1.1 Kinematik eines Massenpunktes

1.1.1 Grundbegriffe

Geschwindigkeit: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}$

Beschleunigung: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$

1.1.2 Geradlinige Bewegung

kinematische Grundaufgaben:

1) $a=0 \rightarrow$ $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$

2) $a=a_0 \rightarrow \sqrt{v(t)=v_0+a_0t}$

3) $a=a(t) \rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(\overline{t}) d\overline{t}$

4) $a=a(v) \rightarrow \left[t = t_0 + \int_{a(\overline{v})}^{v} d\overline{v} = f(v)\right]$

5) $a=a(x) \rightarrow \left| \frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}v_0^2 + \int_0^x a(\overline{x})d\overline{x} = f(x) \right| \left| v(x) = \sqrt{2f(x)} \right|$

1.1.3 ebene Bewegung, Polarkoordinaten

Geschwindigkeit: $\vec{v} = \dot{r} = \dot{r}\dot{e}_r + r\dot{\phi}\vec{e}_{\phi}$; $v_r = \dot{r}$, $v_{\phi} = r\dot{\phi}$ Beschleunigung: $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_{\phi}$; $a_r = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2$, $a_{\phi} = r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}$

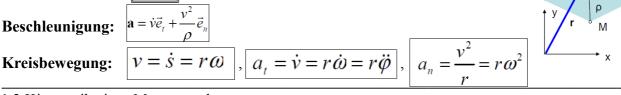
Sonderfall – Kreisbewegung: $\vec{r} = r\vec{e}_r$, $\vec{v} = r\omega \vec{e}_{\varphi}$, $\vec{a} = -r\omega^2 \vec{e}_r + r\dot{\omega}\vec{e}_{\varphi}$

 $\overline{v = v_{\omega} = r\omega, a_{\omega} = r\dot{\omega}, a_{r} = -r\omega^{2}}$

Spezialfall ω =const : $v = r\omega$, $a_{\varphi} = 0$, aber $a_r = -r\omega^2 = -\frac{v^2}{r}$

1.1.4 räumliche Bewegung, natürliche Koordinaten

Geschwindigkeit: $|\mathbf{v} = v\vec{e}_t|$



1.2 Kinematik eines Massenpunktes

Impulssatz, Stoß: $mv - mv_0 = \int_{t_0}^{\infty} F d\bar{t}$ $\rightarrow : m\bar{v}_x - mv_x = \hat{F}_x$ $\uparrow : m\bar{v}_y - mv_y = \hat{F}_y$

Momentensatz: $\Theta^{(O)} = mr^2$ $\Theta^{(O)}\ddot{\varphi} = M^{(O)}$

 $E_{k1} - E_{k0} = W$ Leistung/Wirkungsgrad: $P = \frac{dW}{dt}$ **Arbeitssatz:**

Energiesatz:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k0} + E_{p0} = const$$

Bewegungsgleichung: Kräfte-/Momentensatz

1. n Koordinaten wählen, positive allgemeine Lage

2. Beschleunigung in gewählten Koordinaten

3. Freischnitt in allgemeiner Lage, Kräfte/Momente eintragen

Entgegengesetzt der positiven Beschleunigungsrichtungen alle Scheinkräfte eintragen 4

5. Skalare Auswertung des Kräfte-/Momentengleichgewichts

6. Anzahl der Freiheitsgrade f

(n-f) kinematische Beziehungen zwischen den Koordinaten 7.

Elimination der Zwangskräfte → Bewegungsgleichung

2.1 Kinetik eines Systems von Massenpunkten

Schwerpunktsatz: $|ma_s = \overline{F}|$



Der Schwerpunkt bewegt sich so, als ob die Gesamtmasse in ihm vereinigt wäre und alle äußeren Kräfte an ihm angreifen.

