

Reiknirit Tarjans

Bergur Snorrason

23. febrúar 2021

- ▶ Skilgreinum $\text{vensl} \sim$ á milli hnúta í óstefndu neti með því að $u \sim v$ ef og aðeins ef til er vegur milli u og v .

- ▶ Skilgreinum $\text{vensl} \sim$ á milli hnúta í óstefndu neti með því að $u \sim v$ ef og aðeins ef til er vegur milli u og v .
- ▶ Auðvelt er að sýna að þetta eru jafngildisvensl (sjálfhverf, samhverf og gegnvirk).

- ▶ Skilgreinum $\text{vensl} \sim$ á milli hnúta í óstefndu neti með því að $u \sim v$ ef og aðeins ef til er vegur milli u og v .
- ▶ Auðvelt er að sýna að þetta eru jafngildisvensl (sjálfhverf, samhverf og gegnvirk).
- ▶ Við megum því skilgreina *samhengispátt* í netinu sem jafngildisflokka þessara vensla.

- ▶ Skilgreinum $\text{vensl} \sim$ á milli hnúta í óstefndu neti með því að $u \sim v$ ef og aðeins ef til er vegur milli u og v .
- ▶ Auðvelt er að sýna að þetta eru jafngildisvensl (sjálfhverf, samhverf og gegnvirk).
- ▶ Við megum því skilgreina *samhengispátt* í netinu sem jafngildisflokka þessara vensla.
- ▶ Samhengispáttur í neti er því óstækkanlegt mengi þannig að komast má hverjum hnút í menginu til hvers annars með vegi.

- ▶ Skilgreinum vensl \sim á milli hnúta í óstefndu neti með því að $u \sim v$ ef og aðeins ef til er vegur milli u og v .
- ▶ Auðvelt er að sýna að þetta eru jafngildisvensl (sjálfhverf, samhverf og gegnvirk).
- ▶ Við megum því skilgreina *samhengispátt* í netinu sem jafngildisflokka þessara vensla.
- ▶ Samhengispáttur í neti er því óstækkanlegt mengi þannig að komast má hverjum hnút í menginu til hvers annars með vegi.
- ▶ Segja má að net sé samanhangandi þá og því aðeins að það innihaldi einn samhengispátt.

- ▶ Við getum beitt dýptarleit eða breiddarleit til að finna alla hnúta sem eru í sama samhengispætti og tiltekinn hnútur.

- ▶ Við getum beitt dýptarleit eða breiddarleit til að finna alla hnúta sem eru í sama samhengispætti og tiltekinn hnútur.
- ▶ Ef við pössum að hefja bara leit einu sinni fyrir hvern samhengispátt þá getum við fundið alla samhengispætti í $\mathcal{O}(\quad)$ tíma.

- ▶ Við getum beitt dýptarleit eða breiddarleit til að finna alla hnúta sem eru í sama samhengispætti og tiltekinn hnútur.
- ▶ Ef við pössum að hefja bara leit einu sinni fyrir hvern samhengispátt þá getum við fundið alla samhengispætti í $\mathcal{O}(E + V)$ tíma.

- ▶ Við getum beitt dýptarleit eða breiddarleit til að finna alla hnúta sem eru í sama samhengisþætti og tiltekinn hnútur.
- ▶ Ef við pössum að hefja bara leit einu sinni fyrir hvern samhengisþátt þá getum við fundið alla samhengisþætti í $\mathcal{O}(E + V)$ tíma.

```
7 vi v;  
8 void dfs(vvi& g, int x, int c)  
9 {  
10     int i;  
11     v[x] = c;  
12     rep(i, g[x].size()) if (v[g[x][i]] == -1) dfs(g, g[x][i], c);  
13 }
```

- ▶ Við getum beitt dýptarleit eða breiddarleit til að finna alla hnúta sem eru í sama samhengisþætti og tiltekinn hnútur.
- ▶ Ef við pössum að hefja bara leit einu sinni fyrir hvern samhengisþátt þá getum við fundið alla samhengisþætti í $\mathcal{O}(E + V)$ tíma.

```
7 vi v;  
8 void dfs(vvi& g, int x, int c)  
9 {  
10     int i;  
11     v[x] = c;  
12     rep(i, g[x].size()) if (v[g[x][i]] == -1) dfs(g, g[x][i], c);  
13 }  
  
29 v = vi(n, -1);  
30 rep(i, n) if (v[i] == -1) dfs(g, i, c++);
```

