

# Grunnatriði

Bergur Snorrason

16. janúar 2022

# Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.

# Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.
- ▶ Þegar við forritum flokkum við gögnin okkar með *tögum*.

# Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.
- ▶ Þegar við forritum flokkum við gögnin okkar með *tögum*.
- ▶ Dæmi um tög í C/C++ eru `int` og `double`.

# Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.
- ▶ Þegar við forritum flokkum við gögnin okkar með *tögum*.
- ▶ Dæmi um tög í C/C++ eru `int` og `double`.
- ▶ Helstu tög in í C/C++ eru (yfirleitt):

# Grunntög og takmarkanir þeirra

- ▶ Í grunninn snýst forritun um gögn.
- ▶ Þegar við forritum flokkum við gögnin okkar með *tögum*.
- ▶ Dæmi um tög í C/C++ eru `int` og `double`.
- ▶ Helstu tög in í C/C++ eru (yfirleitt):

Heiti	Lýsing	Skorður
<code>int</code>	Heiltala	Á bilinu $[-2^{31}, 2^{31} - 1]$
<code>unsigned int</code>	Heiltala	Á bilinu $[0, 2^{32} - 1]$
<code>long long</code>	Heiltala	Á bilinu $[-2^{63}, 2^{63} - 1]$
<code>unsigned long long</code>	Heiltala	Á bilinu $[0, 2^{64} - 1]$
<code>double</code>	Fleytitala	Takmörkuð nákvæmni
<code>char</code>	Heiltala	Á bilinu $[-128, 127]$

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Einn helsti kostur Python í keppnisforritun er að heiltölur geta verið eins stórar (eða litlar) og vera skal.

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Einn helsti kostur Python í keppnisforritun er að heiltölur geta verið eins stórar (eða litlar) og vera skal.

```
1 from math import factorial
2 print(factorial(100))
```



# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Einn helsti kostur Python í keppnisforritun er að heiltölur geta verið eins stórar (eða litlar) og vera skal.

```
1 from math import factorial
2 print(factorial(100))
```

```
1 >> python fact.py
2 10933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999
```

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Einn helsti kostur Python í keppnisforritun er að heiltölur geta verið eins stórar (eða litlar) og vera skal.

```
1 from math import factorial
2 print(factorial(100))
```

```
1 >>> python fact.py
2 10933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999
```

- ▶ Það er einnig hægt að nota fractions pakkann í Python til að vinna með fleytitölur án þess að tapa nákvæmni.

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- Sumir C/C++ þýðendur bjóða upp á gagnatagið `__int128` (til dæmis gcc).

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Sumir C/C++ þýðendur bjóða upp á gagnatagið `__int128` (til dæmis `gcc`).
- ▶ Þetta tag býður upp á að nota tölur á bilinu  $[-2^{127}, 2^{127} - 1]$ .

# Hvað með tölur utan þessa bila?

- ▶ Sumir C/C++ þýðendur bjóða upp á gagnatagið `__int128` (til dæmis `gcc`).
- ▶ Þetta tag býður upp á að nota tölur á bilinu  $[-2^{127}, 2^{127} - 1]$ .
- ▶ Þetta þarf ekki að nota oft.

- ▶ Við munum reglulega þurfa að raða gögnum í einhverja röð.

- ▶ Við munum reglulega þurfa að raða gögnum í einhverja röð.

Forritunarmál	Röðun
---------------	-------

C	<code>qsort(...)</code>
---	-------------------------

C++	<code>sort(...)</code>
-----	------------------------

Python	<code>this.sort()</code> eða <code>sorted(...)</code>
--------	-------------------------------------------------------

# Röðun

- ▶ Við munum reglulega þurfa að raða gögnum í einhverja röð.

Forritunarmál	Röðun
---------------	-------

C	<code>qsort(...)</code>
---	-------------------------

C++	<code>sort(...)</code>
-----	------------------------

Python	<code>this.sort()</code> eða <code>sorted(...)</code>
--------	-------------------------------------------------------

- ▶ Skoðum nú hvert forritunarmál til að sjá nánar hvernig föllin eru notuð.



# Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.

## Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)

# Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með  $n$  staka fylki  $a$  þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.

## Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með  $n$  staka fylki  $a$  þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.
- ▶ Við getum raðað flest öllum ílátum með `sort`.

## Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með  $n$  staka fylki a þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.
- ▶ Við getum raðað flest öllum ílátum með `sort`.
- ▶ Ef við erum með eitthvað ílát (til dæmis `vector`) a má raða með `sort(a.begin(), a.end())`.

# Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með  $n$  staka fylki  $a$  þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.
- ▶ Við getum raðað flest öllum ílátum með `sort`.
- ▶ Ef við erum með eitthvað ílát (til dæmis `vector`)  $a$  má raða með `sort(a.begin(), a.end())`.
- ▶ Við getum líka bætt við okkar eigin samanburðarfalli sem þriðja inntak.

# Röðun í C++

- ▶ Í grunninn tekur `sort(...)` við tveimur gildum.
- ▶ Fyrri gildið svarar til fyrsta staks þess sem við viljum raða og seinna gildið vísar á enda þess sem við viljum raða (ekki síðasta stakið)
- ▶ Ef við erum með  $n$  staka fylki  $a$  þá röðum við því með `sort(a, a + n)`.
- ▶ Við getum raðað flest öllum ílátum með `sort`.
- ▶ Ef við erum með eitthvað ílát (til dæmis `vector`)  $a$  má raða með `sort(a.begin(), a.end())`.
- ▶ Við getum líka bætt við okkar eigin samanburðarfalli sem þriðja inntak.
- ▶ Það kemur þá í stað “minna eða samasem” samanburðarins sem er sjálfgefinn.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.



# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.
- ▶ Hinsvegar skilar `sorted(a)` afriti af `a` sem hefur verið raðað.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.
- ▶ Hinsvegar skilar `sorted(a)` afriti af `a` sem hefur verið raðað.
- ▶ Til að raða `a` á þennan hátt þarf `a = sorted(a)`.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.
- ▶ Hinsvegar skilar `sorted(a)` afriti af `a` sem hefur verið raðað.
- ▶ Til að raða `a` á þennan hátt þarf `a = sorted(a)`.
- ▶ Nota má inntakið `key` til að raða eftir öðrum samanburðum.

# Röðun í Python

- ▶ Til að raða lista í Python þá má nota annað hvort `this.sort()` eða `sorted(...)`.
- ▶ Gerum ráð fyrir að listinn okkar heiti `a`.
- ▶ Þá nægir að kalla á `a.sort()` og eftir það er `a` raðað.
- ▶ Hinsvegar skilar `sorted(a)` afriti af `a` sem hefur verið raðað.
- ▶ Til að raða `a` á þennan hátt þarf `a = sorted(a)`.
- ▶ Nota má inntakið `key` til að raða eftir öðrum samanburðum.
- ▶ Það er einnig inntak sem heitir `reverse` sem er Boole gildi sem leyfir auðveldlega að raða öfugt.

## Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.



# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
  - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
  - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.
  - ▶ `size_t s`. Þetta er stærð hvers staks í fylkinu okkar (í bætum).

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
  - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.
  - ▶ `size_t s`. Þetta er stærð hvers staks í fylkinu okkar (í bætum).
  - ▶ `int (*cmp)(const void *, const void*)`. Þetta er samanburðarfallið okkar.

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
  - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.
  - ▶ `size_t s`. Þetta er stærð hvers staks í fylkinu okkar (í bætum).
  - ▶ `int (*cmp)(const void *, const void*)`. Þetta er samanburðarfallið okkar.
- ▶ Síðasta inntakið er kannski flókið við fyrstu sýn en er einfalt fyrir okkur að nota.

# Röðun í C

- ▶ Í C er enginn sjálfgefinn samanburður, svo við þurfum alltaf að skrifa okkar eigið samanburðarfall.
- ▶ Til röðunar notum við fallið `qsort(...)`.
- ▶ Fallið tekur fjögur viðföng:
  - ▶ `void* a`. Þetta er fylkið sem við viljum raða.
  - ▶ `size_t n`. Þetta er fjöldi staka í fylkinu sem `a` svarar til.
  - ▶ `size_t s`. Þetta er stærð hvers staks í fylkinu okkar (í bætum).
  - ▶ `int (*cmp)(const void *, const void*)`. Þetta er samanburðarfallið okkar.
- ▶ Síðasta inntakið er kannski flókið við fyrstu sýn en er einfalt fyrir okkur að nota.
- ▶ Þetta er *fallabendir* (e. *function pointer*) ef þið viljið kynna ykkur það frekar.