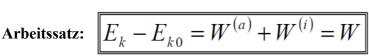
Impulssatz:

$$\mathbf{p} = \sum_{i} \mathbf{p}_{i} = \sum_{i} m_{i} \mathbf{v}_{i} = m \mathbf{v}_{S}$$

$$\mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \int_{t_0}^t \mathbf{F} d\bar{t} = \hat{\mathbf{F}}$$

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M_a$$

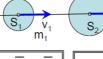
Momentensatz um feste Achse: $\Theta_a \ddot{\varphi} = M_a$ Richtung M und φ gleich!!! \rightarrow



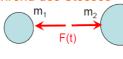
Energiesatz:
$$E_k + E_p^{(a)} + E_p^{(i)} = E_{k0} + E_{p0}^{(a)} + E_{p0}^{(i)} = const$$

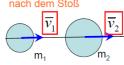


gerader, gerader, zentrischer Stoß: S₁ V₁ S₂ V₂









 $e=1 \rightarrow elast.$ $e=0 \rightarrow plast.$

$$e = -\frac{\overline{v}_1 - \overline{v}_2}{v_1 - v_2}$$

$$\overline{v}_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1}$$

$$\overline{v}_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - e m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}, \overline{v}_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + e m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Beispiel:
$$m_1(v^*-v_1) = -\hat{F}_K \ m_2(v^*-v_2) = +\hat{F}_K \ m_2(\overline{v_2}-v^*) = +\hat{F}_R \ m_2(\overline{v_2}-v^*) = +\hat{F}_R \ m_2(\overline{v_2}-v^*) = +\hat{F}_R$$

$$| m_1(\overline{v}_1 - v^*) = -\hat{F}_R$$

$$| m_2(\overline{v}_2 - v^*) = +\hat{F}_R$$

$$\hat{F}_{\scriptscriptstyle R} = e \hat{F}_{\scriptscriptstyle K}$$

Berührungsebene

schiefer. zentrischer Stoß:

$$e = -\frac{\overline{v}_{1x} - \overline{v}_{2x}}{v_{1x} - v_{2x}} \qquad \boxed{\overline{v}_{1y} = v_{1y}}_{\overline{v}_{2y} = v_{2y}} \quad \text{-Massen sind glatt}_{\text{-in x wie gerade.}}$$

$$\overline{\overline{v}}_{1y} = v_{1y}$$

$$\overline{v}_{2y} = v_{2y}$$

3. Kinematik und Kinetik des starren Körpers

3.1 Kinematik

allgemeine Bewegung = Translation + Rotation

Momentanpol:







3.2 Kinetik der Rotation um eine

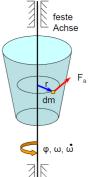
feste Achse, Momentensatz:

ensatz:
$$\Theta_a \dot{\omega} = M_a \qquad \Theta_a = \int r^2 dm$$

Drehimpulssatz: $L_a = \Theta_a \omega$ $\dot{L}_a = M_a$ $\Theta_a(\omega - \omega_0) = \int_{t_0}^t M_a d\bar{t}$

wenn M=0, Drehimpuls bleibt

const.



Satz von Steiner:
$$\Theta_a = \Theta_s + r_s^2 m$$

$$E_k - E_{k0} = W$$

Arbeitssatz:
$$E_k - E_{k0} = W$$
, $E_k = \frac{1}{2} \Theta_a \omega^2$, $W = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_a d\overline{\varphi}$

$$, \ \overline{W = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_a d\overline{\varphi}}$$

Energiesatz:
$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0} = const$$
 Leistung: $P = \frac{dW}{dt} = M_a \omega$

$$P = \frac{dW}{dt} = M_a \omega$$

3.3 Kinetik der ebenen Bewegung – Kräfte- und Momentensatz:

Schwerpunktsatz/Kräftesatz: $|m\ddot{x}_S = F_x$, $m\ddot{y}_S = F_y$

$$m\ddot{x}_S = F_x$$
, $m\ddot{y}_S = F_y$

$$\Theta_{S}\ddot{\varphi} = M_{S}$$

Drallsatz/Momentensatz: $\Theta_{S}\ddot{\varphi} = M_{S}$ $\Theta_{A}\ddot{\varphi} = M_{A}$ - Sonderfall: reine Rotation u festen Punkt A (z.B. Lager) Sonderfall: reine Rotation um