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define rep(E, F) for (E = 0; E < (F); E++)
3 using namespace std;
4 typedef vector<int> vi;
5 typedef vector<vi> vvi;
6
7 vi v;
8 void dfs(vvi& g, int x, int c)
9 {
10     int i;
11     v[x] = c;
12     rep(i, g[x].size()) if (v[g[x][i]] == -1) dfs(g, g[x][i], c);
13 }
14
15 // Fyrsta lína inntaksins eru tvær heiltölur, fjöldi hnúta og fjöldi leggja.
16 // Síðan koma m línur sem svara til leggjalistans.
17 int main()
18 {
19     int i, j, n, m, c = 0, x, y;
20     cin >> n >> m;
21     vvi g(n);
22     rep(i, m)
23     {
24         cin >> x >> y;
25         x--, y--;
26         g[x].push_back(y);
27         g[y].push_back(x);
28     }
29     v = vi(n, -1);
30     rep(i, n) if (v[i] == -1) dfs(g, i, c++);
31     printf("Fjöldi samhengisthatta er %d.\n", c);
32     rep(i, n) printf("Hnutur %d er i samhengistaetti %d.\n", i + 1, v[i] + 1);
33     return 0;
34 }

```

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.
- ▶ Við segjum að hnútur u sé *liðhnútur* (e. *articulation point*) ef G hefur færri samhengisþætti en G_u .

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.
- ▶ Við segjum að hnútur u sé *liðhnútur* (e. *articulation point*) ef G hefur færri samhengisþætti en G_u .
- ▶ Til að fjarlægja legg úr neti nægir að fjarlægja legginn.

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.
- ▶ Við segjum að hnútur u sé *liðhnútur* (e. *articulation point*) ef G hefur færri samhengisþætti en G_u .
- ▶ Til að fjarlægja legg úr neti nægir að fjarlægja legginn.
- ▶ Táknum þá netið G án leggsins e með G_e .

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.
