

# Lokakeppni TÖL607G 2019

Atli Fannar Franklín & Bergur Snorrason

10. apríl 2019

- Atli Fannar Franklín.

- Atli Fannar Franklín.
- Bergur Snorrason.

## Dæmi

Þér er sagt til hvaða svæða mótspilarinn þinn í tölvuleik mun senda heri sína og hversu stór herinn þinn er. Finndu hversu mörg svæði þú getur mest unnið.

## Lausn

Til að vinna sem flest svæði viltu forgangsraða þau svæði sem mótspilarinn sýnir minni áhuga. Þið raðir því svæðunum eftir því hversu stóra heri mótspilarinn þinn ætlar að senda þangað (í vaxandi röð). Þið gangið svo á röðina á meðan herinn ykkar er nógu stór til að vinna svæði.

## Lausn

Til að vinna sem flest svæði viltu forgangsraða þau svæði sem mótspilarinn sýnir minni áhuga. Þið raðir því svæðunum eftir því hversu stóra heri mótspilarinn þinn ætlar að senda þangað (í vaxandi röð). Þið gangið svo á röðina á meðan herinn ykkar er nógu stór til að vinna svæði.

## Gryfja

Það er ekki nóg að jafna mótspilarann þinn, þú þarft að sendi einum fleiri.

## Lausn

Til að vinna sem flest svæði viltu forgangsraða þau svæði sem mótspilarinn sýnir minni áhuga. Þið raðir því svæðunum eftir því hversu stóra heri mótspilarinn þinn ætlar að senda þangað (í vaxandi röð). Þið gangið svo á röðina á meðan herinn ykkar er nógu stór til að vinna svæði.

## Gryfja

Það er ekki nóg að jafna mótspilarann þinn, þú þarft að sendi einum fleiri.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: Alexander Guðmundsson (00 : 21).  
Fjöldi lausna (tilraunir) : 11 (44).

Dæmi

Þið eruð beðin um að reikna romsu.



## Lausn

Nálægt enda romsunnar á að deilda  $k$ -ta stigs margliðu  $k + 1$  sinni, en það er núll. Svo það þarf bara að reikna og prenta

$$\frac{l^2}{\pi e} + \frac{1}{l + 1},$$

þ.e.a.s. eftir innlestur nægir

```
printf("%.2f\n", 1*1/(M_PI*M_E) + (1.0)/(1 + 1.0));.
```

# Association of Myths

## Lausn

Nálægt enda romsunnar á að deilda  $k$ -ta stigs margliðu  $k + 1$  sinni, en það er núll. Svo það þarf bara að reikna og prenta

$$\frac{l^2}{\pi e} + \frac{1}{l + 1},$$

þ.e.a.s. eftir innlestur nægir

```
printf("%.2f\n", 1*1/(M_PI*M_E) + (1.0)/(1 + 1.0));.
```

## Gryfja

Svarið er ekki alltaf 9.59.

Það þurfa að vera **nákvæmlega** tveir aukastafir.

# Association of Myths

## Lausn

Nálægt enda romsunnar á að deilda  $k$ -ta stigs margliðu  $k + 1$  sinni, en það er núll. Svo það þarf bara að reikna og prenta

$$\frac{l^2}{\pi e} + \frac{1}{l + 1},$$

þ.e.a.s. eftir innlestur nægir

```
printf("%.2f\n", 1*l/(M_PI*M_E) + (1.0)/(1 + 1.0));.
```

## Gryfja

Svarið er ekki alltaf 9.59.

Það þurfa að vera **nákvæmlega** tveir aukastafir.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: Helgi Sigtryggsson (00 : 42) Fjöldi lausna (tilraunir) : 7 (17).

## Dæmi

Þið eruð að fylgjast með veislu. Í veislunni er fólk að tala saman. Samnræðurnar eru þannig að þegar fólk byrjar að tala saman þá hættir það því ekki. Því myndast sundirlægir samræðuhópar og þið eigið að halda utan um hversu margir eru í hverju hópi.

## Lausn

Hóparnir mynda sundurlæg mengi sem þið þurfið að geta sameinað.

## Lausn

Hóparnir mynda sundurlæg mengi sem þið þurfið að geta sameinað. Við getum notað sammengjaleit (e. union-find) til að gera þetta nógu hratt. Við þurfum síðan einnig að geyma hversu stórt hvert sammengi er. Það má gera með union-by-rank.

## Lausn

Hóparnir mynda sundurlæg mengi sem þið þurfið að geta sameinað. Við getum notað sammengjaleit (e. union-find) til að gera þetta nógu hratt. Við þurfum síðan einnig að geyma hversu stórt hvert sammengi er. Það má gera með union-by-rank.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: Eyleifur Bjarkason (00 : 04).

Fjöldi lausna (tilraunir) : 9 (34).