Impulssatz:
$$\begin{bmatrix}
m\dot{x}_{S} - m\dot{x}_{S0} = \hat{F}_{x}, & m\dot{y}_{S} - m\dot{y}_{S0} = \hat{F}_{y} \\
\Theta_{S}\dot{\phi} - \Theta_{S}\dot{\phi}_{0} = \hat{M}_{S}
\end{bmatrix} - \begin{array}{c} \text{bezügl.} \\
\text{Schwerpkt.} \\
\Theta_{A}\dot{\phi} - \Theta_{A}\dot{\phi}_{0} = \hat{M}_{A}
\end{bmatrix} - \begin{array}{c} \text{bezügl. for } \\
\text{Punkt A}$$

kinetische Energie:
$$E_{k} = \frac{1}{2}mv_{S}^{2} + \frac{1}{2}\Theta_{S}\omega^{2}$$

$$E_{k} = \frac{1}{2}\Theta_{A}\omega^{2}$$

$$A - \text{fest}$$
Energiesatz

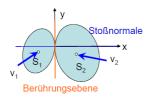
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\scriptscriptstyle A} = 0 \;,\; \dot{y}_{\scriptscriptstyle A} = 0 \\ \Theta_{\scriptscriptstyle A} \dot{\varphi} - \Theta_{\scriptscriptstyle A} \dot{\varphi}_{\scriptscriptstyle 0} = \hat{M}_{\scriptscriptstyle A} \end{bmatrix} - \begin{array}{l} \text{bezügl. festen} \\ \text{Punkt A} \\ \end{array}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv_S^2 + \frac{1}{2}\Theta_S\omega^2$$

$$E_k - E_{k0} = W$$

Arbeitssatz, Energiesatz:
$$E_k - E_{k0} = W$$
 - Arbeitssatz $E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0} = const$

exzentrischer, schiefer Stoß, zwei glatte Körper:

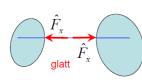


$$\Rightarrow: m_1(\overline{v}_{1x} - v_{1x}) = -\hat{F}_x$$

$$\uparrow: m_1(\overline{v}_{1y} - v_{1y}) = 0$$

$$f: M_1(\overline{v}_{1y} - v_{1y}) = 0$$

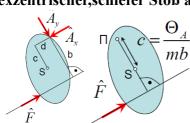
$$f: M_1(\overline{v}_{1y} - v_{1y}) = 0$$



$$\overline{v}_{1x} = v_{1x} - \frac{\hat{F}_x}{m_1}, \ \overline{v}_{1y} = v_{1y}, \ \overline{\omega}_1 = \omega_1 + \frac{a_1 \hat{F}_x}{\Theta_{S_1}},$$

$$\overline{v}_{2x} = v_{2x} + \frac{\hat{F}_x}{m_2}, \ \overline{v}_{2y} = v_{2y}, \ \overline{\omega}_2 = \omega_2 - \frac{a_2 \hat{F}_x}{\Theta_{S_2}}$$
Schwerpunkts- und
Winkelgeschwindigkeiten vor/
nach dem Stoß

exzentrischer, schiefer Stoß auf einen gelagerten Körper:

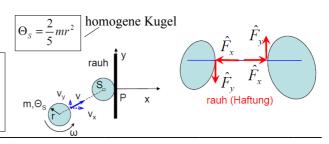


$$c = \frac{\Theta_A}{mb}$$
, $d = 0$ — Lagerreaktionen verschwinden, wenn $d = 0$

$$\hat{A}_x = \hat{F}\left(1 - \frac{mcb}{\Theta_A}\right), \ \hat{A}_y = \hat{F}\frac{mdb}{\Theta_A}$$
 — Lagerreaktionen

schiefer Stoß bei rauhem Körper:

$$\overline{v}_y^P = 0 = \overline{v}_y + r\overline{\omega}$$



3.4 Kinetik der räumlichen Bewegung:

Kräftesatz:
$$m\mathbf{v}_{S} = \mathbf{p}$$
 $m\ddot{\mathbf{r}}_{S} = \mathbf{F}$

Momentensatz:
$$\dot{\mathbf{L}}^{(A)} - (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{AS}) \times \mathbf{v}_{A} m = \mathbf{M}^{(A)}$$
 $\dot{\mathbf{L}}^{(S)} = \mathbf{M}^{(S)}$ $\dot{\mathbf{L}}^{(A)} = \mathbf{M}^{(A)}$, $A - \text{fest}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}^{(A)} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{x}^{(A)} \\ \mathbf{L}_{y}^{(A)} \\ \mathbf{L}_{z}^{(A)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{x} \omega_{x} + \Theta_{xy} \omega_{y} + \Theta_{xz} \omega_{z} \\ \Theta_{yx} \omega_{x} + \Theta_{y} \omega_{y} + \Theta_{yz} \omega_{z} \\ \Theta_{zx} \omega_{x} + \Theta_{zy} \omega_{y} + \Theta_{z} \omega_{z} \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta}^{(A)} \cdot \mathbf{\omega}$$

axiale Massenträgheitsmomente:

$$\Theta_x = \int (y^2 + z^2) dm$$
, $\Theta_y = \int (z^2 + x^2) dm$, $\Theta_z = \int (x^2 + y^2) dm$

