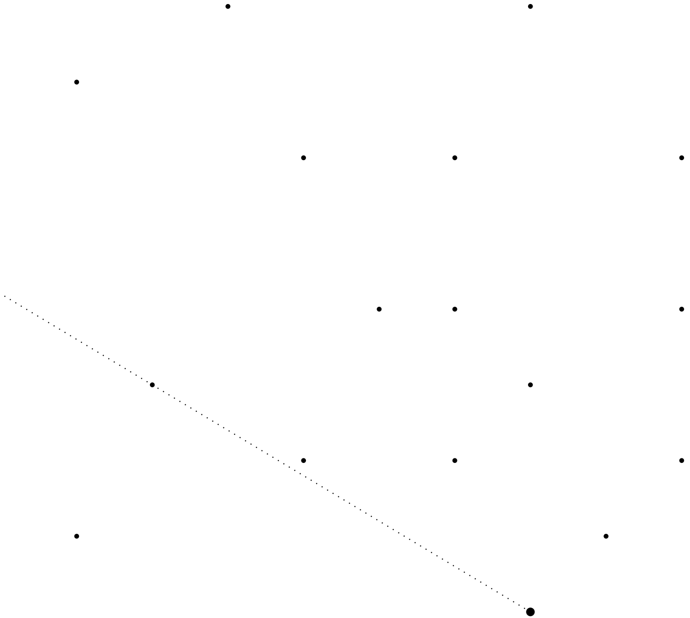


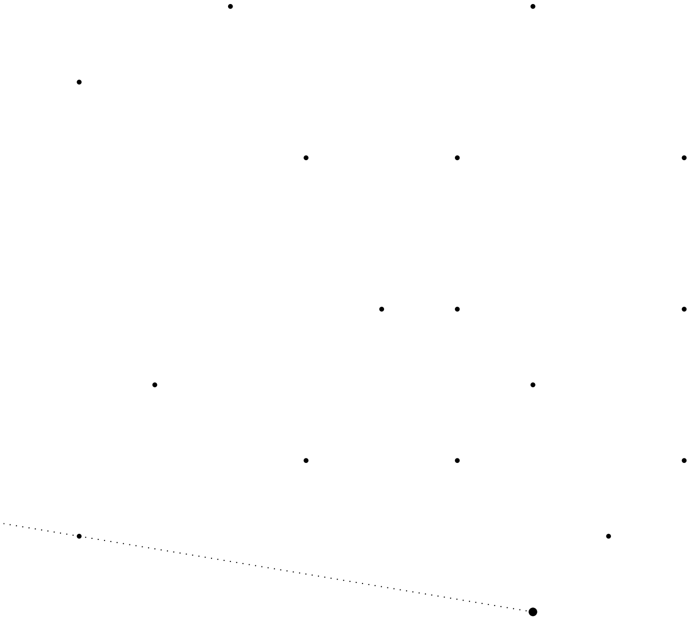


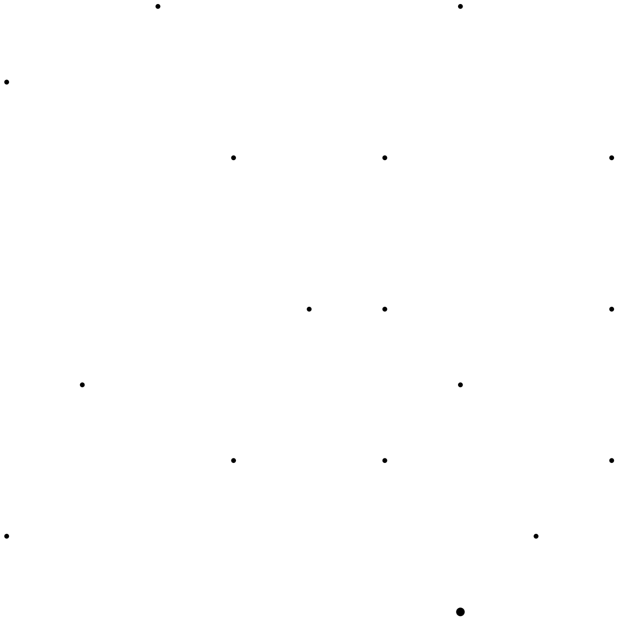


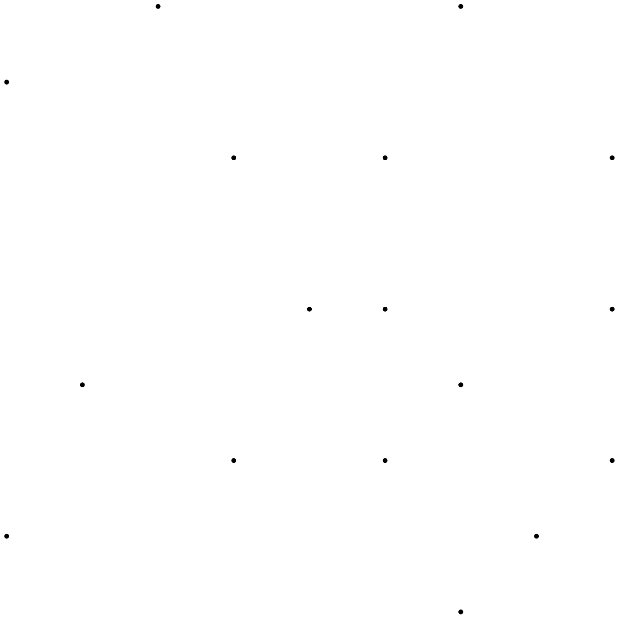












- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
    - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
  - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.
  - Finna Delaunay net punktasafns (reiknirit Fortunes).

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
  - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.
  - Finna Delaunay net punktasafns (reiknirit Fortunes).
  - Athuga hvort safn línustrika skerist (reiknirit Shamos og Hoeys).

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
  - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.
  - Finna Delaunay net punktasafns (reiknirit Fortunes).
  - Athuga hvort safn línustrika skerist (reiknirit Shamos og Hoeys).
- Þessi dæmi eiga það öll sameiginlegt að við drögum beina línu (yfirleitt samsíða y-ásnum) í gegnum punktasafnið okkar.

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
  - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.
  - Finna Delaunay net punktasafns (reiknirit Fortunes).
  - Athuga hvort safn línustrika skerist (reiknirit Shamos og Hoeys).
- Þessi dæmi eiga það öll sameiginlegt að við drögum beina línu (yfirleitt samsíða y-ásnum) í gegnum punktasafnið okkar.