- ▶ Við segjum að hnútur u sé *liðhnútur* (e. *articulation point*) ef G hefur færri samhengisþætti en G_u .
- ▶ Til að fjarlægja legg úr neti nægir að fjarlægja legginn.
- ▶ Táknnum þá netið G án leggsins e með G_e .
- ▶ Leggur e eru sagður vera *brú* (e. *bridge*) ef G hefur færri samhengisþætti en G_e .

- ▶ Ef við tölum um að fjarlægja hnút úr neti þá er átt við að hnúturinn ásamt öllum leggjum til og frá honum eru fjarlægðir.
- ▶ Gerum ráð fyrir að við höfum net G og látum G_u tákna netið þar sem hnútur u hefur verið fjarlægður.
- ▶ Við segjum að hnútur u sé *liðhnútur* (e. *articulation point*) ef G hefur færri samhengispætti en G_u .
- ▶ Til að fjarlægja legg úr neti nægir að fjarlægja legginn.
- ▶ Táknum þá netið G án leggsins e með G_e .
- ▶ Leggur e eru sagður vera *brú* (e. *bridge*) ef G hefur færri samhengispætti en G_e .
- ▶ Með öðrum orðum er hnútur u liðhnútur (leggur e brú) ef til eru hnútar v_1 og v_2 í sama samhengispætti þannig að allir vegir frá v_1 til v_2 fari í gegnum hnútinn u (legginn e).

- ▶ Ein leið til að finna alla liðhnúta er að telja fyrst samhengispætti netsins, fjarlægja hnút, telja samhengispætti og endurtaka fyrir alla hnúta.

- ▶ Ein leið til að finna alla liðhnúta er að telja fyrst samhengispætti netsins, fjarlægja hnút, telja samhengispætti og endurtaka fyrir alla hnúta.
- ▶ Þar sem við þurfum að finna alla samhengispætti $V + 1$ neta er þessi aðferð með tímaflækju $\mathcal{O}(\quad)$.

- ▶ Ein leið til að finna alla liðhnúta er að telja fyrst samhengispætti netsins, fjarlægja hnút, telja samhengispætti og endurtaka fyrir alla hnúta.
