CENTRO DE ENSEÑANZA TÉCNICA Y SUPERIOR
ESCUELA DE INGENIERÍA

Métodos Numéricos
Elian Javier Cruz Esquivel T032218

Matrices

Eigenvalores y Eigenvectores (valores y vectores propios)

De acuerdo a Riley, Hobson y Bence (2006, traducción propio), suponiendo que sea A una matriz que transforma al vector v en un vector del espacio n-dimensional, en otro vector Ax en el mismo espacio. La posibilidad de que existan vectores x tales que al ser transformados por A sea un multiplo de sí mismo, debería decumplor la relación:

$$Ax = \lambda x$$

Cualquier vector $x \neq 0$ que satisfaga la relación anterior para algún valor de λ es llamado un eigenvector de la matriz A, y λ es conocida como el correspondiente eigenvalor.

De acuerdo a Grossman (2012), sea A una matriz de $n \times n$ con componentes reales, el número λ (real o complejo) se denomina valor caracteristico de A si existe un vector v diferente de cero, dicho vector se denomina vector caracteristico de A correspondiente al valor caracteristico λ

Matriz Simétrica

De acuerdo a Grossman (2012), la matriz cuadrada A de $n \times n$ se denomina simétrica si $A^T = A$, es decir, las columnas de A son tambien los renglones de A, o que la transpuesta de A es igual a A misma. Así tambien, Strang (2016, traducción propia), menciona que que para una matriz simetrica con números reales como entradas, los eigenvectires son números reales y es posibke elegir un conjunto completo de eigenvectores que sean perpendiculares.

Matriz definida positiva

De acuerdo a Strang (2016, traducción propia), una matriz definida positiva es una matriz siméetrica A oara la cual todos los eigenvalores son positivos. Una buena forma de saber si una matriz es definida positiva es verificar que todos los pivotes (primer coeficiente no nulo igual a 1) son positivos.

De acuerdo a Burden y Faires (2002), una matriz definida positiva A es aquella que es simétrica y cumple la condición siguiente:

$$x^t A x > 0$$

para todo vector columna n-dimensional $x \neq 0$, siendo x^t el transpuesto conjugado de x

Matriz dispersa

De acuerdo a Davis y Weisstein (2020, traducción propia), una matriz dispersa es una matriz que permite tecnicas especiales para tomar ventaja del largo número de elementos de ”fondo”(comunmente cero).

El número de ceros que una matriz necesita en orden de considerarse dispersa depende de la estructura de la matriz y de las operaciones deseadas a realizar en ella.

Número de condición de una matriz

De acuerdo a Moler (2017, traducción propia) un número de condición de una matriz mide que tan sensible es la respuesta a perturbaciones en los datos de ingreso, a errores de redondeo durante el proceso de solución.

Existen muchos números de condición diferentes, por lo general, no solo aplican a una matriz en particular, pero tambien al problema que está siendo resolvido.

Matriz de Hilbert

Para Higham (2020, traducción propia), una matriz de Hilbert $H_n = (h_{ij})$ es una matriz $n \times n$ con $h_{ij} = \dfrac{1}{i+j-1}$. Por ejemplo:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

Es simétrica y es una matriz constante a lo largo de las antidiagonales. Así tambien, es una matriz positiva definida y totalmente positiva ya que todas sus submatrices tienen determinante positiva.

Matriz diagonal estrictamente dominante

Para Burden y Faires (2002) se dice que la matriz A de $n\times n$ es estrictamente diagonal dominante cuando

$$1 \leq i \leq n, \quad |a_{ii}| > \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |a_{ij}|$$

Es decir, el valor absoluto del elemento ubicado en la posición ii es mayor a la suma de los valores absolutos del resto de los elementos de la fila en la que está ubicada.

Referencias

Burden, R. y Faires, J. (2002). *Análisis Numérico 7ma edición*. México: Thomson Learning

Davis, T. y Weisstein, E. (2020). *Sparse Matrix*. De MathWorld–A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/SparseMatrix.html

Grossman, S. (2012). *Algebra lineal*. México: McGraw-Hill Educación.

Higham, N. (2020). *What Is the Hilbert Matrix?*. Consultado el 3 de octubre 2020, de https://nhigham.com/2020/06/30/what-is-the-hilbert-matrix/

Moler, C. (2017). *What is the Condition Number of a Matrix?*. Consultado el 3 de octubre de 2020, de https://blogs.mathworks.com/cleve/2017/07/17/what-is-the-condition-number-of-a-matrix/

Riley, K., Hobson, M. y Bence, S. (2006). *Mathematical methods for physics and engineering: a comprehensive guide*. Reino Unido: Cambridge University Press.

Strang, G. (2016). *Introduction to Linear Algebra Fifth Edition*. Estados Unidos: Wellesley College