

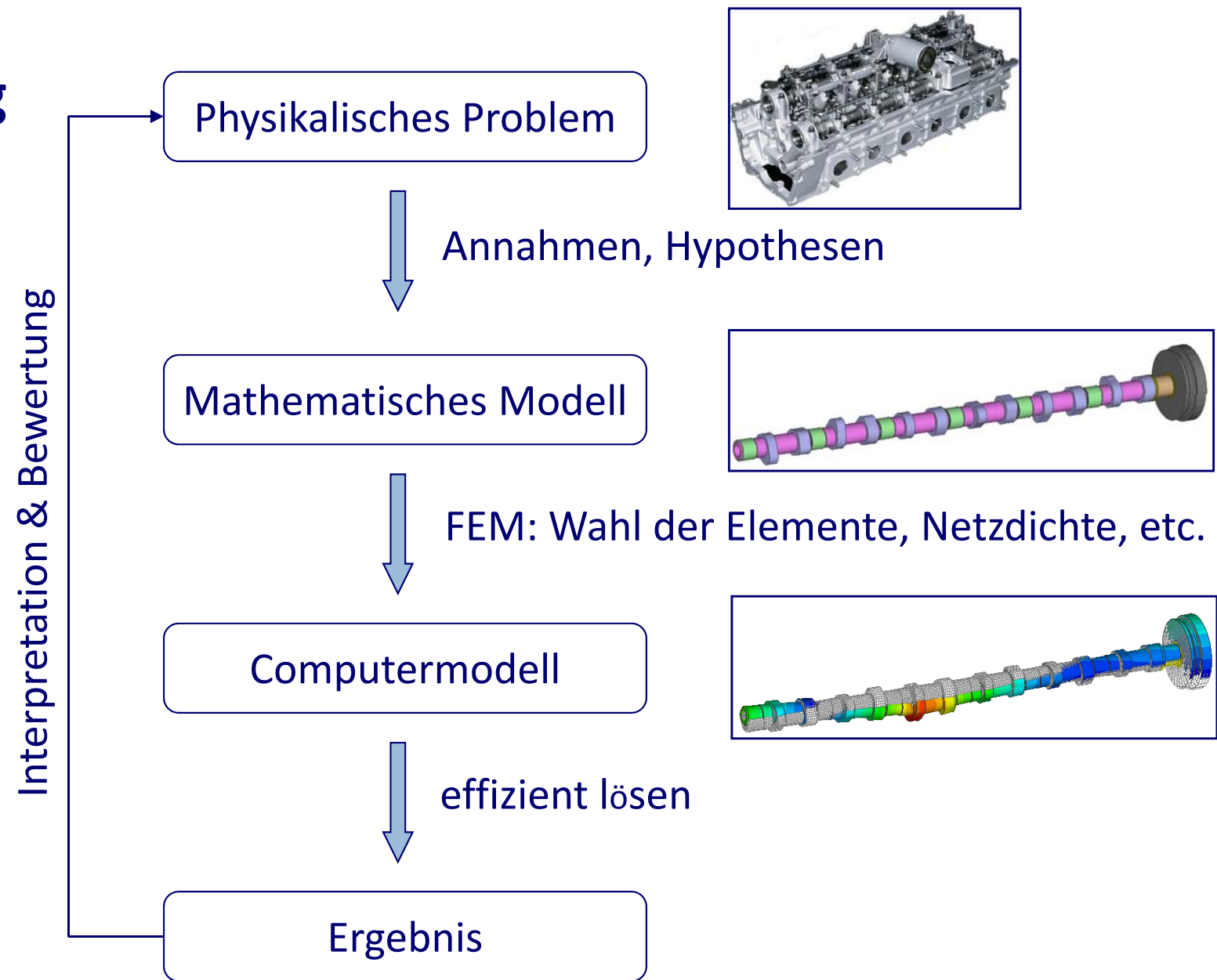
Modellierung mit FEM

Kapitel 4: Wahl des 'richtigen' Modells

Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch
Department Maschinenbau und Produktion
Fakultät Technik und Informatik
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

thomas.graetsch@haw-hamburg.de

Modellbildung

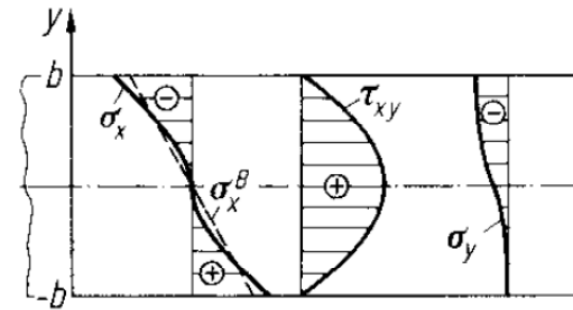
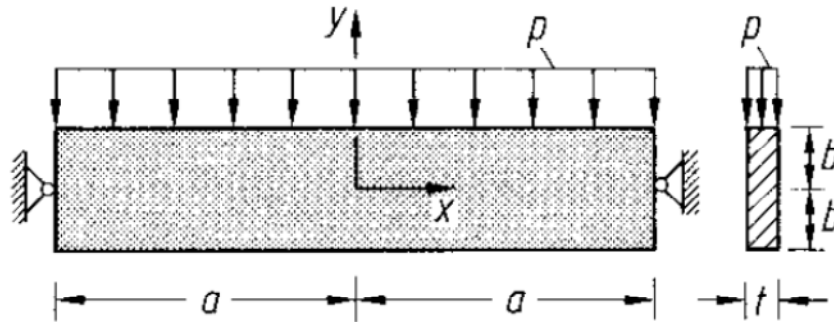


Mathematische Modelle in der Strukturmechanik

Modell	Spannungen	Verformungen	Belastung
Stab	$N = \int \sigma_x dA$	u	in x-Richtung
Balken	$Q = \int \tau_{xz} dA, \quad M = \int z \sigma_x dA$	w, w'	in z-Richtung
Scheibe	$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$	u, v	in der xy-Ebene
Platte	$Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_{xy}$	$w, w_{,x}, w_{,y}$	in z-Richtung
Kontinuum	$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	u, v, w	in x-, y- oder z-Richtung

⇒ Weitere spezielle Modelle: Torsionsstab, 3D-Balken, Membran, Schale, etc.