Deviations- bzw. Zentrifugalmomente:

$$\Theta_{xy} = \Theta_{yx} = -\int xydm \; , \; \Theta_{yz} = \Theta_{zy} = -\int yzdm \; , \; \Theta_{zx} = \Theta_{xz} = -\int zxdm$$

Eulersche Gleichungen:

$$\Theta^{(A)}.\dot{\omega} + \omega \times (\Theta^{(A)} \cdot \omega) = \mathbf{M}^{(A)}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{\Theta}^{(A)}.\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \left(\mathbf{\Theta}^{(A)} \cdot \boldsymbol{\omega} \right) = \mathbf{M}^{(A)} \\ \hline \\ \boldsymbol{\Theta}_{1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{1} - \left(\boldsymbol{\Theta}_{2} - \boldsymbol{\Theta}_{3} \right) \boldsymbol{\omega}_{2} \boldsymbol{\omega}_{3} = \boldsymbol{M}_{1} \\ \boldsymbol{\Theta}_{2}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{2} - \left(\boldsymbol{\Theta}_{3} - \boldsymbol{\Theta}_{1} \right) \boldsymbol{\omega}_{3} \boldsymbol{\omega}_{1} = \boldsymbol{M}_{2} \\ \boldsymbol{\Theta}_{3}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{3} - \left(\boldsymbol{\Theta}_{1} - \boldsymbol{\Theta}_{2} \right) \boldsymbol{\omega}_{1} \boldsymbol{\omega}_{2} = \boldsymbol{M}_{3} \\ \end{array}$$

4. Schwingungen

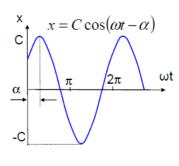
4.1 Grundbegriffe:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$x(t) = C\cos(\omega t - \alpha)$$

$$x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

harmonische Schwingung mit beliebigen Startwert harmonische Schwingung als Überlagerung von cosund sin-Schwingung



Ungedämpfte Schwingung:





$$\begin{array}{ccc}
 & \omega^2 & = \frac{c}{m} \\
 & \omega^2 & = \frac{c}{m}
\end{array}$$

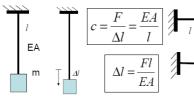
$$\omega^2 = \frac{c}{m}$$

Energie für ungedämpfte Schwingung:

$$E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 C^2 \sin^2(\omega t - \alpha) = \frac{1}{4}m\omega^2 C^2 [1 - \cos(2\omega t - 2\alpha)]$$

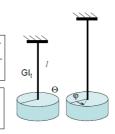
$$E_p = \frac{1}{2}cx^2 = \frac{1}{2}cC^2\cos^2(\omega t - \alpha) = \frac{1}{4}cC^2[1 + \cos(2\omega t - 2\alpha)]$$

Federzahlen elastische Systeme:



$$c = \frac{F}{w} = \frac{F}{w}$$

$$w = \frac{F}{3}$$



en elastische Systeme:
$$c = \frac{F}{\Delta l} = \frac{EA}{l}$$

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$$

$$\omega = \frac{Fl}{EA}$$

$$\omega = \frac{Fl^3}{3EI}$$

$$\omega = \frac{Fl^3}{3EI}$$

$$\omega = \frac{Fl}{EA}$$

$$\omega = \frac{Fl^3}{3EI}$$

$$\omega = \frac{Fl^3}{3EI}$$

$$\omega = \frac{Fl}{3EI}$$

$$\omega = \frac{Fl}{GI_t}$$

$$\omega = \frac{Fl^3}{3EI}$$

Parallelschaltung:

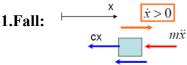


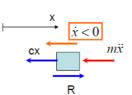
Reihenschaltung: $\left| \frac{1}{c^*} = \sum_i \frac{1}{c_i} \right|$ **Nachgiebigkeit:** $h = \frac{1}{c_i}$

$$\frac{1}{c^*} = \sum_j \frac{1}{c_j}$$

$$h = \frac{1}{c}$$

Gedämpfte freie Schwingung:





$$-: m\ddot{x} + cx = \begin{cases} -R & \text{für } \dot{x} > 0 \\ +R & \text{für } \dot{x} < 0 \end{cases}$$

mit

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad r = \frac{R}{c}$$

folgt:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \begin{cases} -\omega^2 r & \text{für } \dot{x} > 0 \\ +\omega^2 r & \text{für } \dot{x} < 0 \end{cases}$$

1.Abschnitt:

$$x = x$$
. $+ x$

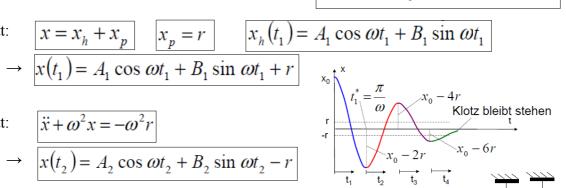
$$x_p = r$$

$$x_h(t_1) = A_1 \cos \omega t_1 + B_1 \sin \omega t_1$$

$$\Rightarrow x(t_1) = A_1 \cos \omega t_1 + B_1 \sin \omega t_1 + r$$

2. Abschnitt:
$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\omega^2 r$$

$$\rightarrow x(t_2) = A_2 \cos \omega t_2 + B_2 \sin \omega t_2 - r$$



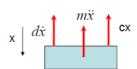
Dämpfung:

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad 2\delta = \frac{d}{m}$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\times \int d\dot{x}$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = 0$$



Dämpfungsgrad:

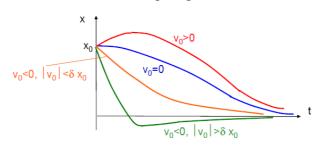
$$D = \frac{\delta}{\omega}$$

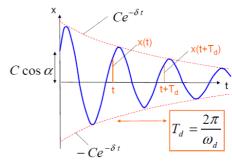
logarithmische Dekrement:

$$\Lambda = \ln \frac{x(t)}{x(t+T_d)} = \delta T_d = \frac{2\pi\delta}{\omega_d} = 2\pi \frac{D}{\sqrt{1-D^2}}$$

starke Dämpfung:

schwache Dämpfung:

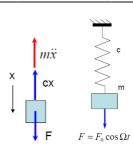




Erzwungene Schwingungen:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_0 \cos \Omega t$$

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad x_0 = \frac{F_0}{c}$$



$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} \qquad V = \frac{1}{1 - \eta^2}$$

$$x(t) = x_h + x_p = C\cos(\omega t - \alpha) + x_0 V\cos\Omega t$$

$$\Omega = \omega$$

$$\rightarrow x_p = 0.5x_0 \omega t \sin \omega t$$

Gedämpfte Schwingung:

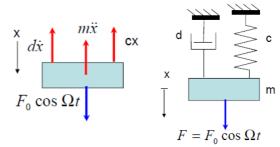
1a. Fall: (Krafterregung)

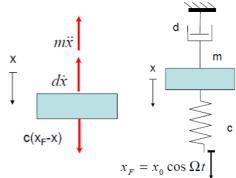
$$2\delta = \frac{d}{m}, \ \omega^2 = \frac{c}{m}, \ x_0 = \frac{F_0}{c}$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_0 \cos \Omega t$$

1b. Fall: (Endpunkterregung über Feder)

- DGL und Formel wie bei 1a.
- -E=1





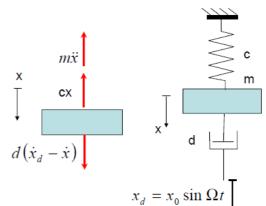
2. Fall: (Endpunkterregung über Dämpfer)

$$DGL: \frac{\delta}{\omega}, \eta = \frac{\Omega}{\omega}$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^{2} x = 2\delta \Omega x_{0} \cos \Omega t$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^{2} x = 2D \eta \omega^{2} x_{0} \cos \Omega t$$

