

Grunnatriði

Bergur Snorrason

12. janúar 2022

Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.
- ▶ Þegar við forritum flokkum við gögnin okkar með *tögum*.
- ▶ Dæmi um tög í C/C++ eru `int` og `double`.
- ▶ Helstu tög in í C/C++ eru (yfirleitt):

Heiti	Lýsing	Skorður
<code>int</code>	Heiltala	Á bilinu $[-2^{31}, 2^{31} - 1]$
<code>unsigned int</code>	Heiltala	Á bilinu $[0, 2^{32} - 1]$
<code>long long</code>	Heiltala	Á bilinu $[-2^{63}, 2^{63} - 1]$
<code>unsigned long long</code>	Heiltala	Á bilinu $[0, 2^{64} - 1]$
<code>double</code>	Fleytitala	Takmörkuð nákvæmni
<code>char</code>	Heiltala	Á bilinu $[-128, 127]$

Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Einn helsti kostur Python í keppnisforritun er að heiltölur geta verið eins stórar (eða litlar) og vera skal.

```
1 from math import factorial
2 print(factorial(100))
```

```
1 >>> python fact.py
2 10933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999
```

- ▶ Það er einnig hægt að nota fractions pakkann í Python til að vinna með fleytitölur án þess að tapa nákvæmni.

Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Sumir C/C++ þýðendur bjóða upp á gagnatagið `__int128` (til dæmis gcc).
- ▶ Þetta tag býður upp á að nota tölur á bilinu $[-2^{127}, 2^{127} - 1]$.
- ▶ Þetta þarf ekki að nota oft.

Röðun

- ▶ Við munum reglulega þurfa að raða gögnum í einhverja röð.

Forritunarmál	Röðun
---------------	-------

C	<code>qsort(...)</code>
---	-------------------------

C++	<code>sort(...)</code>
-----	------------------------

Python	<code>this.sort()</code> eða <code>sorted(...)</code>
--------	---

- ▶ Skoðum nú hvert forritunarmál til að sjá nánar hvernig föllin eru notuð.

Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með n staka fylki a þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.
- ▶ Við getum raðað flest öllum ílátum með `sort`.
- ▶ Ef við erum með eitthvað ílát (til dæmis `vector`) a má raða með `sort(a.begin(), a.end())`.
- ▶ Við getum líka bætt við okkar eigin samanburðarfalli sem þriðja inntak.
- ▶ Það kemur þá í stað “minna eða samasem” samanburðarins sem er sjálfgefinn.

Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.
- ▶ Hinsvegar skilar `sorted(a)` afriti af `a` sem hefur verið raðað.
- ▶ Til að raða `a` á þennan hátt þarf `a = sorted(a)`.
- ▶ Nota má inntakið `key` til að raða eftir öðrum samanburðum.
- ▶ Það er einnig inntak sem heitir `reverse` sem er Boole gildi sem leyfir auðveldlega að raða öfugt.

Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
 - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
 - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.
 - ▶ `size_t s`. Þetta er stærð hvers staks í fylkinu okkar (í bætum).
 - ▶ `int (*cmp)(const void *, const void*)`. Þetta er samanburðarfallið okkar.
- ▶ Síðasta inntakið er kannski flókið við fyrstu sýn en er einfalt fyrir okkur að nota.
- ▶ Þetta er *fallabendir* (e. *function pointer*) ef þið viljið kynna ykkur það frekar.

Röðun í C

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 int cmp(const void* p1, const void* p2)
5 {
6     int x = *(int*)p1, y = *(int*)p2;
7     return (x <= y) - (y <= x);
8 }
9
10 int rcmp(const void* p1, const void* p2)
11 {
12     int x = *(int*)p1, y = *(int*)p2;
13     return (x >= y) - (y >= x);
14 }
15
16 // raðar tölum í vaxandi og minnkandi röð
17 // 5
18 // 2 4 3 1 5
19 int main()
20 {
21     int n, i;
22     scanf("%d", &n);
23     int a[n];
24     for (i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);
25     qsort(a, n, sizeof(a[0]), cmp);
26     for (i = 0; i < n; i++) printf("%d ", a[i]); printf("\n");
27     qsort(a, n, sizeof(a[0]), rcmp);
28     for (i = 0; i < n; i++) printf("%d ", a[i]); printf("\n");
29     return 0;
30 }
```

Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
 - ▶ Saga.
 - ▶ Dæmið.
 - ▶ Inntaks -og úttakslýsingar.
 - ▶ Sýnidæmi.
- ▶ Fyrstu tveir punktarnir geta verið blandaðir saman.
- ▶ Þeir eru líka lengsti hluti dæmisins.

A Different Problem

Write a program that computes the difference between non-negative integers.

Input

Each line of the input consists of a pair of integers. Each integer is between 0 and 10^{15} (inclusive). The input is terminated by end of file.

Output

For each pair of integers in the input, output one line, containing the absolute value of their difference.

Sample Input 1