Balken oder Scheibe?



Die Maximalbeträge der Spannungen ergeben sich zu

$$\sigma_x^{\max} = p \frac{3}{4} \frac{a^2}{b^2} \left(1 + \frac{4}{15} \frac{b^2}{a^2} \right), \quad \tau_{xy}^{\max} = p \frac{3}{4} \frac{a}{b}, \quad |\sigma_y^{\max}| = p.$$

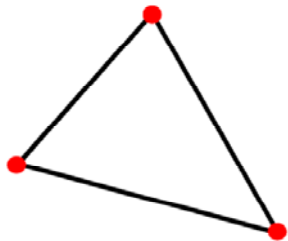
Die Abweichung zwischen Balkentheorie und Scheibentheorie ist bei der Spannung σ_x von der Größenordnung $(b/a)^2$, während τ_{xy} exakt ist.

⇒ Empfehlung: Verwendung von Balken bei $b/a < 1/5$, sonst Scheibe

Vom mathematischen Modell zum FEM-Modell

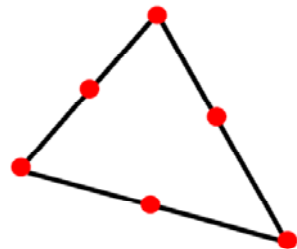
- Grundsatz: Auswahl des finiten Elements entsprechend des zuvor gewählten mathematischen Modells
- Praxis: “Nur” Auswahl des finiten Elements, das mathematische Modell liegt jedoch stets implizit zugrunde
- Das FE-Modell enthält nur die Schnittgrößen und Verformungsgrößen des zugrunde liegenden mathematischen Modells
- Die Lösung kann daher bestenfalls nur “so gut sein” wie die des mathematischen Modells

2D-Finite Elemente



TRIA3 (CST-Element)

- 3 Knoten, 6 Fhg., linearer Ansatz
- nur konstante Dehnungen und Spannungen, somit große Spannungssprünge beim Elementübergang bei gröberen Netzen
- Lösung i.A. zu steif bei Biegeproblemen
- praktische Bedeutung nur noch bei Spezialproblemen, z.B. Optimierung



TRIA6

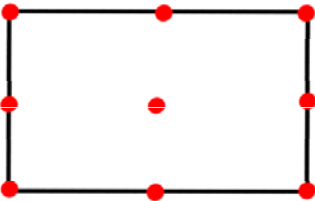
- 6 Knoten, 12 Fhg., vollständiger quadratischer Ansatz
- lineare Dehnungen und Spannungen im Element
- gutes Verformungs- und Spannungsverhalten
- gut geeignet für komplexe Geometrien

2D-Finite Elemente



QUAD4

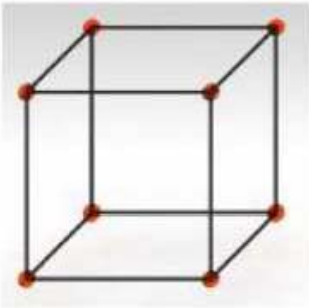
- 4 Knoten, 8 Fhg., linearer Ansatz
- lineare Dehnungen und Spannungen im Element
- besseres Verformungsverhalten als TRIA3-Element



QUAD9

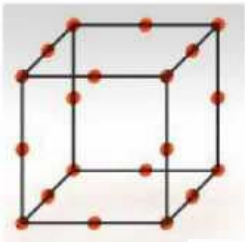
- 9 Knoten, 18 Fhg., vollständiger quadratischer Ansatz
- lineare Dehnungen und Spannungen im Element
- sehr gutes Verformungs- und Spannungsverhalten
- bestes Scheibenelement unter den hier genannten

3D-Finite Elemente



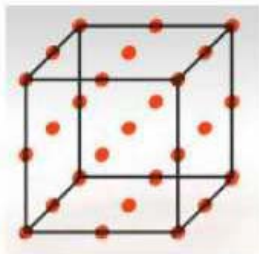
HEXA8

- 8 Knoten, 24 Fhg., linearer Ansatz
- sehr gutes Verhältnis von Aufwand zum Nutzen, oftmals aber geometrisch nicht umsetzbar oder Vernetzung zu aufwendig

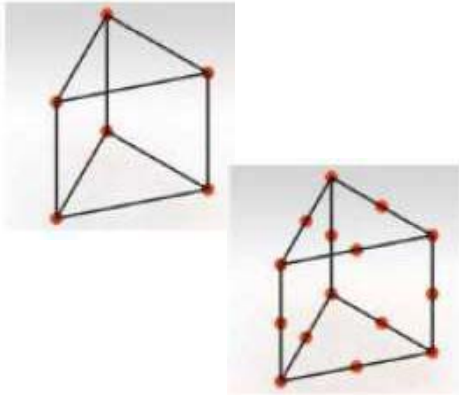


HEXA20 / HEXA27

- 20/27 Knoten, 60/81 Fhg., vollständiger quadr. Ansatz bei HEXA27
- HEXA20: Nicht konformes Element (sog. „Serendipity-Element“)
- Für die Praxis i. A. zu rechenintensiv
- oftmals geometrisch nicht umsetzbar oder Vernetzung zu aufwendig

