جزوه جلسه سوم داده ساختارها و الگوریتم

۴ مهر ۱۴۰۰

فهرست مطالب

۱ مرتب سازی و کاربرد های آن

مرتب سازی به فرایندی اطلاق میشود که در آن ورودی یک آرایه از اشیا قابل مقایسه به سایز n است و حروجی نیز جایگشتی از همان آرایه است که در عین حال بر اساس یک ویژگی مرتب شده است.

کاربردهای مرتب سازی

۱. آماده سازی برای جست‌وجوی دودویی
۲. آماده سازی برای پیدا کردن عناصر تکراری و تعداد تکرار آنها در آرایه
۳. دستورانی مانند ls در سیستم عامل که با پارامتر های ورودی مختلف مرتب سازی را انجام میدهد
۴. پایگاه داده
۵. مرور اتفاقات رخ داده در یک یا چند فایل(log)
۶. رندر سه بعدی برای انیمیشن سازی
۷. الگوریتم های فشرده سازی فایل
۸. الگوریتم های هندسی مانند Convex Hull

۲ مرتب سازی درجی یا **Insertion Sort**

در این شیوه مرتب سازی نشانگر را از عضو اول تا عضو آخر حرکت میدهیم و در هر مرحله مطمئن میشویم اعضای قبل نشانگر مرتب هستند.
Pseudocode for Insertion Sort:

for i ← 1 to n-1
. insert A[i] into sub-array A[0,...,i-1]
. which is already sorted by pairwise swaps.

۳ تحلیل زمانی

در تحلیل زمانی یک الگوریتم سه حالت را در نظر میگیریم:
۱. بهترین حالت
۲. بدترین حالت
۳. حالت میانگین

برای تحلیل زمانی یک الگوریتم، بدترین حالت را برای تعدادی ورودی خاص در نظر میگیریم که الگوریتم بدترین عملکرد خود را نشان میدهد.
در تحلیل زمانی باید عملکرد الگوریتم را برای داده های بزرگ(nهای بزرگ) را نیز در نظر گرفت.
تابع $T(n)$ را زمان اجرای الگوریتم در بدترین حالت تعریف میکنیم. حال برخی نمادها را معرفی میکنیم. ($f(n)$ یک تابع برحسب n است.)

۱. $\Theta(f(n))$
۲. $O(f(n))$
۳. $o(f(n))$
۴. $\Omega(f(n))$
۵. $\omega(f(n))$

حال به تعریف دقیق علائم ذکر شده میپردازیم:

۱. $if \quad \lim_{n\to\infty} T(n)/f(n) = c \quad (c \in \mathbb{R}) \quad then \quad T(n) = \Theta(f(n))$
۲. $if \quad \lim_{n\to\infty} T(n)/f(n) = c \quad or \quad 0 \quad (c \in \mathbb{R}) \quad then \quad T(n) = O(f(n))$
۳. $if \quad \lim_{n\to\infty} T(n)/f(n) = 0 \quad then \quad T(n) = o(f(n))$
۴. $if \quad \lim_{n\to\infty} T(n)/f(n) = 0 \quad or \quad \infty \quad then \quad T(n) = \Omega(f(n))$
۵. $if \quad \lim_{n\to\infty} T(n)/f(n) = \infty \quad then \quad T(n) = \omega(f(n))$

$\Theta(1)$ نشانگر عدد ثابت است که این عدد میتواند 10^{80}(تعداد کل الکترون های جهان!) باشد.

مثال۱

$$(20n)^7 = 20^7 * n^7 = \Theta(n^7) = O(n^7) = O(n^8) = \Omega(n^7) = \Omega(n^6) = o(n^8) = \omega(n^6)$$

مثال۲

$$5^{log_2 3}n^3 + 10^{80}n^2 + 0.001n^{3.1} + 402555 = \Theta(n^{3.1}) \neq \Theta(n^4)$$

نکته این است که قادر به تغییر و رند کردن توان ها حتی به صورت جزئی نیستیم و همچنین اگر عبارت لگاریتمی در توان نباشد، مبنای آن در محاسبات تفاوتی ایجاد نمیکند.

مثال۳

$$log\binom{n}{n/2} = ???$$

برای حل ابتدا با تقریب استرلینگ آشنا میشویم: $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$

$$log\binom{n}{n/2} = log(\frac{n!}{(n/2)!(n/2)!}) = log(\frac{\sqrt{2\pi n}(n/e)^n}{(\sqrt{2\pi n/2}(\frac{n/2}{e})^{n/2})^2}) = log(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{n}/2(1/2)^n}) = log(\frac{2^n}{\sqrt{n}} * c) = n - \frac{1}{2}logn = \Theta(n)$$