- ▶ Þar sem við þurfum að finna alla samhengispætti $V + 1$ neta er þessi aðferð með tímaflækju $\mathcal{O}(V^2 + VE)$.

- ▶ Ein leið til að finna alla liðhnúta er að telja fyrst samhengispætti netsins, fjarlægja hnút, telja samhengispætti og endurtaka fyrir alla hnúta.
- ▶ Þar sem við þurfum að finna alla samhengispætti $V + 1$ neta er þessi aðferð með tímaflækju $\mathcal{O}(V^2 + VE)$.
- ▶ Samskonar aðferð til að finna brýr væri með tímaflækju $\mathcal{O}(\quad)$.

- ▶ Ein leið til að finna alla liðhnúta er að telja fyrst samhengispætti netsins, fjarlægja hnút, telja samhengispætti og endurtaka fyrir alla hnúta.
- ▶ Þar sem við þurfum að finna alla samhengispætti $V + 1$ neta er þessi aðferð með tímaflækju $\mathcal{O}(V^2 + VE)$.
- ▶ Samskonar aðferð til að finna brýr væri með tímaflækju $\mathcal{O}(E^2 + VE)$.
- ▶ Þetta er þó ekki æskilegt, því getum við fundið bæði alla liðhnúta og allar brýr með einni dýptarleit.

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.
- ▶ Ef svo er ekki getum við beitt þessari aðferð á hvern samhengispátt.

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.
- ▶ Ef svo er ekki getum við beitt þessari aðferð á hvern samhengispátt.
- ▶ Veljum einhvern hnút og framkvæmum dýptarleit frá honum.

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.
- ▶ Ef svo er ekki getum við beitt þessari aðferð á hvern samhengispátt.
- ▶ Veljum einhvern hnút og framkvæmum dýptarleit frá honum.
- ▶ Skilgreinum svo tvær breytur fyrir hvern hnút u út frá þessari dýptarleit, u_{low} og u_{num} .

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.