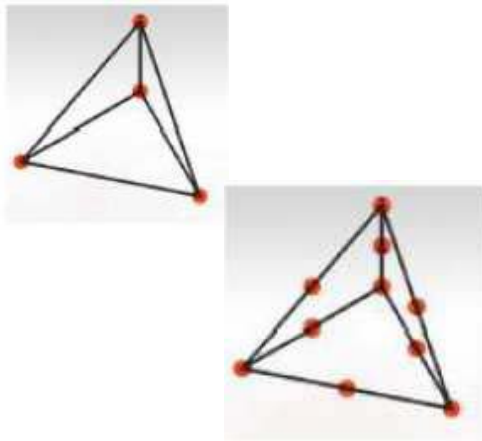


3D-Finite Elemente



PENTA6 / PENTA15

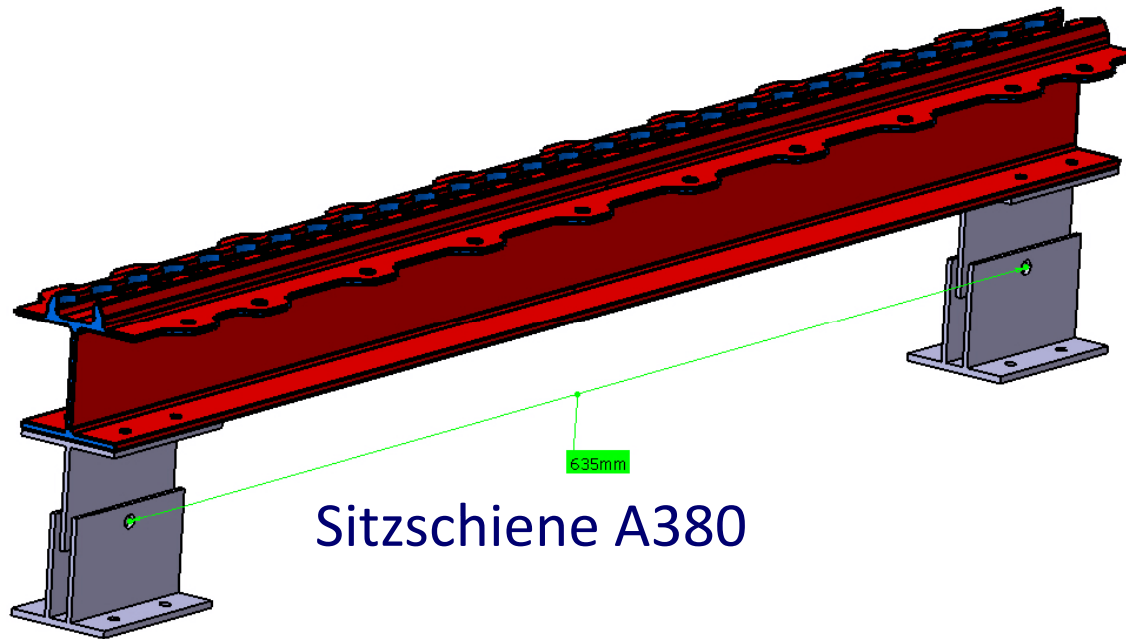
- 6/15 Knoten, 18/45 Fhg., linearer bzw. quadratischer Ansatz
- In der Regel zum Auffüllen von HEXA-Netzen



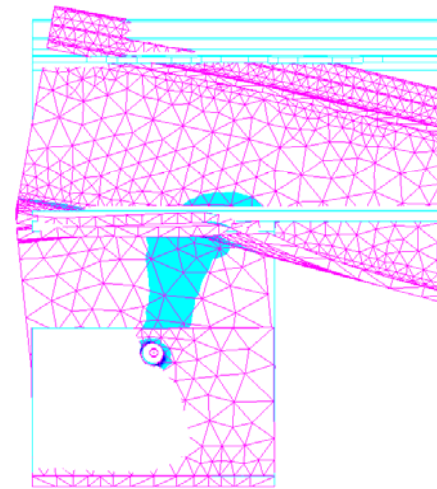
TET4 / TET10

- 4/10 Knoten, 12/30 Fhg., linearer bzw. quadratischer Ansatz
- TET4 ähnlich wie TRIA3 zu steif bei Biegeproblemen
- TET10 universell einsetzbares Element zur Vernetzung beliebiger Geometrien, automatische Netzgenerierung möglich

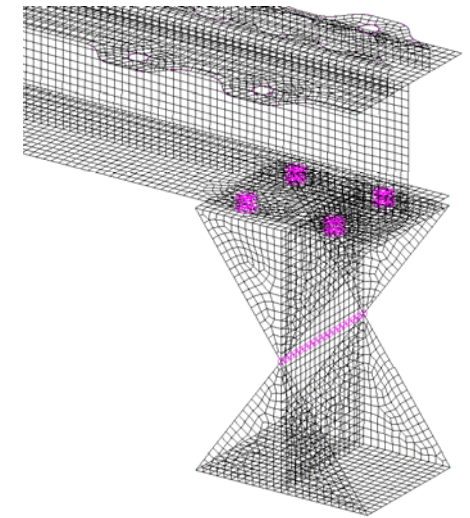
2D- oder 3D-Elemente?



