CENTRO DE ENSEÑANZA TÉCNICA Y SUPERIOR
ESCUELA DE INGENIERÍA

Métodos Numéricos
Elian Javier Cruz Esquivel T032218

Ajuste de curvas

Problema 1

El objetivo de negocio del director de planeación consiste en pronosticar las ventas anuales (en millones de dólares) para todas las tiendas nuevas con base en las dimensiones del local (pies cuadrados en miles)

Tienda	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Pies cuadrados	1.7	1.6	2.8	5.6	1.3	2.2	1.3	1.1	3.2	1.5	5.2	4.6	5.8	3.0
Ventas anuales	3.7	3.9	6.7	9.5	3.4	5.6	3.7	2.7	5.5	2.9	10.7	7.6	11.8	4.1

Tabla 1: Ejercicio 1.

Utilice Regresión por Mínimos Cuadrados para ajustar una línea recta y responda las siguientes preguntas:

a) Construya el diagrama de dispersión.

b) Determine la ecuación de la recta de Regresión Lineal ($y = a + bx$).

c) Interprete los valores de a y b.

d) Grafíque la ecuación de la recta de regresión lineal.

e) Utilice la ecuación de regresión para pronosticar las ventas anuales de una tienda con 4.0 pies cuadrados de extensión.

f) Utilice la ecuación de regresión estimada para estimar las dimensiones de una tienda con unas ventas anuales de 6.5 de dolares.

Tenemos que el problema nos pide encontrar la ecuación de una función de la forma $y = bx + a$, es decir, una lunea recta, a partir de los datos proporcionados en la tabla sabemos que existen los vectores x e y tales que: A partir de los cuales aplicamos el algoritmo de regresión lineal, de la

$$\begin{bmatrix} 1.7 & 1.6 & 2.8 & 5.6 & 1.3 & 2.2 & 1.3 & 1.1 & 3.2 & 1.5 & 5.2 & 4.6 & 5.8 & 3.0 \end{bmatrix}$$

cual obtenemos los siguientes resultados:

La gráfica de dispersión y la función que representa la relación entre la superficie de una tienda y sus ventas anuales está dado por

$$\begin{bmatrix} 3.7 & 3.9 & 6.7 & 9.5 & 3.4 & 5.6 & 3.7 & 2.7 & 5.5 & 2.9 & 10.7 & 7.6 & 11.8 & 4.1 \end{bmatrix}$$

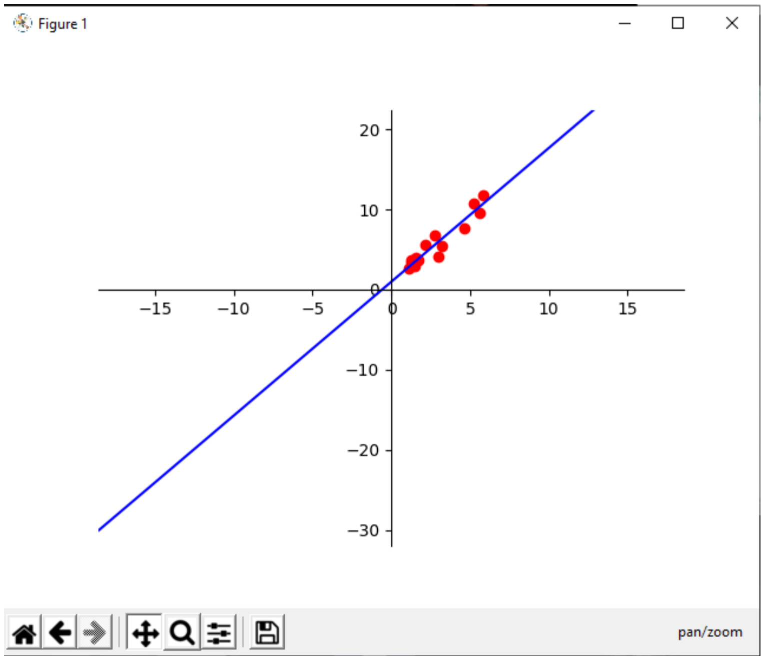

Figura 1: Gráfica 1

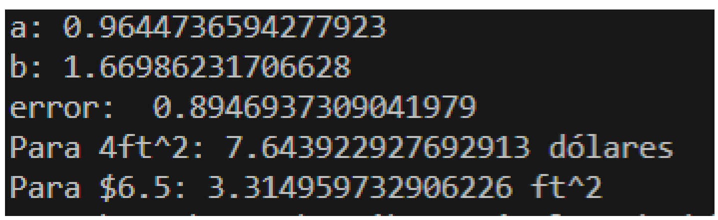

Figura 2: Resultados de regresión lineal

y los valores obtenidos son
Por lo tanto, podemos ver que a representa el punto de intersección con el eje y, es decir, las ganancias cuando la superficie de la tienda es cero, mientras que b representa la pendiente de la recta de la gráfica 1 o qué tanto aumentan las ventas por pie cuadrado añadido, cuya ecuación es:

$$y = 0.9644736594277923 + 1.66986231709041979x$$

A su vez, haciendo que $x = 4$, tenemos que una tienda con una superficie de $4ft^2$ generará \$7.6439229276928 dólares, mientras que para el inciso f) hacemos que $x = \dfrac{y - 0.9644736594277923}{1.66986231709041979}$ tenemos que para poder vender 6.5 dólares, se requiere de una tienda con una superficie de 3.3149597329 ft^2