# Röðun í C

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 int cmp(const void* p1, const void* p2)
5 {
6     int x = *(int*)p1, y = *(int*)p2;
7     return (x <= y) - (y <= x);
8 }
9
10 int rcmp(const void* p1, const void* p2)
11 {
12     int x = *(int*)p1, y = *(int*)p2;
13     return (x >= y) - (y >= x);
14 }
15
16 // raðar tölum í vaxandi og minnkandi röð
17 // 5
18 // 2 4 3 1 5
19 int main()
20 {
21     int n, i;
22     scanf("%d", &n);
23     int a[n];
24     for (i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);
25     qsort(a, n, sizeof(a[0]), cmp);
26     for (i = 0; i < n; i++) printf("%d ", a[i]); printf("\n");
27     qsort(a, n, sizeof(a[0]), rcmp);
28     for (i = 0; i < n; i++) printf("%d ", a[i]); printf("\n");
29     return 0;
30 }
```



# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.
  - ▶ Dæmið.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.
  - ▶ Dæmið.
  - ▶ Inntaks -og úttakslýsingar.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.
  - ▶ Dæmið.
  - ▶ Inntaks -og úttakslýsingar.
  - ▶ Sýnidæmi.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.
  - ▶ Dæmið.
  - ▶ Inntaks -og úttakslýsingar.
  - ▶ Sýnidæmi.
- ▶ Fyrstu tveir punktarnir geta verið blandaðir saman.

# Uppsetning dæma

- ▶ Dæmin sem við sjáum á Kattis eru (oftast) af stöðluðu sniði.
  - ▶ Saga.
  - ▶ Dæmið.
  - ▶ Inntaks -og úttakslýsingar.
  - ▶ Sýnidæmi.
- ▶ Fyrstu tveir punktarnir geta verið blandaðir saman.
- ▶ Þeir eru líka lengsti hluti dæmisins.

# A Different Problem

Write a program that computes the difference between non-negative integers.

## Input

Each line of the input consists of a pair of integers. Each integer is between 0 and  $10^{15}$  (inclusive). The input is terminated by end of file.

## Output

For each pair of integers in the input, output one line, containing the absolute value of their difference.

### Sample Input 1

```
10 12
71293781758123 72784
1 12345677654321
```



### Sample Output 1

```
2
71293781685339
12345677654320
```





# Röng lausn. Hver er villan?

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main()
5 {
6     int a, b;
7     while (cin >> a >> b)
8     {
9         cout << abs(a - b) << endl;
10    }
11 }
```

# Rétt lausn

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main()
5 {
6     long long a, b;
7     while (cin >> a >> b)
8     {
9         cout << abs(a - b) << endl;
10    }
11 }
```

long long

- ▶ Við getum notað typedef til að spara okkur skriftir.

long long

- ▶ Við getum notað typedef til að spara okkur skriftir.
- ▶ Við bætum við typedef <gamla> <nýja>; ofarlega í skrána.

long long

- ▶ Við getum notað typedef til að spara okkur skriftir.
- ▶ Við bætum við typedef <gamlá> <nýja>; ofarlega í skrána.
- ▶ Venjan í keppnisforritun er að nota typedef long long ll;.

long long

- ▶ Við getum notað typedef til að spara okkur skriftir.
- ▶ Við bætum við typedef <gamla> <nýja>; ofarlega í skrána.
- ▶ Venjan í keppnisforritun er að nota typedef long long ll;.
- ▶ Við munum nota typedef aftur í námskeiðinu.

# Rétt lausn með typedef

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef long long ll;
4
5 int main()
6 {
7     ll a, b;
8     while (cin >> a >> b)
9     {
10         cout << abs(a - b) << endl;
11     }
12 }
```

# Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?



## Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.

## Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.

# Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.
- ▶ Einnig gæti leynst önnur villa í útfærslunni okkar sem gefur okkur Time Limit Exceeded (TLE).

# Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.
- ▶ Einnig gæti leynst önnur villa í útfærslunni okkar sem gefur okkur Time Limit Exceeded (TLE).
- ▶ Til að ákvarða hvort lausn sé nógu hröð þá notum við *tímaflækjur*.

# Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.
- ▶ Einnig gæti leynst önnur villa í útfærslunni okkar sem gefur okkur Time Limit Exceeded (TLE).
- ▶ Til að ákvarða hvort lausn sé nógu hröð þá notum við *tímaflækjur*.
- ▶ Sum ykkar þekkja tímaflækjur en önnur kannski ekki.