- Dæmið sem við erum að skoða snýr línu með fasta miðju, svo kallaður *snúningssópur*.

- Við köllum þessa aðferð *sópinn* (e. *sweep line*).
- Dæmi sem má leysa með sópnum:
    - Finna nálægustu tvo punkta í punktasafni.
    - Finna Delaunay net punktasafns (reiknirit Fortunes).
    - Athuga hvort safn línustrika skerist (reiknirit Shamos og Hoeys).
- Þessi dæmi eiga það öll sameiginlegt að við drögum beina línu (yfirleitt samsíða y-ásnum) í gegnum punktasafnið okkar.
- Dæmið sem við erum að skoða snýr línu með fasta miðju, svo kallaður *snúningssópur*.
- Snúningssópurinn er algengari í dæmum.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.
- Við þurfum að geta raðað punktunum eftir stefnuhorni.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.
- Við þurfum að geta raðað punktunum eftir stefnuhorni.
- Við getum gert þetta án þess að reiknastefnu hornið.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.
- Við þurfum að geta raðað punktunum eftir stefnuhorni.
- Við getum gert þetta án þess að reiknastefnu hornið.
- Köllum vendipunktinn P og punktanna sem við viljum bera saman X og Y.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.
- Við þurfum að geta raðað punktunum eftir stefnuhorni.
- Við getum gert þetta án þess að reiknastefnu hornið.
- Köllum vendipunktinn P og punktanna sem við viljum bera saman X og Y.
- Berum fyrst saman X og Y eftir því hvort þeir séu fyrir ofan eða neðan vendipunktinn.