- ▶ Ef svo er ekki getum við beitt þessari aðferð á hvern samhengisþátt.
- ▶ Veljum einhvern hnút og framkvæmum dýptarleit frá honum.
- ▶ Skilgreinum svo tvær breytur fyrir hvern hnút u út frá þessari dýptarleit, u_{low} og u_{num} .
- ▶ Talan u_{num} segir hversu mörg skref í leitinni við tókum til að finna hnútinn u .

- ▶ Gerum ráð fyrir að netið okkar sé samanhangandi.
- ▶ Ef svo er ekki getum við beitt þessari aðferð á hvern samhengisþátt.
- ▶ Veljum einhvern hnút og framkvæmum dýptarleit frá honum.
- ▶ Skilgreinum svo tvær breytur fyrir hvern hnút u út frá þessari dýptarleit, u_{low} og u_{num} .
- ▶ Talan u_{num} segir hversu mörg skref í leitinni við tókum til að finna hnútinn u .
- ▶ Talan u_{low} er minnsta gildið v_{num} þar sem v er hnútur sem við við getum ferðast til án þess að nota leggi sem hafa verið notaðir í leitinni.

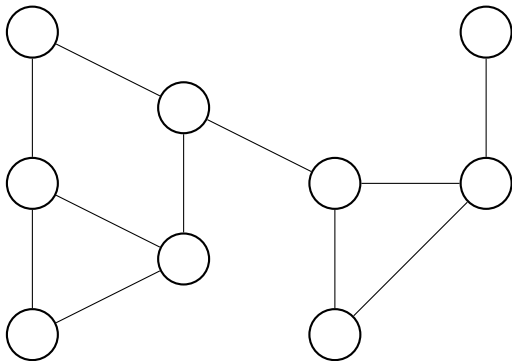
- Gerum ráð fyrir að leitin okkar fari úr hnút u í hnút v með legg e .

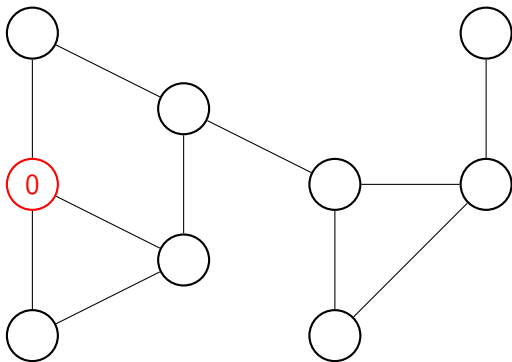
- ▶ Gerum ráð fyrir að leitin okkar fari úr hnút u í hnút v með legg e .
- ▶ Ef $v_{low} > u_{num}$ þá er e brú.

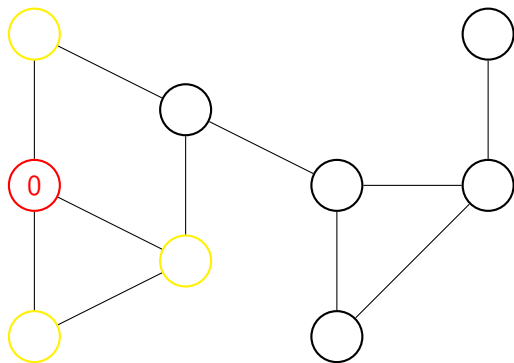
- ▶ Gerum ráð fyrir að leitin okkar fari úr hnút u í hnút v með legg e .
- ▶ Ef $v_{low} > u_{num}$ þá er e brú.
- ▶ Þetta þýðir að eina leiðin frá v til u er í gegnum legginn e .

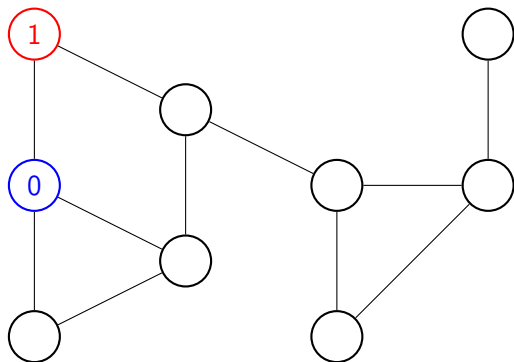
- ▶ Gerum ráð fyrir að leitin okkar fari úr hnút u í hnút v með legg e .
- ▶ Ef $v_{low} > u_{num}$ þá er e brú.
- ▶ Þetta þýðir að eina leiðin frá v til u er í gegnum legginn e .
- ▶ Ef $v_{low} \geq u_{num}$ þá er u liðhnútur.

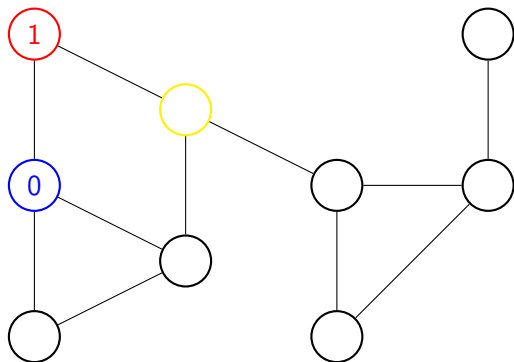