Sitzschiene A380



Volumenmodell

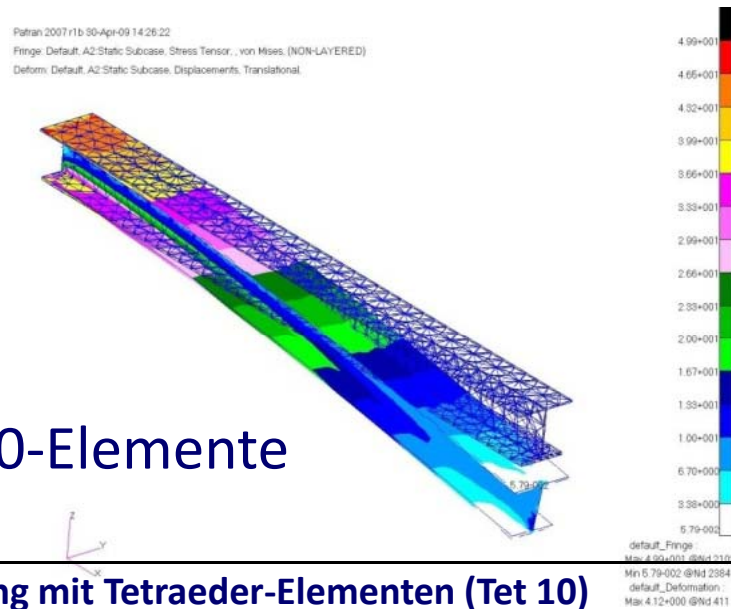


Schalenmodell

	Schalenmodell	Volumenmodell	Abweichungen
max. Verschiebung	6,10 mm	5,85 mm	4,3 %
max. Spannungen	330 MPa	354 MPa	7,3 %
DOF	102684	567712	ca. 450 %

Tetraeder oder Hexaeder?

Tet10-Elemente



Vernetzung mit Tetraeder-Elementen (Tet 10)

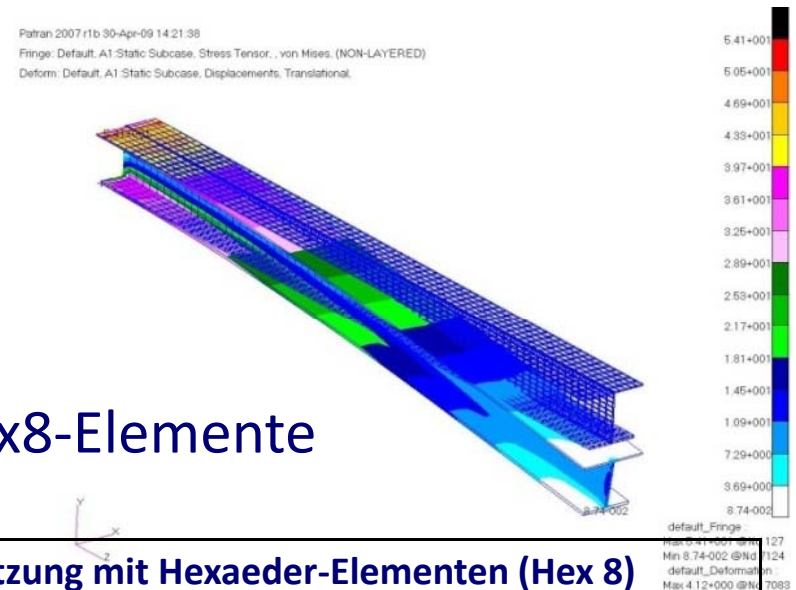
6871 Knoten

max. Durchbiegung : 4,12mm

Eigenfrequenzen

1. 2,46 Hz
2. 3,4383 Hz
3. 4,1286 Hz
4. 13,841 Hz
5. 17,265 Hz

Hex8-Elemente



Vernetzung mit Hexaeder-Elementen (Hex 8)

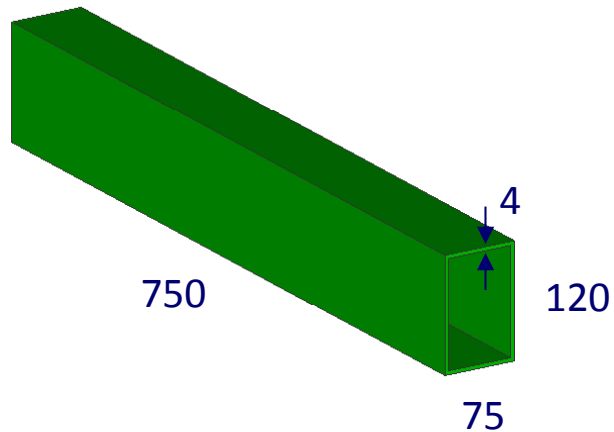
7128 Knoten

max. Durchbiegung : 4,12mm

Eigenfrequenzen

1. 2,4576 Hz
2. 3,4084 Hz
3. 4,1275 Hz
4. 13,709 Hz
5. 17,079 Hz

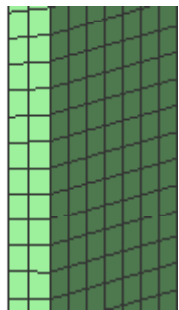
Wieviel 3D-Elemente über die Dicke?