# Time Limit Exceede

- ▶ Hvernig vitum að lausnin okkar sé of hæg?
- ▶ Ein leið er að útfæra lausnina, senda hana inn og gá hvað Kattis segir.
- ▶ Það myndi þó spara mikla vinnu ef við gætum svarað spurningunni án þess að útfæra.
- ▶ Einnig gæti leynst önnur villa í útfærslunni okkar sem gefur okkur Time Limit Exceeded (TLE).
- ▶ Til að ákvarða hvort lausn sé nógu hröð þá notum við *tímaflækjur*.
- ▶ Sum ykkar þekkja tímaflækjur en önnur kannski ekki.
- ▶ Skoðum fyrst hvað tímaflækjur eru í grófum dráttum.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).



# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju  $\mathcal{O}(f(n))$  þýðir það að keyrslutíminn vex eins og  $f$  þegar  $n$  vex.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju  $\mathcal{O}(f(n))$  þýðir það að keyrslutíminn vex eins og  $f$  þegar  $n$  vex.
- ▶ Til dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n)$  þá tvöfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju  $\mathcal{O}(f(n))$  þýðir það að keyrslutíminn vex eins og  $f$  þegar  $n$  vex.
- ▶ Til dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n)$  þá tvöfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Til annars dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n^2)$  þá faldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju  $\mathcal{O}(f(n))$  þýðir það að keyrslutíminn vex eins og  $f$  þegar  $n$  vex.
- ▶ Til dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n)$  þá tvöfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Til annars dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n^2)$  þá fjórfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.

# Tímaflækjur í grófum dráttum

- ▶ Keyrslutími forrits er háður stærðinni á inntakinu.
- ▶ Tímaflækjan lýsir hvernig keyrslutími forritsins eykst þegar inntakið stækkar (í versta falli).
- ▶ Ef forritið er með tímaflækju  $\mathcal{O}(f(n))$  þýðir það að keyrslutíminn vex eins og  $f$  þegar  $n$  vex.
- ▶ Til dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n)$  þá tvöfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Til annars dæmis ef forritið hefur tímaflækju  $\mathcal{O}(n^2)$  þá fjórfaldast keyrslutími þegar inntakið tvöfaldast.
- ▶ Við ráð fyrir að grunnaðgerðirnar okkar taki fastann tíma, eða séu með tímaflækju  $\mathcal{O}(1)$ .

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .



- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd  $n$ , þá er forritið  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}( )$ .

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd  $n$ , þá er forritið  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(n)$

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd  $n$ , þá er forritið  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(n)$
- ▶ Einnig gildir að tímaflækja forritsins okkar takmarkast af hægasta hluta forritsins.

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd  $n$ , þá er forritið  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(n)$ .
- ▶ Einnig gildir að tímaflækja forritsins okkar takmarkast af hægasta hluta forritsins.
- ▶ Til dæmis er  $\mathcal{O}(n + n + n + n + n^2) = \mathcal{O}(n^2)$ .

- ▶ Ef forritið okkar þarf að framkvæma  $\mathcal{O}(f(n))$  aðgerð  $m$  sinnum þá er tímaflækjan  $\mathcal{O}(m \cdot f(n))$ .
- ▶ Þetta er reglan sem við notum oftast í keppnisforritun.
- ▶ Hún segir okkur til dæmis að tvöföld for-lykkja, þar sem hver for-lykkja er  $n$  löng, er  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- ▶ Ef við erum með tvær einfaldar for-lykkjur, báðar af lengd  $n$ , þá er forritið  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(n)$ .
- ▶ Einnig gildir að tímaflækja forritsins okkar takmarkast af hægasta hluta forritsins.
- ▶ Til dæmis er  $\mathcal{O}(n + n + n + n + n^2) = \mathcal{O}(n^2)$ .

- ▶ Við segjum að fall  $g(x)$  sé í menginu  $\mathcal{O}(f(x))$  ef til eru rauntölur  $c$  og  $x_0$  þannig að

$$|g(x)| \leq c \cdot f(x)$$

fyrir öll  $x > x_0$ .

# Stærðfræði

- ▶ Við segjum að fall  $g(x)$  sé í menginu  $\mathcal{O}(f(x))$  ef til eru rauntölur  $c$  og  $x_0$  þannig að

$$|g(x)| \leq c \cdot f(x)$$

fyrir öll  $x > x_0$ .

