

جزوه جلسه دوم داده ساختارها و الگوریتم

۳۰ شهریور ۱۴۰۰

فهرست مطالب

۲	۱	ادامه مثال حل شده در جلسه قبل
۲	۲	الگوریتم چیست؟
۳	۳	مدل های محاسبات
۳	۱.۳	ماشین تورینگ
۳	۲.۳	ماشین دسترسی تصادفی (Random Access Machine)
۴	۳.۳	مدل مقایسه
۴	۴.۳	ماشین اشاره گر
۴	۵.۳	ماشین پایتون
۴	۱.۵.۳	list
۴	۲.۵.۳	dictionary
۴	۳.۵.۳	long

۱ ادامه مثال حل شده در جلسه قبل

در ادامه مسئله پیدا کردن قله، یک آرایه دو بعدی را در نظر میگیریم و عضوی را پیدا میکنیم که از تمامی همسایه های خود در هر ۴ جهت کوچکتر نباشد. یکی از راه حل ها پیدا کردن قله در هر سطر از جدول و ریختن آنها در یک آرایه دیگر و پیدا کردن مجدد قله در آرایه یک بعدی جدید است. طبق مطالب جلسه قبل، تعداد پرسش ها در این راه برابر است با $n \log_2 n + 3 \log_2 n$. اما با یک مثال نقض میتوان نادرست بودن این راه حل را اثبات کرد.

راه حل دیگر، پیدا کردن عضو ماکسیمم در کل جدول است. بدیهی است که برای پیدا کردن عضو ماکسیمم باید تمامی اعضای آرایه پرسیده شوند (اگر حتی یکی پرسیده نشود احتمال داره همان عضو ماکسیمم باشد). پس این راه حل جواب درست را ارائه میدهد اما مشکل آن پیچیدگی زمانی بالای آن است (n^2).

یک راه حل بهینه برای مسئله شرح داده شده است. عضو ماکسیمم را در سطر وسط پیدا میکنیم. این عضو یا از دو عضو بالایی و پایینی خود بزرگتر است و قله را پیدا کردیم و یا از حداقل یکی از اعضای بالایی و پایینی کوچکتر است. پس عضو بزرگتر را انتخاب میکنیم و قله را در نیمه مربوط به آن عضو جستجو میکنیم. در این روش تعداد پرسش ها برابر است با $n \log_2 n$ (پرسش در هر مرحله و $\log_2 n$ مرحله در کل).

یک الگوریتم بهینه دیگر نصف کردن جدول در هر مرحله با پیدا کردن ماکسیمم هر سطر یا ستون است. مانند الگوریتم قبل در سطر وسط ماکسیمم را پیدا میکنیم و با توجه به اینکه عضوی که پیدا میکنیم قله است یا خیر، جدول را نصف میکنیم. اما این بار در ستون جدید که طول آن $n/2$ است مجدد عضو ماکسیمم را پیدا میکنیم و اگر قله پیدا نشده بود جدول جدید، جدولی به ابعاد $n/2$ خواهد بود که قله را در آن جدول پیدا خواهیم کرد. در این الگوریتم حداکثر تعداد پرسش های مورد نیاز برابر میشود با:

$$n + n/2 + n/2 + n/4 + n/4 + n/8 + \dots \cong 3n$$

۲ الگوریتم چیست؟

به طور کلی یک دستور آشپزی یا یک دستورالعمل کشاورزی یک الگوریتم به حساب می آیند. در دنیای ریاضیات، ضرب اعداد، تجزیه اعداد، الگوریتم اقلیدس برای پیدا کردن ب.م.م اعداد، غربال اراتستن برای پیدا کردن اعداد اول و یا حذف گاوسی برای حل چند معادله چند مجهولی نمونه هایی از الگوریتم هستند. اما تعریف دقیق الگوریتم: یک الگوریتم توسط یک شبه کد نوشته یا توصیف میشود که این شبه کد در مدل محاسباتی اجرا میشود. برای مثال میتوان یک برنامه (الگوریتم) را در نظر گرفت که توسط یک زبان برنامه نویسی (شبه کد) نوشته شده و روی یک کامپیوتر (مدل محاسبات) اجرا میشود.

یک الگوریتم باید قوانین شبه کد را رعایت کند و این بدین معنی است که برای توصیف الگوریتم از چه دستورهای می‌توان استفاده کرد و از چه دستورهای نمی‌توان، زیرا این شبه کد در یک مدل محاسبات اجرا خواهد شد.

۳ مدل های محاسبات

مدل محاسباتی معادل یک کامپیوتر در دنیای ریاضیات است که خود به چندین دسته تقسیم می‌شود.

۱.۳ ماشین تورینگ

ماشینی ساده که برای اثبات قابل اجرا بودن یا نبودن یک کار توسط کامپیوتر به کار گرفته می‌شد.

۲.۳ ماشین دسترسی تصادفی (Random Access Machine)

هر ماشین دسترسی تصادفی می‌تواند سه عمل را انجام دهد:

۱. تعداد ثابتی خانه از حافظه بارگذاری کند
 ۲. تعداد ثابتی عملیات روی آنها انجام دهد
 ۳. تعداد ثابتی خانه را در حافظه ذخیره سازی کند
- این سه عمل یک مرحله نامیده می‌شود.
- حال توضیحاتی راجع به خانه های حافظه: هر خانه از حافظه یک کلمه (Word) نامیده می‌شود. به عبارت دیگر هر ورد اندازه خانه های یک حافظه را نشان می‌دهد که حداقل آن به اندازه $c \log_2 n$ است که c یک ضریب ثابت است. آرایه ای به طول n را در نظر می‌گیریم. هر عضو آرایه طبق مطالب ذکر شده، اندازه اش $c \log_2 n$ بیت می‌باشد و همانطور که پیداست این اندازه ثابت نیست. بدیهی است که با $\log_2 n$ بیت می‌توان حداکثر عدد n را نشان داد.
- در این ماشین، زمان انجام الگوریتم برابر است با تعداد مراحل انجام شده و میزان حافظه نیز برابر است با تعداد کلمات مصرفی حافظه است.
- مثال های دیگر از مدل های محاسباتی:

۳.۳ مدل مقایسه

۴.۳ ماشین اشاره‌گر

۵.۳ ماشین پایتون

یک مدل محاسبات را میتوان به راحتی تعریف کرد. یک کد نوشته شده به زبان پایتون را میتوان در یک مدل محاسبات خاص مدل کرد. هر دستور پایتون در یک یا چند مرحله در مدل محاسباتی انجام میشود. از جمله قابلیت های ماشین پایتون میتوان به موارد زیر اشاره کرد:

list ۱.۵.۳

هر لیست یک آرایه از ابجکت های مختلف در زبان پایتون است. با دستور append میتوان یک عضو را در زمان ثابت به انتهای لیست اضافه کرد. مرتب سازی یک لیست با n عضو در پایتون در مرتبه زمانی $n \log_2 n$ انجام میگردد.

dictionary ۲.۵.۳

دیکشنری مجموعه ای کلیدها (Key) و مقادیر (Value) است که الگوریتم های درهم سازی روی آنها پیاده میشوند.

long ۳.۵.۳

این اصطلاح به اعداد بزرگ نسبت داده میشود که در یک word جا نمیگیرند.