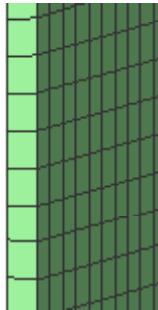
Modellbeispiel Kastenrohr:

AlSi10Mg

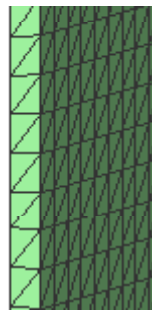
$E=75000$, $\nu=0.3$, $\rho=2.86E-6$



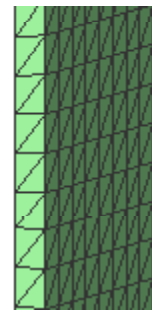
mesh1:
Hexa8,
 $l=5.0$
 $h=2.5$



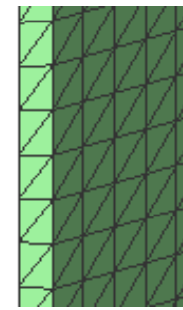
mesh2:
Hexa8,
 $l=5.0$
 $h=5.0$



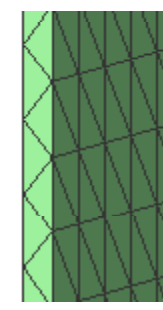
mesh3:
Tet4,
 $l=5.0$
 $h=5.0$



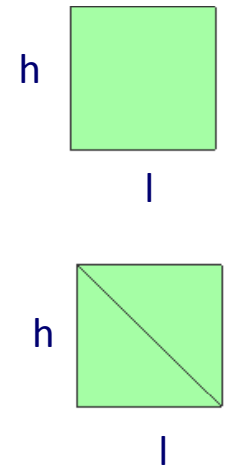
mesh4:
Tet10,
 $l=5.0$
 $h=5.0$



mesh5:
Tet10,
 $l=10.0$
 $h=5.0$

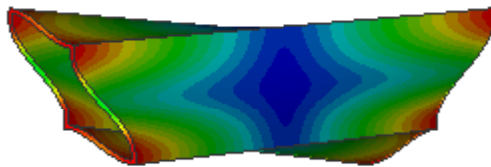


mesh6:
Tet10,
 $l=10.0$
 $h=10.0$

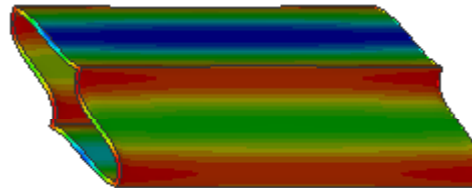


Wieviel 3D-Elemente über die Dicke?