- ▶ Þetta þýðir í raun að fallið  $|g(x)|$  verður á endanum minna en  $c \cdot f(x)$ .



- ▶ Við segjum að fall  $g(x)$  sé í menginu  $\mathcal{O}(f(x))$  ef til eru rauntölur  $c$  og  $x_0$  þannig að

$$|g(x)| \leq c \cdot f(x)$$

fyrir öll  $x > x_0$ .

- ▶ Þetta þýðir í raun að fallið  $|g(x)|$  verður á endanum minna en  $c \cdot f(x)$ .
- ▶ Þessi lýsing undirstrikar betur að  $f(x)$  er efra mat á  $g(x)$ , það er að segja  $g(x)$  hagar sér ekki verr en  $f(x)$ .

# Þekktar tímaflækjur

- ▶ Tímaflækjur algrengra aðgerða eru:

# Þekktar tímaflækjur

- Tímaflækjur algengra aðgerða eru:

Aðgerð	Lýsing	Tímaflækja
Línulega leit	Almenn leit í fylki	$\mathcal{O}(n)$
Helsingunarleit	Leit í röðuðu fylki	$\mathcal{O}(\log n)$
Röðun á heiltölum	Röðun á heiltalna fylki	$\mathcal{O}(n \log n)$
Strengjasamanburður	Bera saman tvo strengi af lengd $n$	$\mathcal{O}(n)$
Almenn röðun	Röðun með $\mathcal{O}(T(m))$ samanburð	$\mathcal{O}(T(m) \cdot n \log n)$

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími” ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:
  - ▶ Tökum verstu tilfellin sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með  $10^8$ .

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:
  - ▶ Tökum verstu tilfellin sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með  $10^8$ .
  - ▶ Ef útkoman er minni en fjöldi sekúnda í tímamörkum dæmisins þá er lausnin okkar nógu hröð, annars er hún of hæg.



# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:
  - ▶ Tökum verstu tilfellið sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með  $10^8$ .
  - ▶ Ef útkoman er minni en fjöldi sekúnda í tímamörkum dæmisins þá er lausnin okkar nógu hröð, annars er hún of hæg.
- ▶ Þessa reglu mætti um orða sem: “Við gerum ráð fyrir að forritið geti framkvæmt  $10^8$  aðgerðir á sekúndu”.

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:
  - ▶ Tökum verstu tilfellið sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með  $10^8$ .
  - ▶ Ef útkoman er minni en fjöldi sekúnda í tímamörkum dæmisins þá er lausnin okkar nógu hröð, annars er hún of hæg.
- ▶ Þessa reglu mætti um orða sem: “Við gerum ráð fyrir að forritið geti framkvæmt  $10^8$  aðgerðir á sekúndu”.
- ▶ Þessi regla er gróf nálgun, en virkar mjög vel því þetta er það sem dæmahöfundar hafa í huga þegar þeir semja dæmi.

# $10^8$ reglan

- ▶ Þegar við ræðum tímaflækjur er „tími“ ekki endilega rétt orðið.
- ▶ Við erum frekar að lýsa fjölda aðgerða sem forritið framkvæmir.
- ▶ Í keppnisforritun notum við  $10^8$  *regluna*:
  - ▶ Tökum verstu tilfellið sem koma fyrir í inntakslýsingunni á dæminu, stingum því inn í tímaflækjuna okkar og deilum með  $10^8$ .
  - ▶ Ef útkoman er minni en fjöldi sekúnda í tímamörkum dæmisins þá er lausnin okkar nógu hröð, annars er hún of hæg.
- ▶ Þessa reglu mætti um orða sem: “Við gerum ráð fyrir að forritið geti framkvæmt  $10^8$  aðgerðir á sekúndu”.
- ▶ Þessi regla er gróf nálgun, en virkar mjög vel því þetta er það sem dæmahöfundar hafa í huga þegar þeir semja dæmi.
- ▶ Með þetta í huga fáum við eftirfarandi töflu.