Problema 2

Utilice los datos de la tabla 2 para escribir un modelo para la altura de la pelota de hule. Luego utilice este modelo para predecir la altura máxima de la pelota.

tiempo (s)	0	0.108	0.215	0.322	0.430	0.537	0.645	0.752	0.860
altura (m)	1.037	1.402	1.638	1.774	1.803	1.715	1.509	1.214	0.831

Tabla 2: Datos de la pelota de hule, ejercicio 2

a) Elabore un diagrama de dispersión.

b) Determine la ecuación de regresión cuadrática. Graficar

Al igual que en el problema 1, se nos plantea una situación en la que es necesaria la regresión, aunque en este caso es cuadrática, por lo tanto buscamos una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$, es decir, buscamos los coeficientes a, b y c. Para esto tenemos que la altura de la pelota representa la variable y y el tiempo representa a x, por lo tanto la altura está dada en función del tiempo.

Conociendo esto y los datos proporcionados por el problema tenemos que la gráfica resultante es la siguiente:

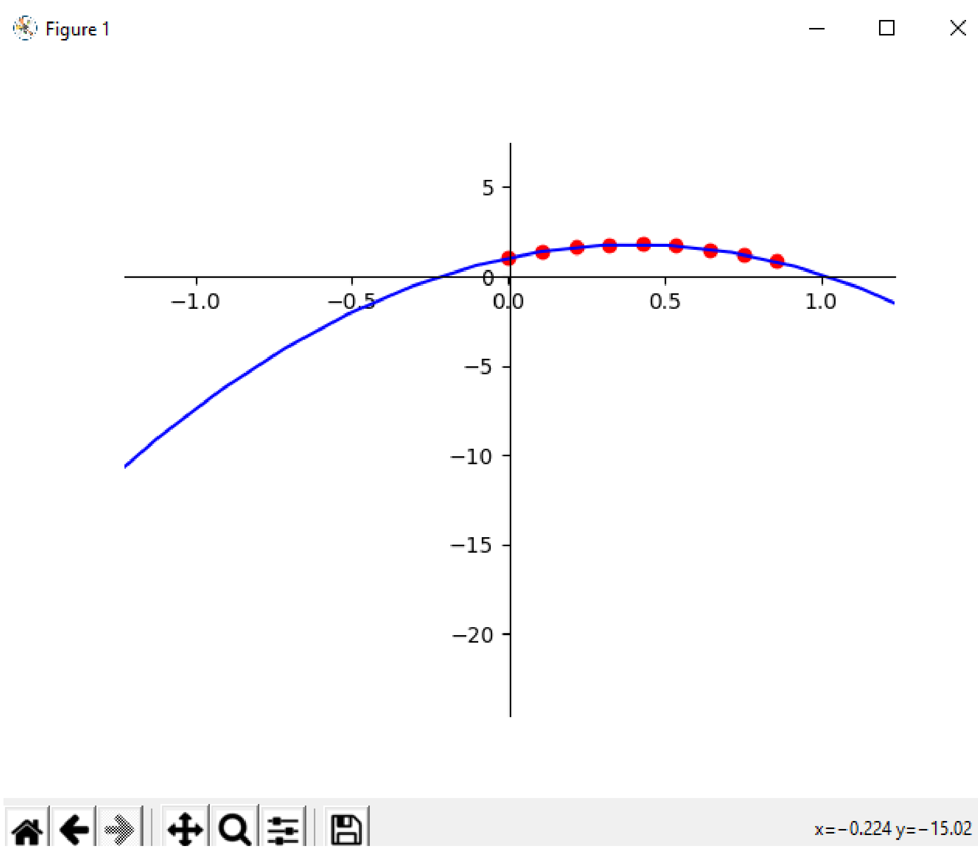

Figura 3: Gráfica 2

Podemos ver que es la gráfica de una parabola cuyo ajuste a los puntos dados es bastante bueno, los resultados obtenidos de la regresión cuadrática son los siguientes:

```
c: 1.0447714211379475
b: 3.7582680952546355
a: -4.677766428696174
error:  0.008705912031092318
Punto máximo: x: 0.4017160917012878 y: 1.7996498065336153
```

Figura 4: Resultados de regresión cuadrática

Por lo tanto la ecuación de la parábola que describe la altura está dada por la parábola que abre hacia abajo:

$$y = -4.677766428696174x^2 + 3.7582680952546355x + 1.0447714211379475$$

Con esta ecuación podemos determinar el punto máximo de la misma al utilizar las formulas dadas para el vértice de cualquier parábola, es decir:

$$x = \frac{-b}{2a}, \quad y = \frac{-b^2}{4a} + c$$

cuya aplicación nos dice que el punto máximo se alcanza cuando $x = 0.4017160917012878$ segundos, y la altura máxima es $y = 1.7996498065336153$ metros.