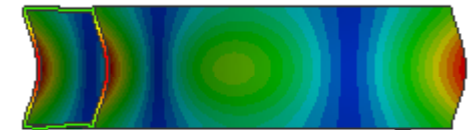
Eigenformen



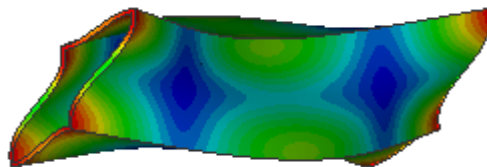
1. eigenmode



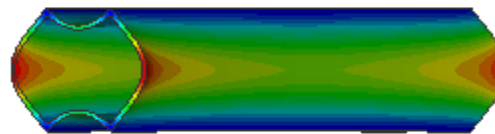
2. eigenmode



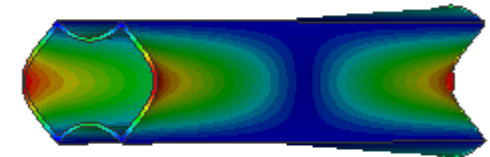
3. eigenmode



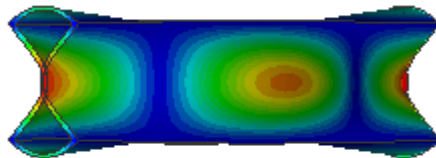
4. eigenmode



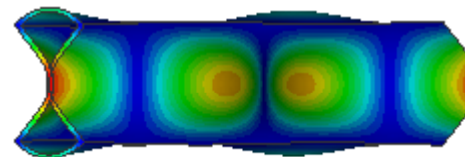
5. eigenmode



6. eigenmode



7. eigenmode



8. eigenmode

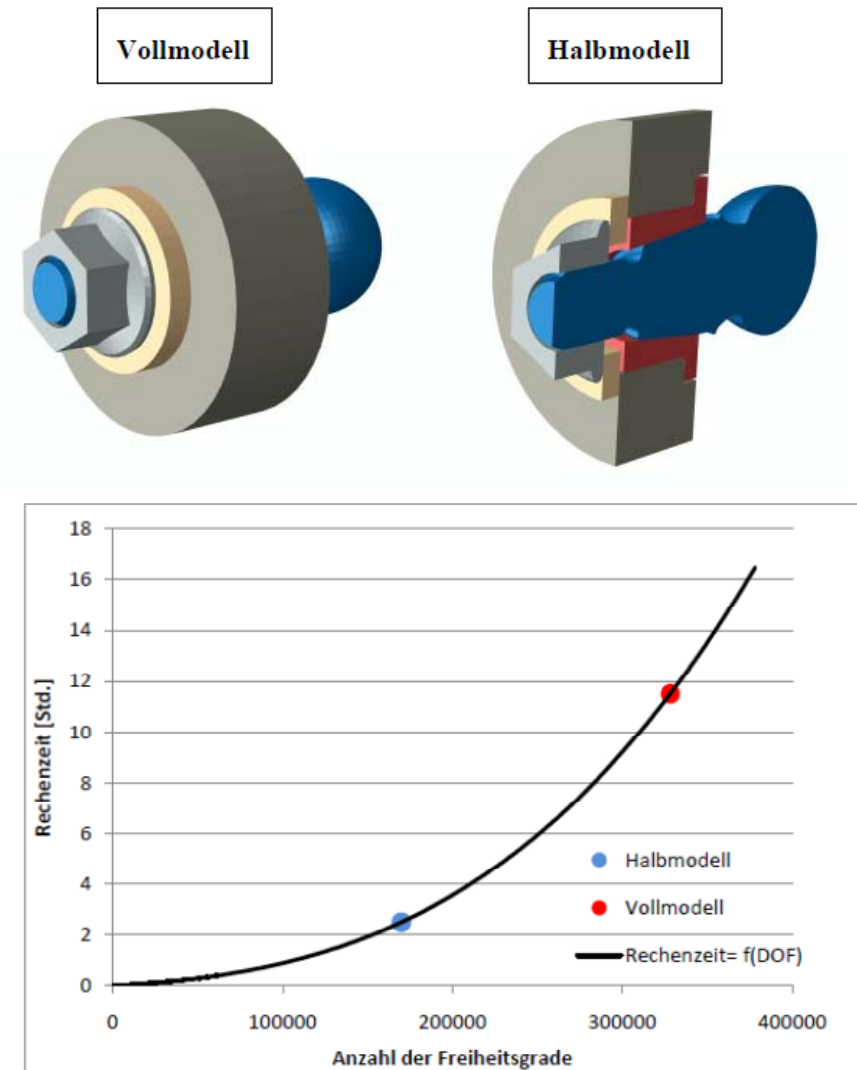
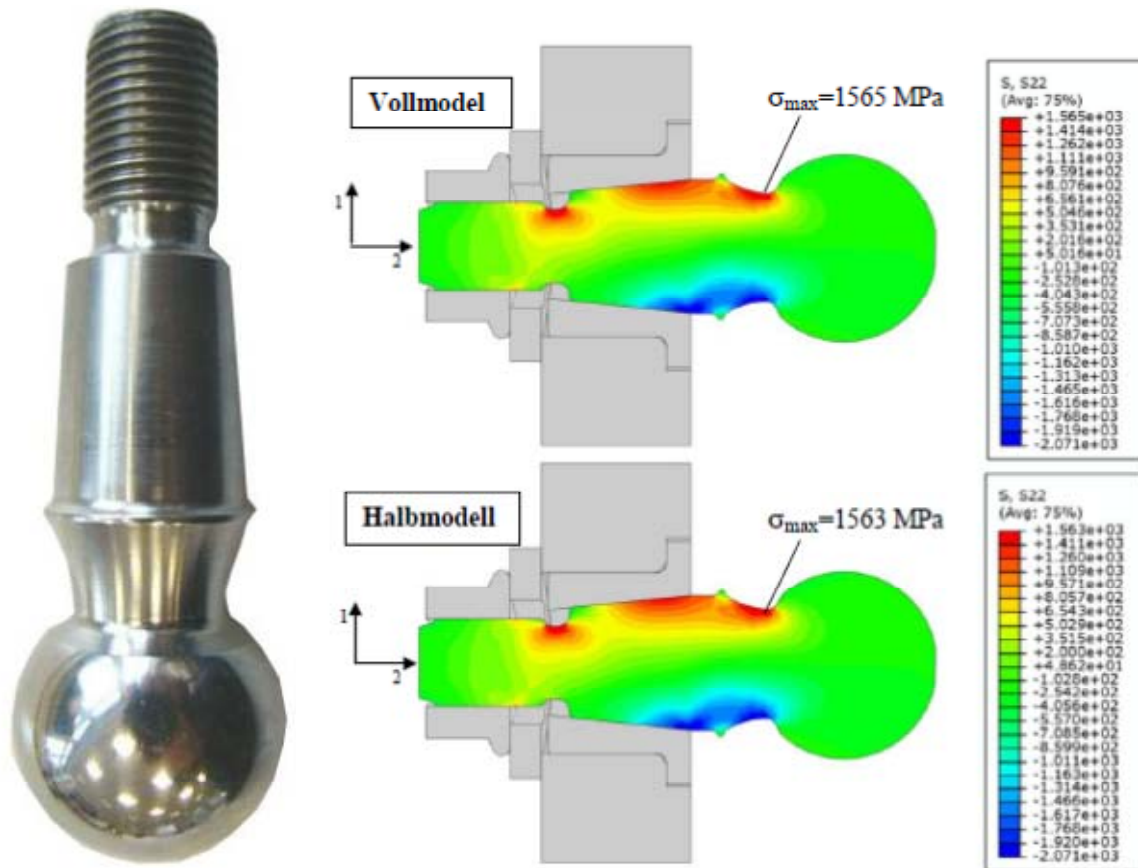
Wieviel 3D-Elemente über die Dicke?