Stærð $n$	Versta tímaflækja	Dæmi
$\leq 10$	$\mathcal{O}((n+1)!)$	TSP með tæmandi leit
$\leq 15$	$\mathcal{O}(n^2 2^n)$	TSP með kvikri bestun
$\leq 20$	$\mathcal{O}(n 2^n)$	Kvik bestun yfir hlutmengi
$\leq 100$	$\mathcal{O}(n^4)$	Almenn spyrðing
$\leq 400$	$\mathcal{O}(n^3)$	Floyd-Warshall
$\leq 10^4$	$\mathcal{O}(n^2)$	Lengsti sameiginlegi hlutstrengur
$\leq 10^5$	$\mathcal{O}(n\sqrt{n})$	Reiknirit sem byggja á rótarþáttun
$\leq 10^6$	$\mathcal{O}(n \log n)$	Röðun (og margt fleira)
$\leq 10^8$	$\mathcal{O}(n)$	Næsta tala sem er stærri (NGE)
$\leq 2^{10^8}$	$\mathcal{O}(\log n)$	Helmingunarleit
$> 2^{10^8}$	$\mathcal{O}(1)$	Ad hoc

## TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.

## TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.

# TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.
- ▶ Þegar við lesum af staðalinntaki eða skrifum á staðalúttak þarf forritið að tala við stýrikerfið.

# TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.
- ▶ Þegar við lesum af staðalinntaki eða skrifum á staðalúttak þarf forritið að tala við stýrikerfið.
- ▶ Slíkar að gerðir eru mjög hægar.



## TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.
- ▶ Þegar við lesum af staðalinntaki eða skrifum á staðalúttak þarf forritið að tala við stýrikerfið.
- ▶ Slíkar að gerðir eru mjög hægar.
- ▶ Til að leysa þetta skrifa föll oft í *biðminni* (e. *buffer*) og prenta bara þegar það fyllist.

# TLE trikk

- ▶ Stundum fær maður TLE þótt maður sé viss um að lausnin sé nógu hröð.
- ▶ Ef forritið þarf að lesa eða skrifa mikið gæti það verið að hægja nóg á forritun til að gefa TLE.
- ▶ Þegar við lesum af staðalinntaki eða skrifum á staðalúttak þarf forritið að tala við stýrikerfið.
- ▶ Slíkar að gerðir eru mjög hægar.
- ▶ Til að leysa þetta skrifa föll oft í *biðminni* (e. *buffer*) og prenta bara þegar það fyllist.
- ▶ Svona er þetta gert í C.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.
- ▶ Til dæmis `cout << x << '\n'`.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.
- ▶ Til dæmis `cout << x << '\n'`.
- ▶ Það borgar sig einnig að setja `ios::sync_with_stdio(false)` fremst í `main()`.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.
- ▶ Til dæmis `cout << x << '\n'`.
- ▶ Það borgar sig einnig að setja `ios::sync_with_stdio(false)` fremst í `main()`.
- ▶ Ef þið eruð í Java mæli ég með Kattio.

## TLE trikk

- ▶ Í C++ er biðminnið tæmt þegar `std::endl` er prentað.
- ▶ Til að koma í veg fyrir þetta er hægt að prenta `\n` í staðinn.
- ▶ Til dæmis `cout << x << '\n'`.
- ▶ Það borgar sig einnig að setja `ios::sync_with_stdio(false)` fremst í `main()`.
- ▶ Ef þið eruð í Java mæli ég með Kattio.
- ▶ Það má finna á GitHub.



# Innbyggðar gagnagrindur í C++

- ▶ Grunnur C++ býr yfir mörgum sterkum gagnagrindum.

# Innbyggðar gagnagrindur í C++

- ▶ Grunnur C++ býr yfir mörgum sterkum gagnagrindum.
- ▶ Skoðum helstu slíku gagnagrindur og tímaflækjur mikilvægust aðgerða þeirra.

# Innbyggðar gagnagrindur í C++

- ▶ Grunnur C++ býr yfir mörgum sterkum gagnagrindum.
- ▶ Skoðum helstu slíku gagnagrindur og tímaflækjur mikilvægust aðgerða þeirra.
- ▶ Við munum bara fjalla um gagnagrindurnar í grófum dráttum.

# Innbyggðar gagnagrindur í C++

- ▶ Grunnur C++ býr yfir mörgum sterkum gagnagrindum.
- ▶ Skoðum helstu slíku gagnagrindur og tímaflækjur mikilvægust aðgerða þeirra.
- ▶ Við munum bara fjalla um gagnagrindurnar í grófum dráttum.
- ▶ Það er hægt að finna ítarlegra efni og dæmi um notkun á netinu.

# Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.

# Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.
- ▶ Fylki geyma gögn og eru af fastri stærð.

# Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.
- ▶ Fylki geyma gögn og eru af fastri stærð.
- ▶ Þar sem þau eru af fastri stærð má gefa þeim tileinkað, aðliggjandi svæði í minni.

# Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.
- ▶ Fylki geyma gögn og eru af fastri stærð.
- ▶ Þar sem þau eru af fastri stærð má gefa þeim tileinkað, aðliggjandi svæði í minni.
- ▶ Þetta leyfir manni að vísa í fylkið í  $\mathcal{O}(1)$ .



# Fylki

- ▶ Lýkt og í mörgum öðrum forritunarmálum eru fylki í C++.
- ▶ Fylki geyma gögn og eru af fastri stærð.
- ▶ Þar sem þau eru af fastri stærð má gefa þeim tileinkað, aðliggjandi svæði í minni.
- ▶ Þetta leyfir manni að vísa í fylkið í  $\mathcal{O}(1)$ .

Aðgerð	Tímaflækja
Lesi eða skrifa ótiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(n)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(n)$

# vector

- ▶ Gagnagrindin vector er að mestu leiti eins og fylki.

# vector

- ▶ Gagnagrindin vector er að mestu leiti eins og fylki.
- ▶ Það má þó bæta stökum aftan á vector í  $\mathcal{O}(1)$ .

# vector

- ▶ Gagnagrindin `vector` er að mestu leiti eins og fylki.
- ▶ Það má þó bæta stökum aftan á `vector` í  $\mathcal{O}(1)$ .
- ▶ Margir nota bara `vector` og aldrei fylki sem slík.

## vector

- ▶ Gagnagrindin vector er að mestu leiti eins og fylki.
- ▶ Það má þó bæta stökum aftan á vector í  $\mathcal{O}(1)$ .
- ▶ Margir nota bara vector og aldrei fylki sem slík.

Aðgerð	Tímaflækja
Lesi eða skrifa ótiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(1)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(n)$

# list

- ▶ Gagnagrindin `list` geymir gögn líkt og fylki gera, en stökin eru ekki aðliggjandi í minni.

# list

- ▶ Gagnagrindin `list` geymir gögn líkt og fylki gera, en stökin eru ekki aðliggjandi í minni.
- ▶ Því er uppfletting ekki hröð.

# list

- ▶ Gagnagrindin `list` geymir gögn líkt og fylki gera, en stökin eru ekki aðliggjandi í minni.
- ▶ Því er uppfletting ekki hröð.
- ▶ Aftur á móti er hægt að gera smávægilegar breytingar á `list` sem er ekki hægt að gera á fylkjum.



## list

- ▶ Gagnagrindin `list` geymir gögn líkt og fylki gera, en stökin eru ekki aðliggjandi í minni.
- ▶ Því er uppfletting ekki hröð.
- ▶ Aftur á móti er hægt að gera smávægilegar breytingar á `list` sem er ekki hægt að gera á fylkjum.

Aðgerð	Tímaflækja
Finna stak	$\mathcal{O}(n)$
Bæta staki aftast	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fremst	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fyrir aftan tiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Bæta staki fyrir framan tiltekið stak	$\mathcal{O}(1)$
Skeyta saman tveimur	$\mathcal{O}(1)$

# stack

- ▶ Gagnagrindin `stack` geymir gögn og leyfir aðgang að síðasta staki sem var bætt við.

# stack

- Gagnagrindin stack geymir gögn og leyfir aðgang að síðasta staki sem var bætt við.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$O(1)$
Lesa nýjasta stakið	$O(1)$
Fjarlægja nýjasta stakið	$O(1)$

# queue

- ▶ Gagnagrindin queue geymir gögn og leyfir aðgang að fyrsta stakinu sem var bætt við.

## queue

- Gagnagrindin queue geymir gögn og leyfir aðgang að fyrsta stakinu sem var bætt við.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$\mathcal{O}(1)$
Lesi elsta stakið	$\mathcal{O}(1)$
Fjarlægja elsta stakið	$\mathcal{O}(1)$

# set

- ▶ Gagnagrindin `set` geymir gögn án endurtekninga og leyfir hraða uppflettingu.

## set

- Gagnagrindin set geymir gögn án endurtekninga og leyfir hraða uppflettingu.

Aðgerð	Tímaflækja
Bæta við staki	$\mathcal{O}(\log n)$
Fjarlægja stak	$\mathcal{O}(\log n)$
Gá hvort staki hafi verið bætt við	$\mathcal{O}(\log n)$