- ▶ Gerum ráð fyrir að leitin okkar fari úr hnút u í hnút v með legg e .
- ▶ Ef $v_{low} > u_{num}$ þá er e brú.
- ▶ Þetta þýðir að eina leiðin frá v til u er í gegnum legginn e .
- ▶ Ef $v_{low} \geq u_{num}$ þá er u liðhnútur.
- ▶ Þetta þýðir að eina leiðin frá v í fyrri hnúta leitarinnar er í gegnum hnútinn u .

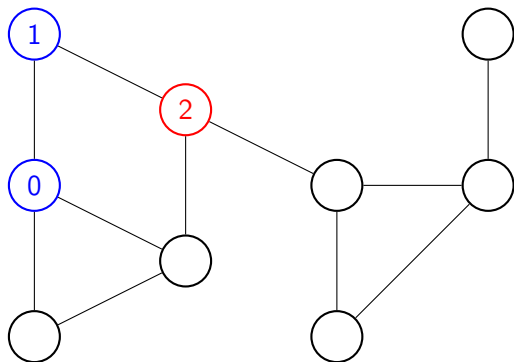


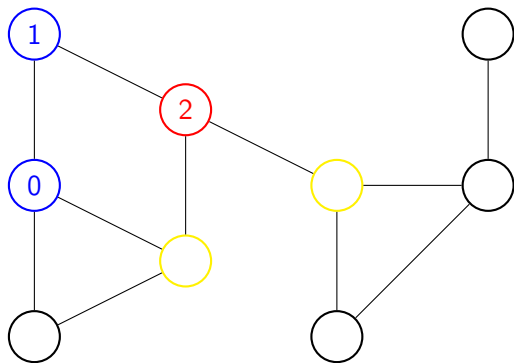


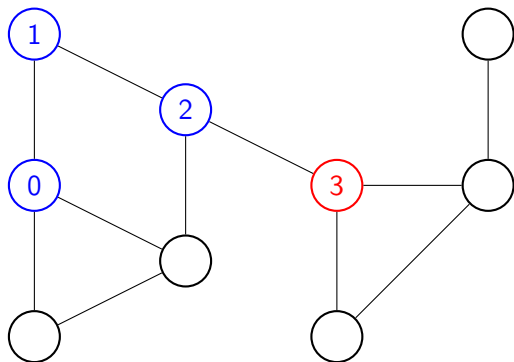


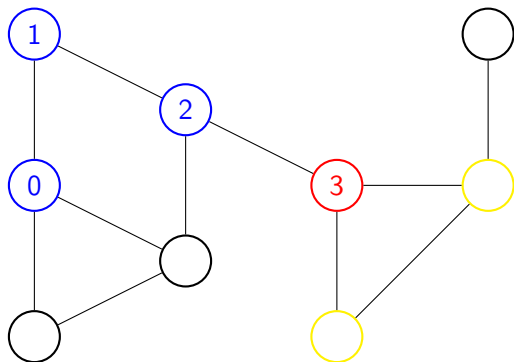


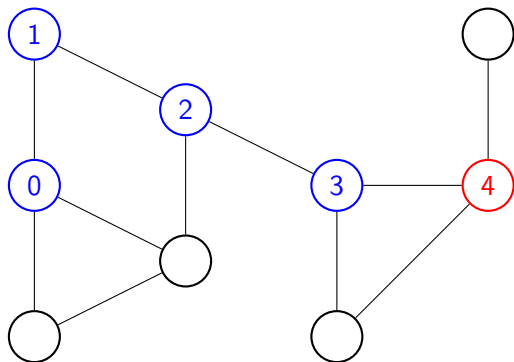


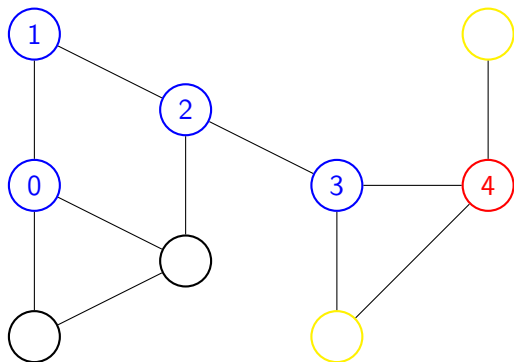


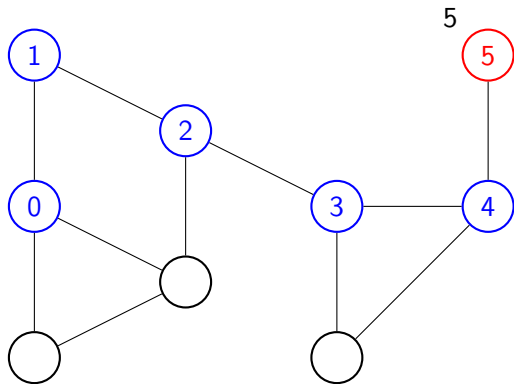


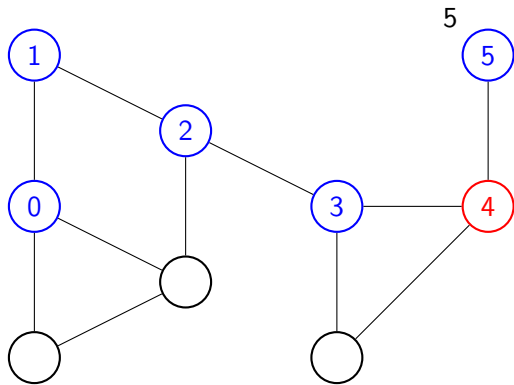


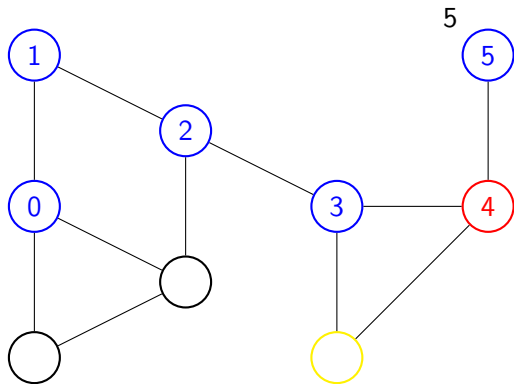


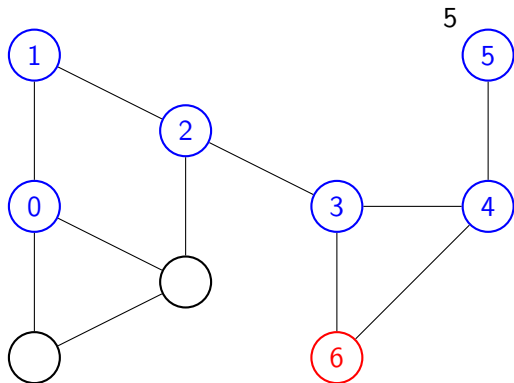


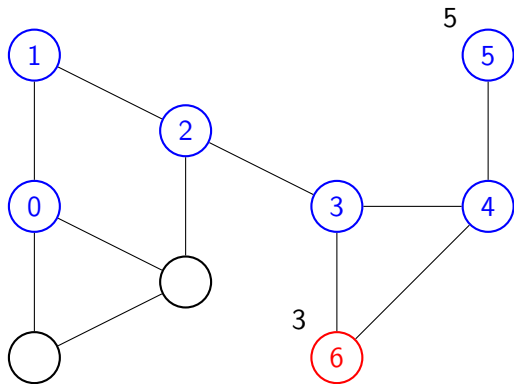


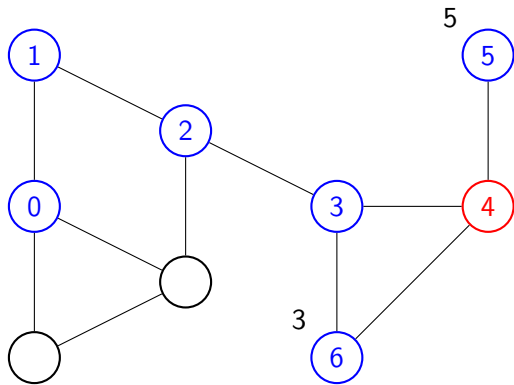


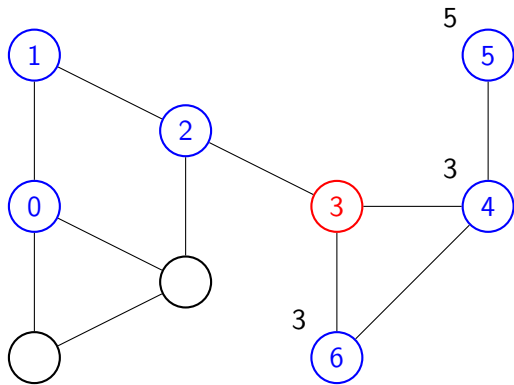


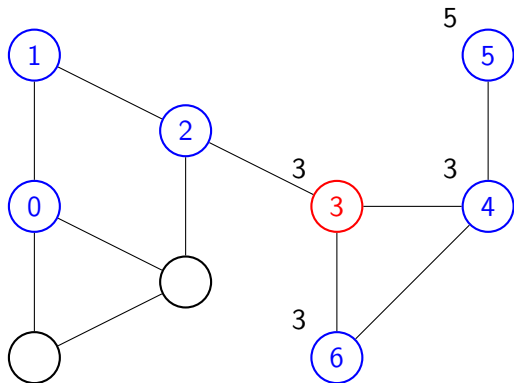


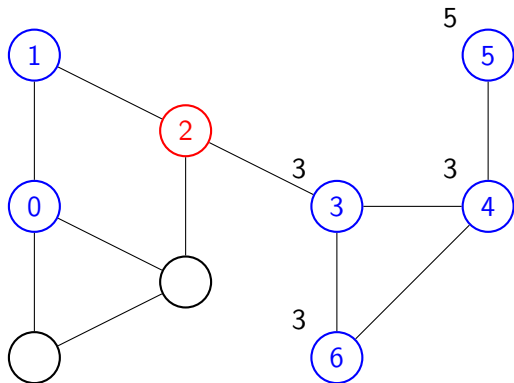


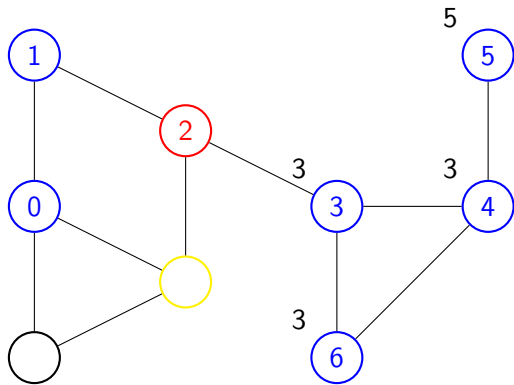


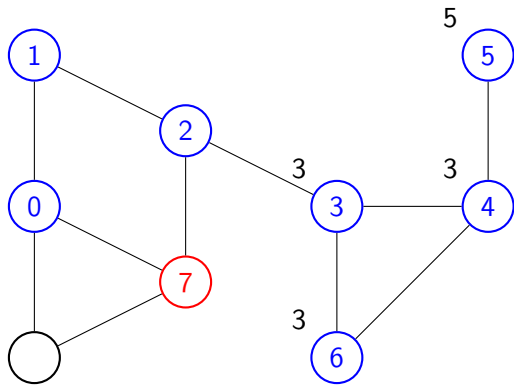


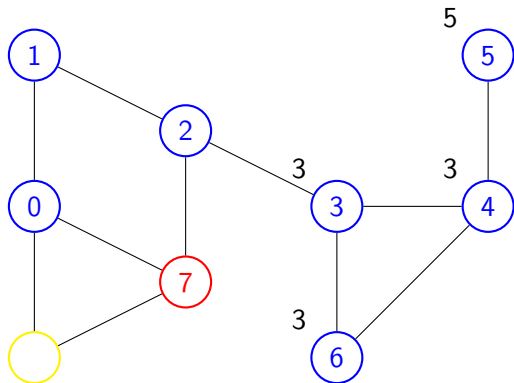


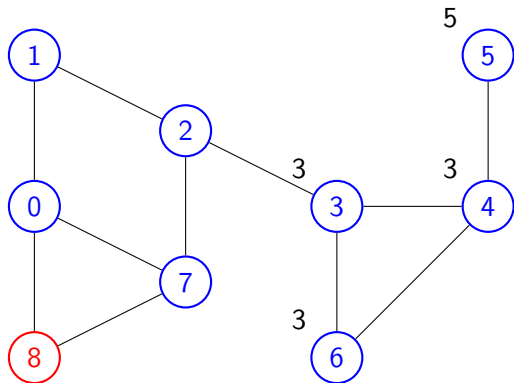


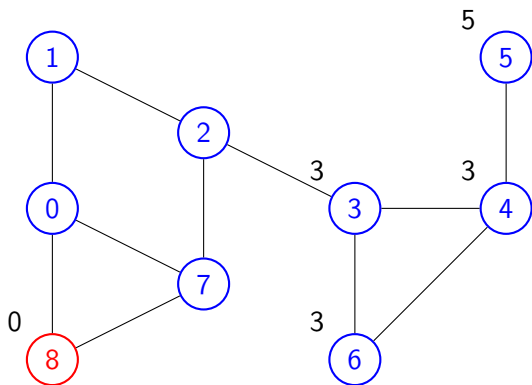


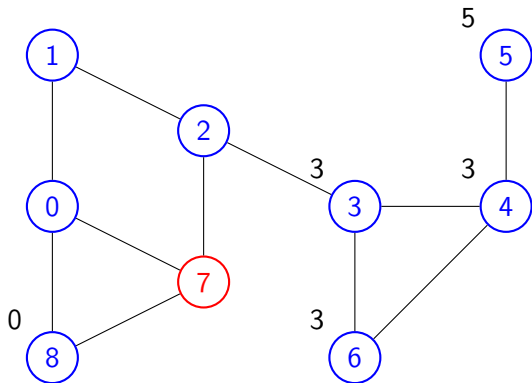


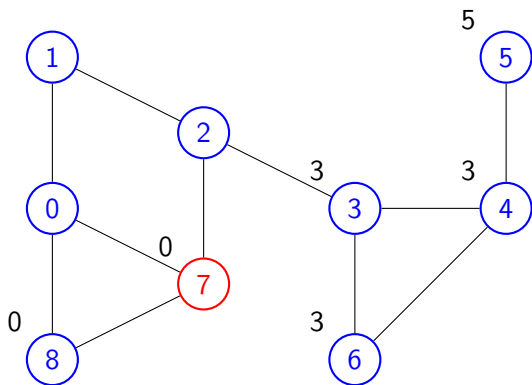


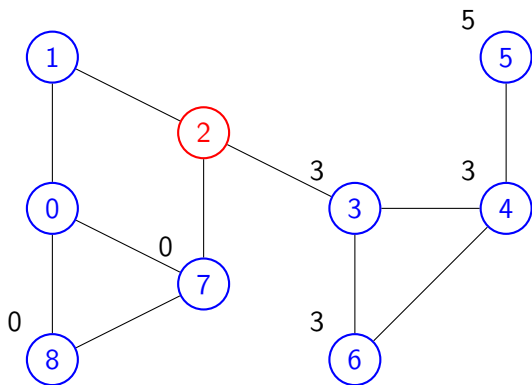


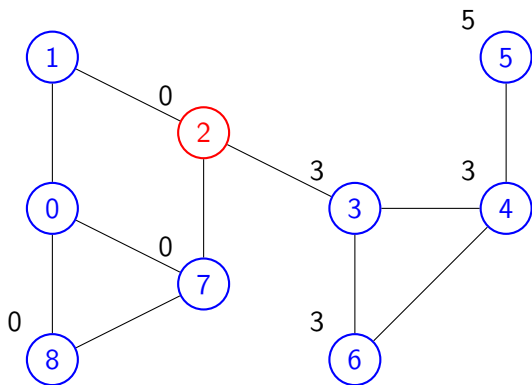


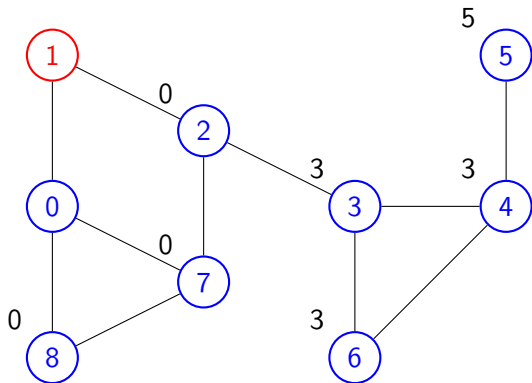


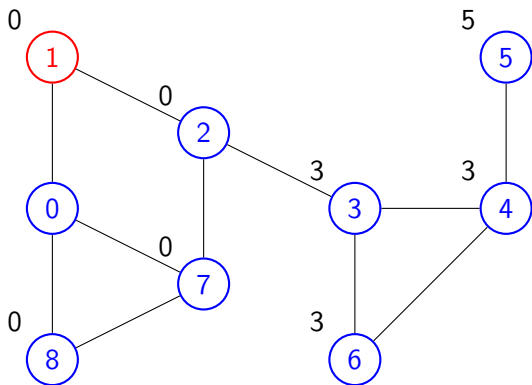


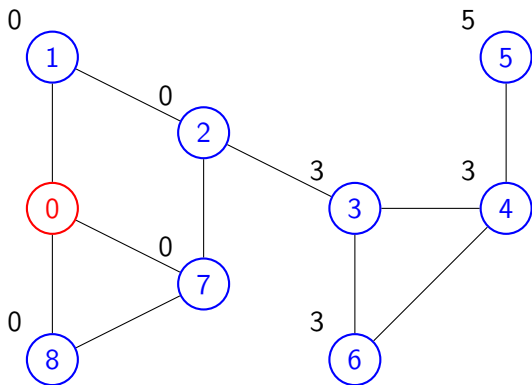


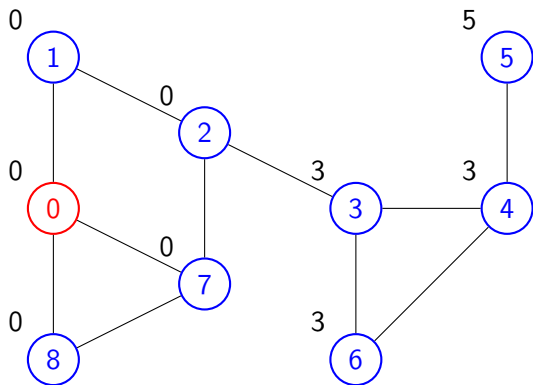


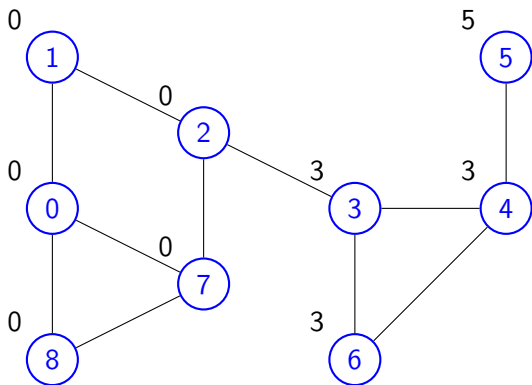


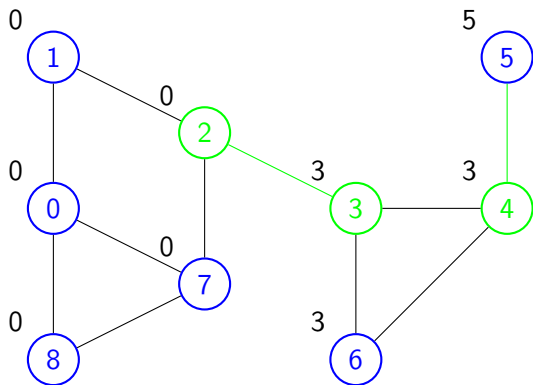