```
10 12
71293781758123 72784
1 12345677654321
```



Sample Output 1

```
2
71293781685339
12345677654320
```



Röng lausn. Hver er villan?

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main()
5 {
6     int a, b;
7     while (cin >> a >> b)
8     {
9         cout << abs(a - b) << endl;
10    }
11 }
```

Rétt lausn

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main()
5 {
6     long long a, b;
7     while (cin >> a >> b)
8     {
9         cout << abs(a - b) << endl;
10    }
11 }
```

long long

- ▶ Við getum notað typedef til að spara okkur skriftir.
- ▶ Við bætum við typedef <gamla> <nýja>; ofarlega í skrána.
- ▶ Venjan í keppnisforritun er að nota typedef long long ll;.
- ▶ Við munum nota typedef aftur í námskeiðinu.

Rétt lausn með typedef

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef long long ll;
4
5 int main()
6 {
7     ll a, b;
8     while (cin >> a >> b)
9     {
10         cout << abs(a - b) << endl;
11     }
12 }
```

Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.
- ▶ Einnig gæti leynst önnur villa í útfærslunni okkar sem gefur okkur Time Limit Exceeded (TLE).
- ▶ Til að ákvarða hvort lausn sé nógu hröð þá notum við *tímaflækjur*.
- ▶ Sum ykkar þekkja tímaflækjur en önnur kannski ekki.
- ▶ Skoðum fyrst hvað tímaflækjur eru í grófum dráttum.

Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju $\mathcal{O}(f(n))$ þýðir það að keyrslutíminn vex eins og f þegar n vex.
- ▶ Til dæmis ef forritið hefur tímaflækju $\mathcal{O}(n)$ þá tvöfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Til annars dæmis ef forritið hefur tímaflækju $\mathcal{O}(n^2)$ þá fjórfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Við ráð fyrir að grunnaðgerðirnar okkar taki fastann tíma, eða séu með tímaflækju $\mathcal{O}(1)$.

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma $\mathcal{O}(f(n))$ aðgerð m sinnum þá er tímaflækjan $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$.
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er n löng, er $\mathcal{O}(n^2)$.
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd n , þá er forritið $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(n)$.
- ▶ Einnig gildir að tímaflækja forritsins okkar takmarkast af hægasta hluta forritsins.
- ▶ Til dæmis er $\mathcal{O}(n + n + n + n + n^2) = \mathcal{O}(n^2)$.

Stærðfræði

- ▶ Við segjum að fall $g(x)$ sé í menginu $\mathcal{O}(f(x))$ ef til eru rauntölur c og x_0 þannig að

$$|g(x)| \leq c \cdot f(x)$$

fyrir öll $x > x_0$.

- ▶ Þetta þýðir í raun að fallið $|g(x)|$ verður á endanum minna en $k \cdot f(x)$.
- ▶ Þessi lýsing undirstrikar betur að $f(x)$ er efra mat á $g(x)$, og er því að segja að $g(x)$ hagi sér ekki verr en $f(x)$.

Þekktar tímaflækjur

- Tímaflækjur algregra aðgerða eru:

Aðgerð	Lýsing	Tímaflækja
Línulega leit	Almenn leit í fylki	$\mathcal{O}(n)$
Hellingunarleit	Leit í röðuðu fylki	$\mathcal{O}(\log n)$
Röðun á heiltölum	Röðun á heiltalna fylki	$\mathcal{O}(n \log n)$
Strengjasamanburður	Bera saman tvo strengi af lengd n	$\mathcal{O}(n)$
Almenn röðun	Röðun með $\mathcal{O}(T(m))$ samanburð	$\mathcal{O}(T(m) \cdot n \log n)$

10^8 reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við 10^8 *regluna*:
 - ▶ Tökum verstu tilfellið sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með 10^8 .
 - ▶ Ef útkoman er minni en fjöldi sekúnda í tímamörkum dæmisins þá er lausnin okkar nógu hröð, annars er hún of hæg.
- ▶ Þessa reglu mætti um orða sem: “Við gerum ráð fyrir að forritið geti framkvæmt 10^8 aðgerðir á sekúndu”.
- ▶ Þessi regla er gróf nálgun, en virkar mjög vel því þetta er það sem dæmahöfundar hafa í huga þegar þeir semja dæmi.
- ▶ Með þetta í huga fáum við eftirfarandi töflu.