Freq.	mesh1 [Hz]	mesh2 [Hz]	mesh3 [Hz]	mesh4 [Hz]	mesh5 [Hz]	mesh6 [Hz]
DOF	201.132	67.044	69.093	419.667	213.444	97.848
1	662	664	903	663	663	690
2	718	720	1209	719	719	750
3	828	830	1282	829	829	837
4	947	948	1337	948	948	966
5	1011	1012	1496	1012	1012	1026
6	1023	1024	1867	1024	1024	1038
7	1069	1070	2039	1070	1070	1086
8	1144	1146	2060	1146	1147	1166



⇒ Empfehlung: mind. 2 Elemente über Dicke, Hexa8 oder Tet10

Ausnutzung von Symmetrie

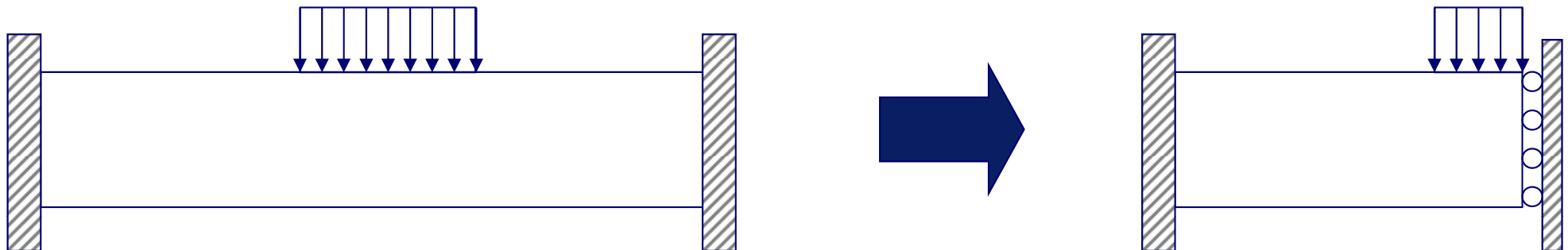


Ausnutzung von Symmetrie

Symmetriemodell immer dann möglich, wenn

- Geometrie,
- Randbedingungen und
- Belastung

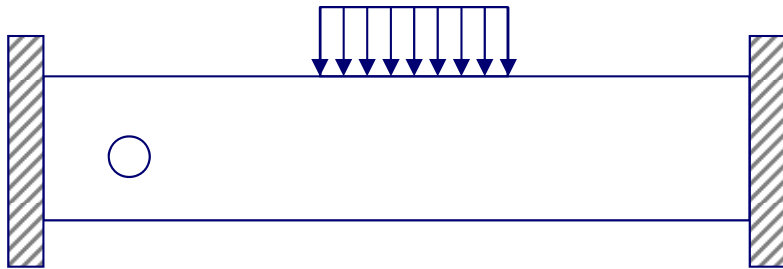
zu mind. einer Achse symmetrisch



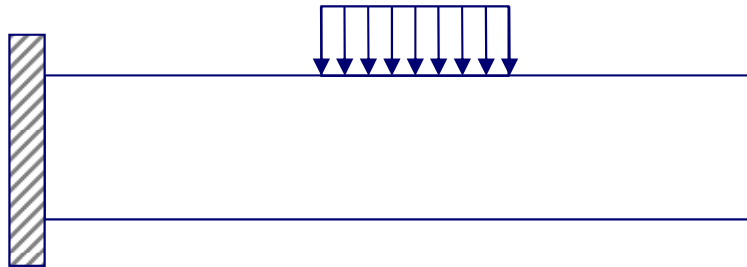
Symmetriemodell

Ausnutzung von Symmetrie

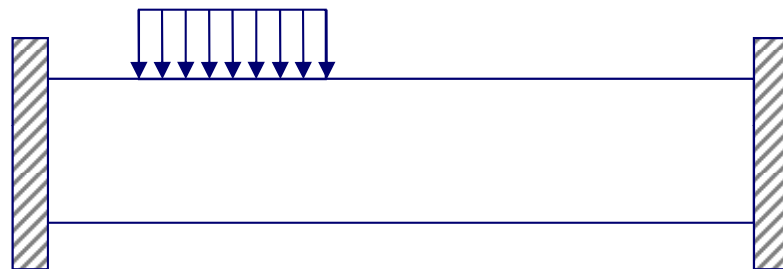
Gegenbeispiele



