# Práctica 2
# El método de Newton-Raphson

En esta práctica abordamos el problema de aproximar raíces de ecuaciones de la forma

$$f(x) = 0\,,$$

donde $f$ es una función real de variable real. Para ello, emplearemos el método de Newton-Raphson.

El método de Newton-Raphson puede ser mucho más rápido que el método de bisección. Sin embargo, sólo se puede aplicar cuando la función es derivable, y puede fallar fácilmente. Aún así, es un método muy eficaz y muy empleado en cálculo numérico. A diferencia del método de bisección, el método de Newton-Raphson requiere tanto el valor de la función como el de su derivada en cada aproximación.

## Existencia de solución

Supongamos que queremos resolver la ecuación

$$\cos(x) = x\,.$$

En primer lugar, queremos saber si esta ecuación tiene alguna solución.

**Ejercicio 1**
*Representa las funciones* $y = \cos(x)$ *e* $y = x$ *en la misma gráfica en el intervalo* $[-\pi, \pi]$.
*Puedes observar que las dos gráficas se cortan, mostrando que la ecuación* $\cos(x) = x$ *tiene una solución en el intervalo* $[-\pi, \pi]$.

## Implementación del método de Newton-Raphson

Para resolver la ecuación $\cos(x) = x$, la escribimos en primer lugar en la forma $f(x) = 0$ e implementamos la función correspondiente.

**Ejercicio 2**
*Escribe un fichero* `.m` *llamado* `f.m` *que defina la función*

$$f(x) = \cos(x) - x\,.$$

*El fichero debería comenzar como sigue:*

```
%y=f(x) calcula la funcion y=cos(x)-x
%Escribe aqui tu nombre y la fecha

function y=f(x)
y=?
```

**Ejercicio 3**
*Dado que en el método de Newton-Raphson se necesita también la derivada de la función, escribe otro fichero* `.m`*, llamado* `df.m`*, que devuelva la derivada de la función* $f$*, incluyendo los comentarios necesarios.*

El algoritmo de Newton-Raphson es como sigue:

1. Sea $x_0$ una aproximación inicial a la raíz.
2. Para $k = 1, 2, \ldots, max\_it$:

   i. Calcular $x_k = x_{k-1} - \dfrac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$ si $f'(x_{k-1}) \neq 0$

   ii. Criterio de parada: si se verifica, tomar $x_k$ como aproximación a la raíz y parar.

**Ejercicio 4**
*Construye la función* `newton` *que implemente el algoritmo de Newton-Raphson para aproximar una raíz de una función dada $f$. Como datos de entrada, deberá figurar la función y su derivada, la aproximación inicial* `x0`*, la tolerancia de error* `tol` *y el número máximo de iteraciones* `maxIt`*. Los datos de salida serán la aproximación a la raíz obtenida,* `x`*, y el número de iteraciones realizadas,* `nIt`*. La primera línea de la función debe ir precedida de comentarios en los que se especifique cómo se llama a la función, qué hace la función, el significado de las variables de entrada y de salida, tu nombre y la fecha. Emplea el comando* `help` *para comprobar que tus comentarios son correctos.*

**Ejercicio 5**
*Para llamar a la función* `newton` *debes emplear el caracter* `@` *de la siguiente manera:*
```
[x,nIt]=newton(@f1,@df1,0,1.0e-10,100)
```
*donde* `f1.m` *es una función que devuelve $f_1(x) = x - 2$ y* `df1.m` *es una función que devuelve $f_1'(x)$.*

# Validación

**Ejercicio 6**

1. *Modifica tu código de manera que, en cada iteración, muestre por pantalla la aproximación a la raíz* `x` *y el error estimado.*
2. *Cuando la función $f$ de la que se quiere calcular una raíz es lineal, el método de Newton-Raphson debe encontrar dicha raíz en una única iteración. Compueba tu algoritmo utilizando la ecuación $x - 2 = 0$, partiendo de $x_0 = 10$. ¿Encuentra tu algoritmo la raíz $x^* = 2$? ¿Cuántas iteraciones realiza el algoritmo? ¿Por qué?*
3. *Emplea el algoritmo anterior para aproximar la raíces de la ecuación $x^2 - 2 = 0$ variando la aproximación inicial* `x0`*. ¿Detecta tu algoritmo si un iterante presenta derivada nula? En caso negativo, realiza esta mejora.*
4. *Utiliza el algoritmo anterior para obtener una aproximación de la raíz de $f(x) = \cos(x) - x$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$. ¿Cuántas iteraciones han sido necesarias?*

# Ejercicios

**Ejercicio 7**
*Modifica tu algoritmo de modo que represente gráficamente los diferentes iterantes calculados.*

**Ejercicio 8**
*Utiliza tu algoritmo para encontrar una aproximación a la raíz de las ecuaciones siguientes partiendo de las aproximaciones iniciales indicadas:*

1. $x^2 - 9 = 0$, *con* $x_0 = 0{,}1$
2. $x^5 - x - 1 = 0$, *con* $x_0 = 10$
3. $x\,e^{-x} = 0$, *con* $x_0 = 0{,}1$
4. $2\cos(3x) - e^x = 0$, *con* $x_0 = 0{,}1$ *y* $x_0 = 1{,}5$

*Anota en cada caso la aproximación obtenida y el número de iteraciones realizadas.*