Stærð n	Versta tímaflækja	Dæmi
≤ 10	$\mathcal{O}((n+1)!)$	TSP með tæmandi leit
≤ 15	$\mathcal{O}(n^2 2^n)$	TSP með kvikri bestun
≤ 20	$\mathcal{O}(n 2^n)$	Kvik bestun yfir hlutmengi
≤ 100	$\mathcal{O}(n^4)$	Almenn spyrðing
≤ 400	$\mathcal{O}(n^3)$	Floyd-Warshall
$\leq 10^4$	$\mathcal{O}(n^2)$	Lengsti sameiginlegi hlutstrengur
$\leq 10^5$	$\mathcal{O}(n\sqrt{n})$	Reiknirit sem byggja á rótarþáttun
$\leq 10^6$	$\mathcal{O}(n \log n)$	Röðun (og margt fleira)
$\leq 10^8$	$\mathcal{O}(n)$	Næsta tala sem er stærri (NGE)
$\leq 2^{10^8}$	$\mathcal{O}(\log n)$	Helmingunarleit
$> 2^{10^8}$	$\mathcal{O}(1)$	Ad hoc

TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.
- ▶ Þegar við lesum af staðalinntaki eða skrifum á staðalúttak þarf forritið að tala við stýrikerfið.
- ▶ Slíkar að gerðir eru mjög hægar.
- ▶ Til að leysa þetta skrifa föll oft í *biðminni* (e. *buffer*) og prenta bara þegar það fyllist.
- ▶ Svona er þetta gert í C.

TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.
- ▶ Til dæmis `cout << x << '\n'`.
- ▶ Það borgar sig einnig að setja `ios::sync_with_stdio(false)` fremst í `main()`.
- ▶ Ef þið eruð í Java mæli ég með Kattio.
- ▶ Það má finna á GitHub.

Innbyggðar gagnagrindur í C++

- ▶ Grunnur C++ býr yfir mörgum sterkum gagnagrindum.
- ▶ Skoðum helstu slíku gagnagrindur og tímaflækjur mikilvægust aðgerða þeirra.
- ▶ Við munum bara fjalla um gagnagrindurnar í grófum dráttum.
- ▶ Það er hægt að finna ítarlegra efni og dæmi um notkun á netinu.

Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.
- ▶ Fylki geyma gögn og eru af fastri stærð.
- ▶ Þar sem þau eru af fastri stærð má gefa þeim tileinkað, aðliggjandi svæði í minni.
- ▶ Þetta leyfir manni að vísa í fylkið í $\mathcal{O}(1)$.

Aðgerð	Tímaflækja
Lesi eða skrifa ótiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(n)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(n)$

vector

- ▶ Gagnagrindin vector er að mestu leiti eins og fylki.
- ▶ Það má þó bæta stökum aftan á vector í $\mathcal{O}(1)$.
- ▶ Margir nota bara vector og aldrei fylki sem slík.

Aðgerð	Tímaflækja
Lesi eða skrifa ótiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(1)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(n)$

list

- ▶ Gagnagrindin `list` geymir gögn líkt og fylki gera, en stökin eru ekki aðliggjandi í minni.
- ▶ Því er uppfletting ekki hröð.
- ▶ Aftur á móti er hægt að gera smávægilegar breytingar á `list` sem er ekki hægt að gera á fylkjum.

Aðgerð	Tímaflækja
Finna stak	$\mathcal{O}(n)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fremst	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fyrir aftan tiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fyrir framan tiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(1)$

stack

- Gagnagrindin stack geymir gögn og leyfir aðgang að síðasta staki sem var bætt við.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$O(1)$
Lesi nýjasta stakið	$O(1)$
Fjarlægja nýjasta stakið	$O(1)$

queue

- Gagnagrindin queue geymir gögn og leyfir aðgang að fyrsta stakinu sem var bætt við.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$\mathcal{O}(1)$
Lesi elsta stakið	$\mathcal{O}(1)$
Fjarlægja elsta stakið	$\mathcal{O}(1)$

set

- Gagnagrindin set geymir gögn án endurtekninga og leyfir hraða uppflettingu.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$\mathcal{O}(\log n)$
Fjarlægja stak	$\mathcal{O}(\log n)$
Gá hvort staki hafi verið bætt við	$\mathcal{O}(\log n)$