```

10 int low[MAXN], num[MAXN], curnum;
11 vi cp; vii bri;
12 void dfs(const vvi &g, int u, int p)
13 {
14     low[u] = num[u] = curnum++;
15     int i, cnt = 0, f = 0;
16     rep(i, g[u].size())
17     {
18         int v = g[u][i];
19         if (num[v] == -1)
20         {
21             dfs(g, v, u);
22             low[u] = min(low[u], low[v]);
23             cnt++;
24             f = f || low[v] >= num[u];
25             if (low[v] > num[u]) bri.push_back(ii(u, v));
26         }
27         else if (p != v) low[u] = min(low[u], num[v]);
28     }
29     if (f && (p != -1 || cnt > 1)) cp.push_back(u);
30 }
31
32 void cpb(const vvi &g)
33 {
34     int i, n = g.size();
35     memset(num, -1, n << 2);
36     curnum = 0;
37     rep(i, n) if (num[i] == -1) dfs(g, i, -1);
38 }

```

- ▶ Tímaflækjan er $\mathcal{O}(\quad)$ því það er tímaflækja dýptarleitar.

- ▶ Tímaflækjan er $\mathcal{O}(E + V)$ því það er tímaflækja dýptarleitar.

- Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.
- ▶ Þá eru venslin sem við skilgreindum áðan ekki lengur jafngildisvensl því þau eru ekki samhverf.

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.
- ▶ Þá eru venslin sem við skilgreindum áðan ekki lengur jafngildisvensl því þau eru ekki samhverf.
- ▶ Við getum þó gert þau samhverf með því að krefjast að það sé til vegur í báðar áttir.

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.
- ▶ Þá eru venslin sem við skilgreindum áðan ekki lengur jafngildisvensl því þau eru ekki samhverf.
- ▶ Við getum þó gert þau samhverf með því að krefjast að það sé til vegur í báðar áttir.
- ▶ Með öðrum orðum er $x \sim y$ ef og aðeins ef til er vegur frá u til v og vegur frá v til u .

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.
- ▶ Þá eru venslin sem við skilgreindum áðan ekki lengur jafngildisvensl því þau eru ekki samhverf.
- ▶ Við getum þó gert þau samhverf með því að krefjast að það sé til vegur í báðar áttir.
- ▶ Með öðrum orðum er $x \sim y$ ef og aðeins ef til er vegur frá u til v og vegur frá v til u .
- ▶ Jafngildisflokkar þessara vensla eru kallaðir *strangir samhengisþættir* (e. *strong connected components*).

- ▶ Gerum ráð fyrir að við séum með stefnt net.
- ▶ Þá eru venslin sem við skilgreindum áðan ekki lengur jafngildisvensl því þau eru ekki samhverf.
- ▶ Við getum þó gert þau samhverf með því að krefjast að það sé til vegur í báðar áttir.
- ▶ Með öðrum orðum er $x \sim y$ ef og aðeins ef til er vegur frá u til v og vegur frá v til u .
- ▶ Jafngildisflokkar þessara vensla eru kallaðir *strangir samhengisþættir* (e. *strong connected components*).
- ▶ Ég mun þó leyfa mér að kalla þetta *samhengisþætti* þegar ljóst er að við séum að ræða um stefnt net.

- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.

- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengisþáttur.

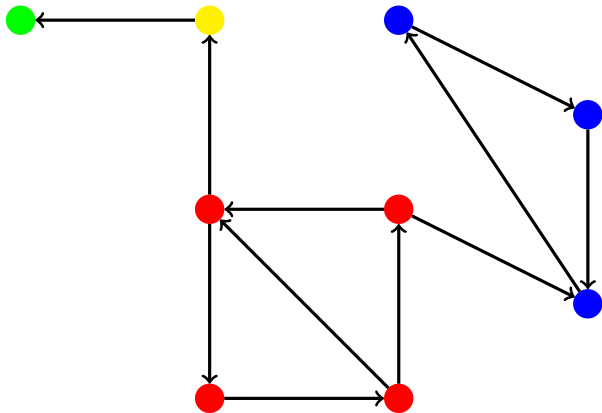
- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengisþáttur.
- ▶ Slík net kallast *stefnd órásuð net* (e. *directed acycle graphs (DAG)*).

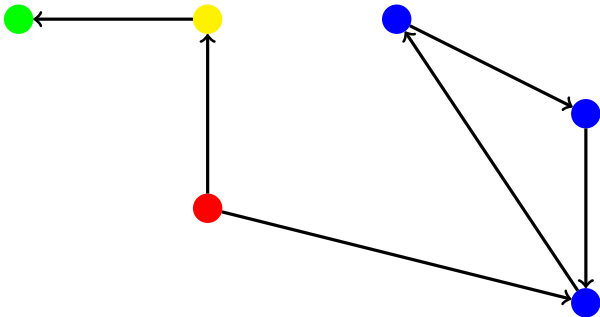
- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengisþáttur.
- ▶ Slík net kallast *stefnd órásuð net* (e. *directed acycle graphs (DAG)*).
- ▶ Þau hafa ýmsa þæginlega eiginleik, til dæmis má beyta kvikri bestun á þau.

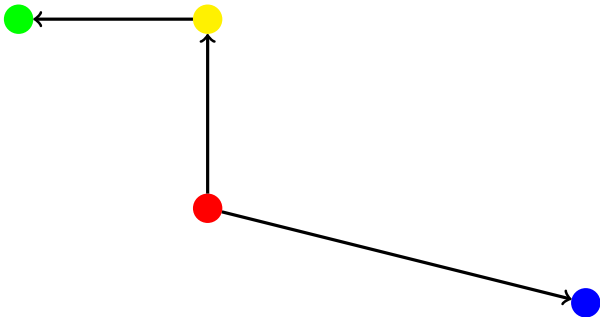
- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengisþáttur.
- ▶ Slík net kallast *stefnd órásuð net* (e. *directed acycle graphs (DAG)*).
- ▶ Þau hafa ýmsa þæginlega eiginleik, til dæmis má beyta kvikri bestun á þau.
- ▶ Við getum breytt stefndu neti í órásað stefnt net með því að deila út jafngildisvenslunum.

- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengisþætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengisþáttur.
- ▶ Slík net kallast *stefnd órásuð net* (e. *directed acycle graphs (DAG)*).
- ▶ Þau hafa ýmsa þæginlega eiginleik, til dæmis má beyta kvikri bestun á þau.
- ▶ Við getum breytt stefndu neti í órásað stefnt net með því að deila út jafngildisvenslunum.
- ▶ Nánar, þá lítum við svo á að hnútar í sama samhengisþætti séu í raun sami hnúturinn og verður leggur milli samhengisþátta ef vegur liggur milli einhverja hnúta í samhengisþáttunum sem fer ekki í annan samhengisþátt.

- ▶ Takið eftir að ef netið inniheldur rás þá eru allir hnútar í rásinni í sama samhengispætti.
- ▶ Einnig gildir að ef netið inniheldur enga rás er hver hnútur sinn eigin samhengispáttur.
- ▶ Slík net kallast *stefnd órásuð net* (e. *directed acycle graphs (DAG)*).
- ▶ Þau hafa ýmsa þæginlega eiginleik, til dæmis má beyta kvikri bestun á þau.
- ▶ Við getum breytt stefndu neti í órásað stefnt net með því að deila út jafngildisvenslunum.
- ▶ Nánar, þá lítum við svo á að hnútar í sama samhengispætti séu í raun sami hnúturinn og verður leggur milli samhengispátta ef vegur liggur milli einhverja hnúta í samhengispáttunum sem fer ekki í annan samhengispátt.
- ▶ Við köllum þetta net *herpingu* (e. *contraction*) upprunalega netsins.







- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengisþættina.

- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengispættina.
- ▶ Við getum breytt lítilega forritinu sem við vorum með áðan til að finna samhengispætti stefnds nets.

- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengisþættina.
- ▶ Við getum breytt lítilega forritinu sem við vorum með áðan til að finna samhengisþætti stefnds nets.
- ▶ Við getum skoðað hvort $u_{low} = u_{num}$ á leiðinni upp úr endurkvæmninni.

- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengisþættina.
- ▶ Við getum breytt lítilega forritinu sem við vorum með áðan til að finna samhengisþætti stefnds nets.
- ▶ Við getum skoðað hvort $u_{low} = u_{num}$ á leiðinni upp úr endurkvæmninni.
- ▶ Ef svo er þá er u fyrsti hnúturinn sem við sáum í samhengisþættinum sem u tilheyrir.

- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengisþættina.
- ▶ Við getum breytt lítilega forritinu sem við vorum með áðan til að finna samhengisþætti stefnds nets.
- ▶ Við getum skoðað hvort $u_{low} = u_{num}$ á leiðinni upp úr endurkvæmninni.
- ▶ Ef svo er þá er u fyrsti hnúturinn sem við sáum í samhengisþættinum sem u tilheyrir.
- ▶ Við geymum því hnútana sem við heimsækjum á hlaða.

- ▶ Til að finna herpinguna þurfum við fyrst að finna samhengisþættina.
- ▶ Við getum breytt lítilega forritinu sem við vorum með áðan til að finna samhengisþætti stefnds nets.
- ▶ Við getum skoðað hvort $u_{low} = u_{num}$ á leiðinni upp úr endurkvæmninni.
- ▶ Ef svo er þá er u fyrsti hnúturinn sem við sáum í samhengisþættinum sem u tilheyrir.
- ▶ Við geymum því hnútana sem við heimsækjum á hlaða.
- ▶ Þegar við finnum umrætt u (á leiðinni upp úr endurkvæmninni) tínum við af hlaðanum þangað til við sjáum u og setjum alla þá hnúta saman í samhengisþátt.

