CENTRO DE ENSEÑANZA TÉCNICA Y SUPERIOR

Escuela de Ingeniería

Métodos Numéricos

Actividad:
Teoremas.

Presenta:
Elian Javier Cruz Esquivel

Matrícula: T032218

Tijuana, B.C., a viernes 11 de septiembre de 2020

CENTRO DE ENSEÑANZA TÉCNICA Y SUPERIOR
ESCUELA DE INGENIERÍA

Métodos Numéricos
Elian Javier Cruz Esquivel T032218

Teoremas

Teorema de Rolle

De acuerdo a Riley, Hobson y Bence (2006, traducción propia), el Teorema de Rolle establece que si una función $f(x)$ es contínua en el rango $a \leq x \leq c$, es diferenciable en el rango $a < x < c$ y satisface la condición $f(a) = f(c)$ entonces:

$$\exists \ x = b \ tal \ \ que \ \ a < b < c \ \ y \ \ f'(b) = 0$$

Es decir, que para una función continua y diferenciable que tiene el mismo valor en dos puntos, existe por lo menos un punto estacionario (máximo o mínimo) entre esos dos puntos o la función es una contante (una línea recta) entre ellos.

Teorema del valor medio

El Teorema del valor medio establece, de acuerdo a Riley, Hobson y Bence (2006, traducción propia) que si una función $f(x)$ es contínua en el intervalo $a \leq x \leq c$ y diferenciable en el intervalo $a < x < c$ entonces, $\exists \ b$ donde $a < b < c$ tal que:

$$f'(b) = \frac{f(c) - f(a)}{c - a}$$

Por lo tanto, éste teorema establece que el gradiente de la linea que une dos puntos (a y c) en una curva es igual a la pendiente de la tangente a la curva para al menos un punto en ella.

Teorema del valor intermedio

En base a lo dicho por Stewart (2014, traducción propia), el Teorema del valor intermedio establece que asumiendo que la función $f(x)$ es continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y sea N cualquier número entre $f(a)$ y $f(b)$, donde $f(a) \neq f(b)$, entonces $\exists \, c \in (a, b)$ tal que $f(c) = N$

Por lo tanto, este teorema nos dice que una función contínua entre los puntos a y b, toma todos los valores intermedios entre estos puntos.

Teorema del Stone-Weierstrass

El Teorema de Stone-Weierstrass establece, de acuerdo a Groenewegen y van Rooij (2016), que en un intervalo cerrado, cada función contínua puede ser aproximada uniformememnte mediante funciones polinómicas.

Por su parte, Tkachuk (2013, p. 56) establece que "suponiendo que $a, b \in \mathbb{R}$ y $a < b$. Si $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ es una función contínua, entonces para todo $\varepsilon > 0$ existe un polinomio $p(x)$ tal que $|f(x) - p(x)| < \varepsilon$, $\forall x \in [a, b]$". Lo cual significa, que $p(x)$ es un polinomio que aproxima a $f(x)$ con un error absoluto mayor a cero para toda x.

Teorema fundamental del álgebra

De acuerdo a Hoffman (2001, traducción propia), el teorema fundamental de álgebra establce que un polinomio de grado n tiene exactamente n ceros, o raices. Las raices pueden ser reales o complejas. Si los coeficientes son todos reales, las raices complejas siempre ocurrirán en pares conjugados. Para Thomas (2005), el teorema fundamental del álgebra dice que:

Toda ecuación de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 = 0$$

donde los coeficientes $a_0, a_1, ...a_n$ son números reales, tiene exactamente n raices reales y/o complejas.

Referencias

Groenewegen, G. y van Rooij, A. (2016). *Spaces of continuous functions*. Estados Unidos : Springer.

Hoffman, J. (2001). *Numerical Methods for scientists and engineers*. Estados Unidos: McGraw-Hill

Riley, K., Hobson, M. y Bence, S. (2006). *Mathematical methods for physics and engineering: a comprehensive guide*. Reino Unido: Cambridge University Press.

Stewart, J. (2014). *Single variable calculus: Early Transcendentals*. Estados Unidos: Cengage Learning.

Tkachuk, V. (2013). ¿Será cierto que toda función es un polinomio?. *ContactoS*. 90(1), pp. 53-60.

Thomas, G. (2005). *Cálculo de una variable*. México:Pearson Educación.