- Nýtum okkur þetta tækifæri og skoðum hvernig við getum útfært rúmfræði í heiltölum.
- Heilsti kosturinn við þessa aðferð er að við getum leyst dæmið án fleytitöluskekkju.
- Við geymum þá punkt sem tvennd af heiltölum.
- Við þurfum að geta raðað punktunum eftir stefnuhorni.
- Við getum gert þetta án þess að reiknastefnu hornið.
- Köllum vendipunktinn P og punktanna sem við viljum bera saman X og Y.
- Berum fyrst saman X og Y eftir því hvort þeir séu fyrir ofan eða neðan vendipunktinn.
- Punktar fyrir ofan fá minni forgang.

- Til að bera saman punktana X og Y ef þeir eru báðir fyrir ofan eða neðan vendipunktinn þá athugum við í hvaða átt við beygjum þegar við löbbum frá X til Y í gegnum punktinn P.

- Til að bera saman punktana X og Y ef þeir eru báðir fyrir ofan eða neðan vendipunktinn þá athugum við í hvaða átt við beygjum þegar við löbbum frá X til Y í gegnum punktinn P.
- Punkturinn X hefur þá meiri forgang ef beygjan er til hægri.

```c
typedef struct { ll x, y; } pt;
pt topt(ll x, ll y) { pt r = {x, y}; return r; }
ll ccw(pt a, pt b, pt c)
{
    ll r = a.x*(b.y - c.y) + b.x*(c.y - a.y) + c.x*(a.y - b.y);
    if (r == 0) return r;
    return r < 0 ? 1 : -1;
}

ll above(pt a)
{
    if (a.x == 0 && a.y == 0) return 2;
    return a.y < 0 ? 0 : 1;
}

int cmp(const void *p1, const void *p2)
{
    pt a = *(pt*)p1, b = *(pt*)p2;
    ll c = above(a), d = above(b);
    return c != d ? c - d : ccw(a, topt(0, 0), b);
}
```

```c
int main()
{
    ll i, j, k, n, r;
    scanf("%lld", &n);
    while (n)
    {
        pt a[n], b[n];
        for (i = 0; i < n; i++) scanf("%lld%lld", &a[i].x, &a[i].y);
        if (n == 1) { printf("1\n"); scanf("%lld", &n); continue; }
        for (r = 2, i = 0; i < n; i++)
        {
            for (j = 0; j < n; j++)
                b[j].x = a[j].x - a[i].x, b[j].y = a[j].y - a[i].y;
            qsort(b, n, sizeof *b, cmp);
            for (k = 2, j = 1; j < n - 1; j++)
                (ccw(b[j], b[j - 1], b[n - 1]) != 0)
                    ? (k = 2) : (r = max(r, ++k));
        }
        printf("%d\n", r);
        scanf("%lld", &n);
    }
    return 0;
}
```

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.
- Í hverjum sóp röðum við punktasafninu, og löbbu svo í gegnum það einu sinni.

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.
- Í hverjum sóp röðum við punktasafninu, og löbbu svo í gegnum það einu sinni.
- Svo tímaflækjan á hverjum sóp er $\mathcal{O}(\qquad)$.

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.
- Í hverjum sóp röðum við punktasafninu, og löbbu svo í gegnum það einu sinni.
- Svo tímaflækjan á hverjum sóp er $\mathcal{O}(n \log n)$.

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.
- Í hverjum sóp röðum við punktasafninu, og löbbu svo í gegnum það einu sinni.
- Svo tímaflækjan á hverjum sóp er $\mathcal{O}(n \log n)$.
- Svo tímaflækjan í heildina er $\mathcal{O}(\qquad)$.

- Við framkvæmum n sópa, einn fyrir hvern punkt.
- Í hverjum sóp röðum við punktasafninu, og löbbu svo í gegnum það einu sinni.
- Svo tímaflækjan á hverjum sóp er $\mathcal{O}(n \log n)$.
- Svo tímaflækjan í heildina er $\mathcal{O}(n^2 \log n)$.