Problema 3

Se tienen los siguientes datos:

x	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.5
y	805	975	1500	1950	2850	3500

Tabla 3: Ejercicio 3.

a) Elabore un diagrama de dispersión para los datos.

b) Determine la ecuación de un modelo exponencial $y = ae^{bx}$. Graficar.

c) Determine el pronóstico para $x = 3$.

d) Determine x para $y = 2500$.

Sabiendo los valores de x e y tenemos que el gráfico resultado de la regresión exponencial está dado por:

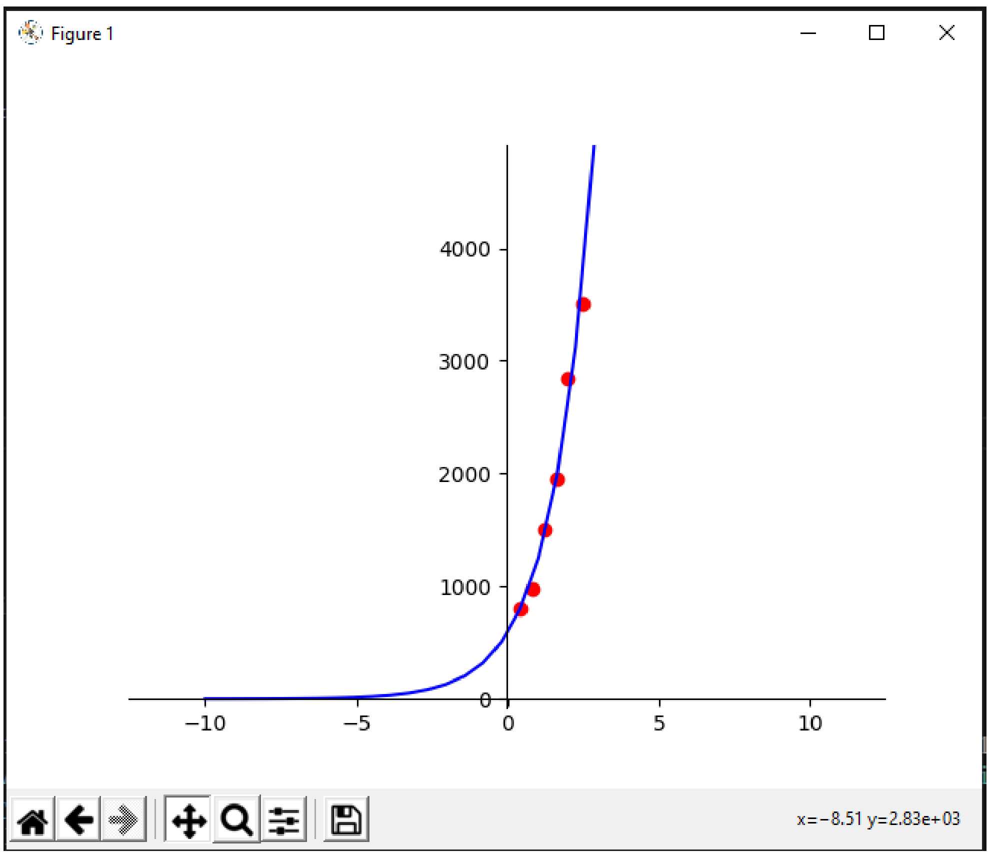

Figura 5: Regresión exponencial

Tenemos que los valores resultado de la regresión son los siguientes:

```
a: 587.1734369517303
b: 0.7442065730511942
error: 6.709187948590073
Para x=3, y= 5474.958411768586
Para y=2500, x= 1.9466715611478034
```

Figura 6: Resultados de regresión exponencial

Por lo tanto, la ecuación representada en el gráfico es la siguiente:

$$y = 587.1734369517303e^{0.7442065730511942x}$$

Para saber el pronóstico, hacemos que $x = 3$ en la ecuación anterior y evaluamos, para lo cual tenemos que $y = 5474.958411768586$

Para encontrar una x tal que $y = 2500$ hacemos lo siguiente:

$$Ln(\frac{y}{587.1734369517303}) = Ln(e^{0.7442065730511942x}) =$$

$$Ln(y) - Ln(587.1734369517303) = 0.7442065730511942x$$

$$x = \frac{Ln(y) - Ln(587.1734369517303)}{0.7442065730511942}$$

Haciendo que $y = 2500$ tenemos que $x = 1.9466715611478034$