## Dæmi

Þið eigið að finna leiðina í gegnum hellakerfið sem leifir spilaranum að taka sem minnstan skaða, eða segja að ekki sé til leið sem hleypir spilaranum í gegn á lífi.



## Lausn

Maður lítur á hellakerfið sem stefnt vigtað net þar sem vigtir leggjanna er skaðinn sem spilari verður fyrir ef hann ferðast eftir þeim legg. Þetta er þá bara spurning um að keyra reiknirit Dijkstra til að finna ódýrustu leiðina á leiðarenda.

## Lausn

Maður lítur á hellakerfið sem stefnt vigtað net þar sem vigtir leggjanna er skaðinn sem spilari verður fyrir ef hann ferðast eftir þeim legg. Þetta er þá bara spurning um að keyra reiknirit Dijkstra til að finna ódýrustu leiðina á leiðarenda.

## Gryfja

Ekki er hægt að herma bardagana til að komast að því hvað spilarinn missir mikið líf í gefnum bardaga. Ef spilarinn hefur skaðagildi  $A$ , andstæðingurinn skaðagildi  $a$  og  $h$  heilsustig þá mun spilarinn missa  $a \lfloor \frac{h-1}{A} \rfloor$  heilsustig í þeim bardaga.

## Lausn

Maður lítur á hellakerfið sem stefnt vigtað net þar sem vigtir leggjanna er skaðinn sem spilarí verður fyrir ef hann ferðast eftir þeim legg. Þetta er þá bara spurning um að keyra reiknirit Dijkstra til að finna ódýrustu leiðina á leiðarenda.

## Gryfja

Ekki er hægt að herma bardagana til að komast að því hvað spilarinn missir mikið líf í gefnum bardaga. Ef spilarinn hefur skaðagildi  $A$ , andstæðingurinn skaðagildi  $a$  og  $h$  heilsustig þá mun spilarinn missa  $a \lfloor \frac{h-1}{A} \rfloor$  heilsustig í þeim bardaga.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: -  
Fjöldi lausna (tilraunir) : 0 (22).

## Dæmi

Þið eruð að spila fyrstu persónu skotleik og viljið vita hversu marga óvini þú getur hitt í einu skoti. Óvinir eru gefnir sem hringir í plani. Þú ert í núllpunkti plansins.

## Lausn

Við getum í raun skoðað hringina í planinu sem bil á einingahringskífunni. Við erum þá að reyna að finna þann punkt á einingaskífunni sem er innihaldinn í öllum þessu bilum. Fyrir slíkan punkt gildir augljóslega að honum sé hægt að hliðra þangað til hann er endapunktur bils svo okkur nægir að að skoða endapunktana. Nánar tiltekið getum við notað hlaupabil (e. sliding window) til að finna þann punkt. Fyrir nánari umfjöllun getið þið skoðað glærurnar úr viku 12, nánar tiltekið sýnidæmið um stærð sammengis bila. Þetta dæmi er eins að miklu leiti nema hvað að þið haldið utan um hversu stórt hlaupabilið verður.

## Lausn

Við getum í raun skoðað hringina í planinu sem bil á einingahringskífunni. Við erum þá að reyna að finna þann punkt á einingaskífunni sem er innihaldinn í öllum þessu bilum. Fyrir slíkan punkt gildir augljóslega að honum sé hægt að hliðra þangað til hann er endapunktur bils svo okkur nægir að að skoða endapunktana. Nánar tiltekið getum við notað hlaupabil (e. sliding window) til að finna þann punkt. Fyrir nánari umfjöllun getið þið skoðað glærurnar úr viku 12, nánar tiltekið sýnidæmið um stærð sammengis bila. Þetta dæmi er eins að miklu leiti nema hvað að þið haldið utan um hversu stórt hlaupabilið verður.

## Gryfja

Ólíkt dæminu í viku 12 erum við núna á hring, svo við þurfum að labba einu sinni í gegnum bilin til að sjá hversu mörg bilin eru í upphafi.

# Strikercount

## Lausn

Við getum í raun skoðað hringina í planinu sem bil á einingahringskífunni. Við erum þá að reyna að finna þann punkt á einingaskífunni sem er innihaldinn í öllum þessu bilum. Fyrir slíkan punkt gildir augljóslega að honum sé hægt að hliðra þangað til hann er endapunktur bils svo okkur nægir að að skoða endapunktana. Nánar tiltekið getum við notað hlaupabil (e. sliding window) til að finna þann punkt. Fyrir nánari umfjöllun getið þið skoðað glærurnar úr viku 12, nánar tiltekið sýnidæmið um stærð sammengis bila. Þetta dæmi er eins að miklu leiti nema hvað að þið haldið utan um hversu stórt hlaupabilið verður.

## Gryfja

Ólíkt dæminu í viku 12 erum við núna á hring, svo við þurfum að labba einu sinni í gegnum bilin til að sjá hversu mörg bilin eru í upphafi.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: -

Fjöldi lausna (tilraunir) : 0 (1).