- E=2D η

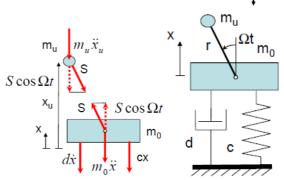


3. Fall: (Erregung über rotierende Unwucht)

$$m = m_0 + m_u, \quad x_0 = \frac{m_u}{m}r$$

DGL: $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = \omega^2 \eta^2 x_0 \cos \Omega t$

- $E=\eta^2$



$$\tan \varphi = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$$

Phasen-Frequenzgang: $\tan \varphi = \frac{2D\eta}{1-n^2}$ **Amplituden-Frequenzgang:**

$$V = \frac{E}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$$

5. Prinzipien der Mechanik:

Formale Rückführung der Kinetik auf die Statik:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\Theta_{S}\ddot{\varphi} = M_{S}$$

$$\vec{F} + \vec{F}_T = \vec{0}$$

$$\Theta_{S} \ddot{\varphi} = M_{S} \quad \vec{F} + \vec{F}_{T} = \vec{0} \quad M_{S} + M_{T,S} = 0$$

Bahn

Prinzip der virtuellen Arbeit:

$$m\vec{a} = \vec{F}^{(e)} + \vec{F}^{(z)}$$

$$\delta W = \vec{F}^{(e)}.\delta \vec{r}$$

$$\delta W_{\scriptscriptstyle T} = \vec{F}_{\scriptscriptstyle T}.\delta \vec{r} = -m\vec{a}.\delta \vec{r}$$

$$\delta W + \delta W_T = 0$$

Ein Massenpunkt bewegt sich so, dass bei einer virtuellen Verrückung die Summe der virtuellen Arbeiten der eingeprägten Kräfte und der Trägheitskräfte zu jedem Zeitpunkt verschwindet.

Lagrandsche Gleichungen 2. Art:

$$f_{3D} = 3n - r$$

$$f_{3D} = 3n - r$$
 Zahl kinematischer Bindungen

$$L = E_k - E_p$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad j = 1, ..., f$$

6. Relativbewegungen des Massenpunktes:

Translation des Bezugssystemes:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_{0P}$$

$$\vec{r}_{0P} = \xi \vec{e}_{\xi} + \eta \vec{e}_{\eta} + \zeta \vec{e}_{\zeta}$$

$$\vec{v}_a = \vec{v}_f + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_f = \dot{\vec{r}}_0$$

$$\vec{v}_r = \dot{\vec{r}}_{0P}$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_f + \vec{a}_r$$

$$\vec{a}_f = \ddot{\vec{r}}_0$$

$$\vec{a}_r = \ddot{\vec{r}}_{0P}$$

Translation und Rotation des Bezugssystemes:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_{0P}$$

$$\dot{\vec{r}}_{0P} = \frac{d^* \vec{r}_{0P}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{0P}$$

$$\vec{v}_a = \vec{v}_f + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_r = \frac{d^* \vec{r}_{0P}}{dt} \quad \boxed{\vec{v}_f = \vec{v}_0}$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_f + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_f + \vec{a}_r + \vec{a}_c \qquad \vec{a}_f = \vec{a}_0 + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{0P} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{0P}) \qquad \vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

$$\vec{a}_r = \frac{d^* \vec{v}_r}{dt} = \frac{d^{2*} \vec{r}_{0P}}{dt^2}$$

Sonderfall ebene Bewegung: $\vec{v}_f = \vec{v}_0 + r\omega\vec{e}_{\phi}$ $\vec{a}_f = \vec{a}_0 + r\dot{\omega}\vec{e}_{\phi} - r\omega^2\vec{e}_r$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + r\omega\vec{e}_0$$

$$\vec{a}_f = \vec{a}_0 + r\dot{\omega}\vec{e}_{\varphi} - r\omega^2\vec{e}_{\varphi}$$

Kinetik der Relativbewegung:

$$\boxed{m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_f + \vec{F}_c} \quad \boxed{\vec{F}_f = -m\vec{a}_f} \quad \boxed{\vec{F}_c = -m\vec{a}_c}$$

$$\vec{F}_f = -m\vec{a}_f$$

$$\vec{F}_c = -m\vec{a}_c$$

$$\boxed{m\vec{a}_r = \vec{F}}$$