CENTRO DE ENSEÑANZA TÉCNICA Y SUPERIOR
ESCUELA DE INGENIERÍA

**Métodos Numéricos**
Elian Javier Cruz Esquivel T032218

# Repaso de Integrales

1) $\int_1^2 \ln(x)dx$

Integrando por partes tenemos:

$$u = \ln(x), \quad dv = dx, \quad du = \frac{dx}{x}, \quad v = x$$

$$x\ln(x) - \int dx = (x\ln(x) - x)\Big|_1^2$$

$$(2\ln(2) - 2) - (0 - 1) = 2\ln(2) - 1 \approx 0.38629$$

Por lo tanto, realizando el algoritmo de Simpson $\frac{1}{3}$ con una $n = 6$ tenemos que la aproximación es la siguiente:

```
Función:  ln(x) [1,2]
n: 6
Un Tercio, resultado:  0.3862871632788023 , error:  7.197841197681409e-06
```

Figura 1: Aproximación a $\int_1^2 \ln(x)dx$ por Simpson $\frac{1}{3}$

2) $\int_1^2 \ln^2(x)dx$

Integrando por partes:

$$u = \ln^2(x), \quad dv = dx, \quad du = \frac{2\ln(x)}{x}dx, \quad v = x$$

$$x\ln^2(x) - 2\int \ln(x)dx = (x\ln^2(x) - 2x\ln(x) + 2x)\Big|_1^2$$

$$(2\ln^2(2) - 2(2)\ln(2) - 2(2)) - (0 - 0 + 2) \approx 0.1883$$

Aplicando Simpson $\frac{3}{8}$ con una $n = 6$ tenemos:

```
Función:  ln^2(x) [1,2]
n: 6
Tres octavos, resultado:  0.1883660895753651 , error:  4.878397836510784e-05
```

Figura 2: Aproximación por Simpson $\frac{3}{8}$

3) $\int_2^4 \frac{dx}{(x-1)(x+1)}$

Por fracciones parciales:

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$1 = Ax + A + Bx - B$$

$$A + B = 0 \rightarrow A = -B$$

$$A - B = 1 \rightarrow A = B - 1$$

$$A = -A - 1 \rightarrow A = \frac{1}{2}, \quad B = \frac{-1}{2}$$

$$\int_2^4 \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \int_2^4 \frac{1}{2}\frac{1}{x-1}dx - \int_2^4 \frac{1}{2}\frac{1}{x+1}dx$$

$$\frac{1}{2}(\ln(x-1) - \ln(x+1))\Big|_2^4 = \frac{1}{2}\ln(\frac{x-1}{x+1})\Big|_2^4 \approx 0.29389$$

Con una $n =$ mediante Simpson $\frac{3}{8}$ tenemos:

```
Función:  1\((x+1)(x-1)) [2,4]
n: 3
Tres octavos, resultado:  0.29690309690309690969 , error:  0.003009764452096886
```

Figura 3: Aproximación mediante Simpson $\frac{3}{8}$

4) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^3(x)dx$

Integrando por partes:

$$u = \sec(x), \quad dv = \sec^2(x)dx$$

$$du = \sec(x)\tan(x)dx, \quad v = \tan(x)$$

$$\sec(x)\tan(x) - \int \sec(x)\tan^2(x)dx = \sec(x)\tan(x) - \int \sec(x)dx - \int \sec^3(x)dx$$

Por álgebra tenemos:

$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^3(x) = \sec(x)\tan(x) - \ln(\sec(x) + \tan(x))$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^3(x) = \frac{\sec(x)\tan(x) - \ln(\sec(x) + \tan(x))}{2}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} \approx 1.1477935747$$

Mediante Simpson $\frac{1}{3}$ y $n = 4$ tenemos:

```
Función:  sec^3(x) [0,pi/4]
n: 4
Un Tercio, resultado:  1.1494919378529425 , error:  0.0016983631529423615
```

5) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{(x^2+1)(x-2)}dx$

Por fracciones parciales:

$$\frac{1}{(x^2+1)(x-2)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x-2}$$

$$1 = Ax^2 - 2Ax + Bx - 2B + Cx^2 + C$$

$$A + C = 0 \rightarrow C = -A, \quad -2A + B = 0 \rightarrow 2C + B = 0$$

$$-2B + C = 1 \rightarrow C = \frac{1}{5}, \quad A = \frac{-1}{5}, \quad B = \frac{-2}{5}$$

$$\int_0^{1} \frac{1}{(x^2+1)(x-2)}dx = \left(-\frac{1}{10}\ln(x^2+1) - \frac{2}{5}\arctan(x) + \frac{1}{5}\ln(x-2)\right)\Bigg|_0^{1} \approx -0.522103419527$$

Mediante Simpson $\frac{3}{8}$ y $n = 3$ tenemos:

```
Función:  1/((x^2+1)(x-2)) [0,1]
n: 3
Tres octavos, resultado:  -0.5222115384615384 , error:  0.00010811893453843702
```