## Dæmi

Við viljum ákvarða hvað má velja hlutmengi í  $3 \times n$  reitum þ.a. við veljum enga tvo aðlæga reiti (aðlægir reitir eru bara þeir sem deila hlið) og skila svarinu modulo  $10^9 + 7$ .



## Lausn

Við búum til rakningavensl úr þessu. Við táknum með  $a_{n,b_1b_2b_3}$  fjölda leiða til þess að gera þetta á  $3 \times n$  reitum þar sem síðasti dálkurinn er  $b_1b_2b_3$  þar sem  $b_i$  er 0 eða 1 og táknar þá hvort við tökum reit  $i$  með eða ekki. Við sjáum að  $a_{n,111}$ ,  $a_{n,110}$  og  $a_{n,011}$  eru alltaf núll því við megum ekki velja tvo hlið við hlið svo við hunsum þau gildi. Fyrir hin valin á  $b_i$ -in verður þá  $a_{1,b_1b_2b_3} = 1$ . Nú setjum við upp rakningavensl fyrir þessar stærðir og fáum eftirfarandi jöfnur

$$a_{n,000} = a_{n-1,000} + a_{n-1,001} + a_{n-1,010} + a_{n-1,100} + a_{n-1,101}$$

$$a_{n,001} = a_{n-1,000} + a_{n-1,010} + a_{n-1,100}$$

$$a_{n,010} = a_{n-1,000} + a_{n-1,001} + a_{n-1,100} + a_{n-1,101}$$

$$a_{n,100} = a_{n-1,000} + a_{n-1,001} + a_{n-1,010}$$

$$a_{n,101} = a_{n-1,000} + a_{n-1,010}$$

## Lausn

Nú má gera ýmislegt til að leysa þetta. Meðal annars má leysa upp úr rakningavenslahneppinu á síðustu glæru til að fá línunlegt rakningavensl af fimmta stigi og reikna upp úr því með fylkjaveldishafningu. Það sem má líka gera er að skilgreina vigurinn  $v = (1, 1, 1, 1, 1)^T$  og breytingarfylkið

$$m = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Þá þar sem  $v = (a_{1,000}, \dots, a_{1,101})$  fæst útfrá jöfnuhneppinu á síðustu glæru að

$$m^{n-1}v = (a_{n,000}, a_{n,001}, a_{n,010}, a_{n,100}, a_{n,101})^T$$

Og þá má reikna svarið sem summuna af þessum fimm stökum eða sem bara fremsta stakið, það þarf þá að hliðra  $n$  til um einn eftir tilvikum.

## Lausn

Þar sem reikna má  $n$ -ta veldi fylkis í  $\mathcal{O}(\log(n))$  margföldunum og fylkjamargföldun tekur teningstíma í stærð þess fæst að þetta keyri í  $\mathcal{O}(k^3 \log(n))$  þar sem  $k$  er fast sem 5 og  $n \leq 10^{18}$  svo  $\log(n) < 60$ . Ef reiknað er upp úr jöfnuhneppinu í staðinn verður  $k = 4$  sem gefur ómarktækan mun í keyrsluhraða.

## Lausn

Þar sem reikna má  $n$ -ta veldi fylkis í  $\mathcal{O}(\log(n))$  margföldunum og fylkjamargföldun tekur teningstíma í stærð þess fæst að þetta keyri í  $\mathcal{O}(k^3 \log(n))$  þar sem  $k$  er fast sem 5 og  $n \leq 10^{18}$  svo  $\log(n) < 60$ . Ef reiknað er upp úr jöfnuhneppinu í staðinn verður  $k = 4$  sem gefur ómarktækan mun í keyrsluhraða.

## Gryfja

Ekki er nóg að reikna út jöfnuhneppið að ofan og leysa þetta með kvikri bestun í línulegum tíma því  $n$  er of stórt til þess. Því þarf að leysa þetta með fylkjaveldahafningu.

## Lausn

Þar sem reikna má  $n$ -ta veldi fylkis í  $\mathcal{O}(\log(n))$  margföldunum og fylkjamargföldun tekur teningstíma í stærð þess fæst að þetta keyri í  $\mathcal{O}(k^3 \log(n))$  þar sem  $k$  er fast sem 5 og  $n \leq 10^{18}$  svo  $\log(n) < 60$ . Ef reiknað er upp úr jöfnuhneppinu í staðinn verður  $k = 4$  sem gefur ómarktækan mun í keyrsluhraða.

## Gryfja

Ekki er nóg að reikna út jöfnuhneppið að ofan og leysa þetta með kvikri bestun í línulegum tíma því  $n$  er of stórt til þess. Því þarf að leysa þetta með fylkjaveldahafningu.

## Tölfræði

Fyrsta lausn: -

Fjöldi lausna (tilraunir) : 0 (0).