

Reiknirit Floyds og Warshalls (1962)

Bergur Snorrason

March 13, 2024

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með vegið net.
- ▶ Hvað gerum við ef við viljum finna systa veg milli alla hnúta?
- ▶ Við getum beitt reinkiriti Dijkstra (eða reikniriti Bellmans og Fords) á alla hnúta.
- ▶ Það hefur tímaflækju $\mathcal{O}(V \cdot (V + E) \cdot \log E)$ (eða $\mathcal{O}(E \cdot V^2)$).
- ▶ Þetta má þó bæta með kvikri bestun.

- ▶ Gerum ráð fyrir að $V = \{1, 2, \dots, n\}$.
- ▶ Látum $f(u, v, k)$ tákna stysta veg milli hnútanna u og v sem heimsækir einhvern hnútanna $1, 2, \dots, k$ á milli.
- ▶ Fyrir fast k gildir að stysti vegur milli u og v undir slíkum skorðum fer annað hvort gegnum hnút k eða ekki.
- ▶ Þetta gefur okkur tvö tilfelli.
- ▶ Við fáum

$$f(u, v, k) = \begin{cases} d_{uv}, & \text{ef } k = 0. \\ \min(f(u, v, k-1), f(u, k, k-1) + f(k, v, k-1)), & \text{annars} \end{cases}$$

þar sem d_{uv} táknar fjarlægð frá hnút u til hnúts v í netinu.

```

11 vvi floyd_warshall(vvii& g)
12 {
13     ll i, j, k, n = g.size();
14     vvi d(n, vi(n, INF));
15     for (i = 0; i < n; i++) d[i][i] = 0;
16     for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < g[i].size(); j++)
17         d[i][g[i][j].first] = min(g[i][j].second, d[i][g[i][j].first]);
18     for (k = 0; k < n; k++) for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
19     {
20         if (d[i][k] == INF || d[k][j] == INF) continue;
21         d[i][j] = max(-INF, min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]));
22     }
23     for (k = 0; k < n; k++) for (i = 0; i < n; i++) for (j = 0; j < n; j++)
24     {
25         if (d[i][k] == INF || d[k][j] == INF || d[i][j] == INF) continue;
26         if (d[i][k] + d[k][j] < d[i][j]) d[i][j] = -INF;
27     }
28     return d;
29 }

```

- ▶ Þar sem við erum með þrívítt stöðurúm, hver vídd hefur stærð $|V|$ og reikna má fallgildi f í $\mathcal{O}(1)$ tíma fæst að reinkiritið hefur tímaflækjuna $\mathcal{O}(V^3)$.