```

10 int low[MAXN], num[MAXN], curnum, cnt;
11 vi cp, st, vis, ans;
12 void dfs(const vvi &g, int u, int p)
13 {
14     low[u] = num[u] = curnum++;
15     st.push_back(u);
16     vis[u] = 1;
17     int i;
18     rep(i, g[u].size())
19     {
20         int v = g[u][i];
21         if (num[v] == -1) dfs(g, v, u);
22         if (vis[v]) low[u] = min(low[u], low[v]);
23     }
24     if (low[u] == num[u])
25     {
26         while (1)
27         {
28             int v = st.back(); st.pop_back();
29             vis[v] = 0; ans[v] = cnt;
30             if (u == v) break;
31         }
32         cnt++;
33     }
34 }
35
36 void scc(const vvi &g)
37 {
38     int i, n = g.size();
39     vis = vi(n);
40     ans = vi(n, -1);
41     memset(num, -1, n << 2);
42     curnum = cnt = 0;
43     rep(i, n) if (num[i] == -1) dfs(g, i, -1);
44 }

```

- ▶ Þar sem við leitum bara einu sinni í netinu með dýptarleit fæst að þetta reiknirit er $\mathcal{O}(\quad)$.

- ▶ Þar sem við leitum bara einu sinni í netinu með dýptarleit fæst að þetta reiknirit er $\mathcal{O}(E + V)$.

- ▶ Þar sem við leitum bara einu sinni í netinu með dýptarleit fæst að þetta reiknirit er $\mathcal{O}(E + V)$.
- ▶ Við köllum þetta reiknirit, ásamt því sem finnur liðhnúta og brýr, reiknirit Tarjans.