Geometrie nicht symmetrisch



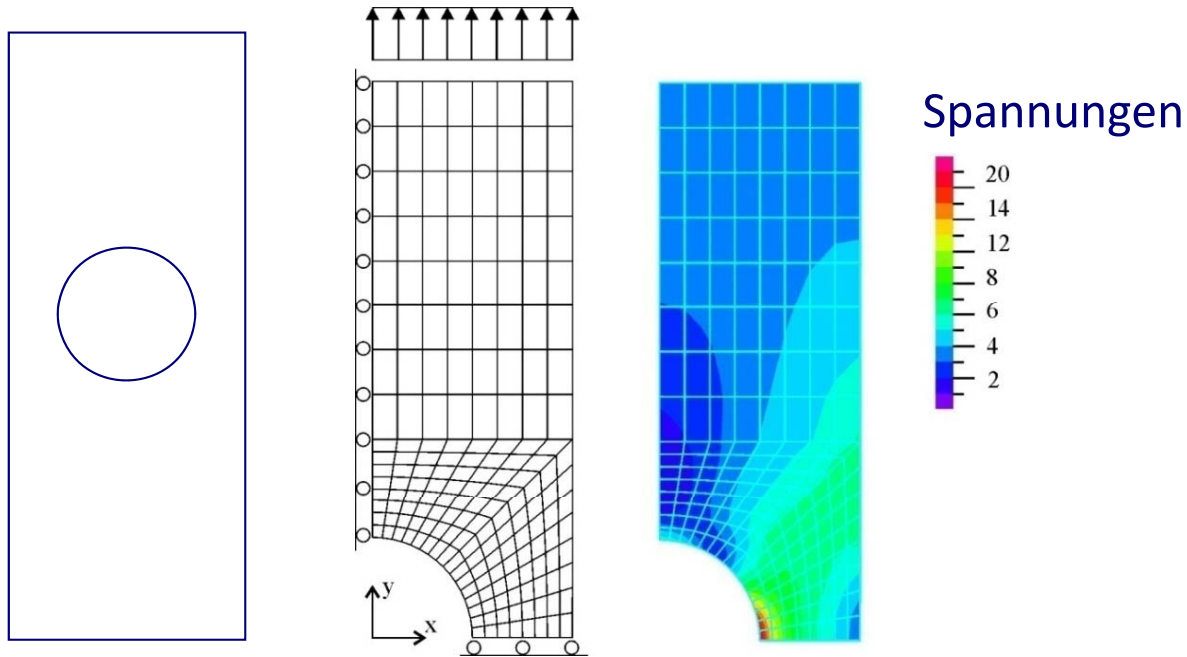
Randbedingungen nicht symmetrisch



Belastung nicht symmetrisch

Ausnutzung von Symmetrie

Viertelmodell bei Doppelsymmetrie möglich



An den Symmetriegrenzen
sind stets die Freiheitsgrade
senkrecht zu den jeweiligen
Symmetrieachsen zu sperren

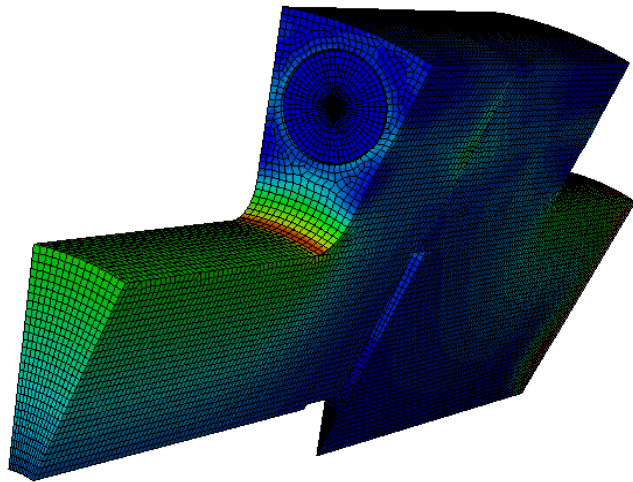
Ausnutzung von Symmetrie

Übersicht

Geometrie, RB <u>und</u> Belastung symmetrisch zu	Symmetriemodell
1 Achse	Halbmodell
2 Achsen	Viertelmodell
3 Achsen	Achtelmodell

Ausnutzung von Symmetrie

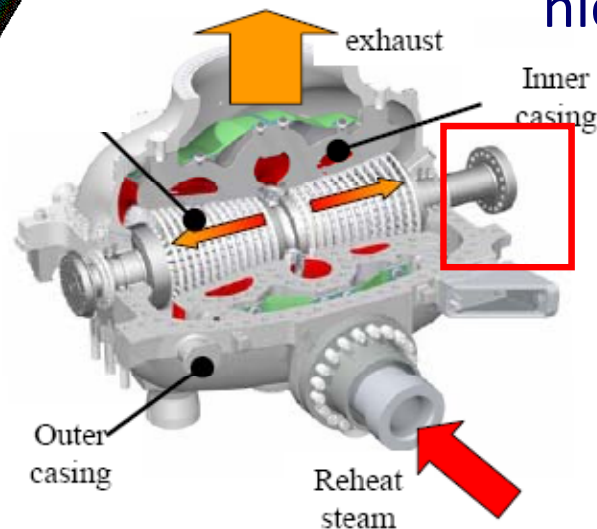
Radialsymmetrie



Radialsymmetrie möglich, wenn

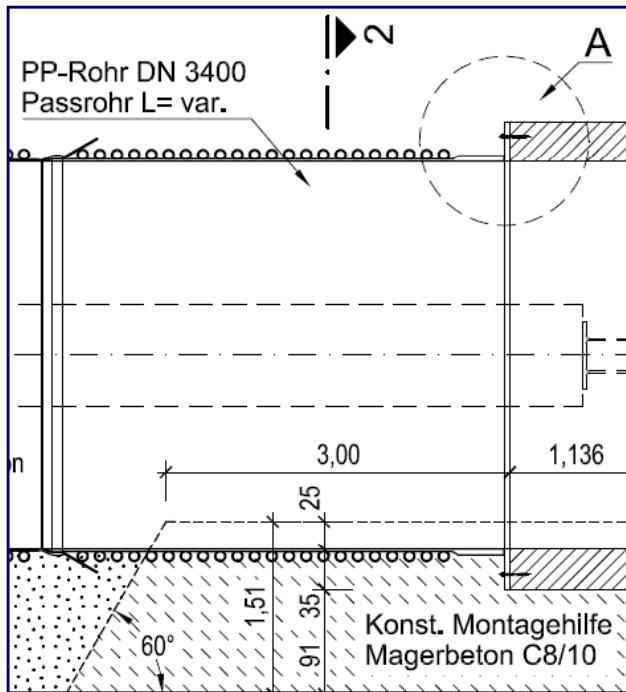
- Geometrie,
- Randbedingungen und
- Belastung

nicht vom Umfangswinkel abhängen



Submodellierung

Anschluss Rohr an Platte:

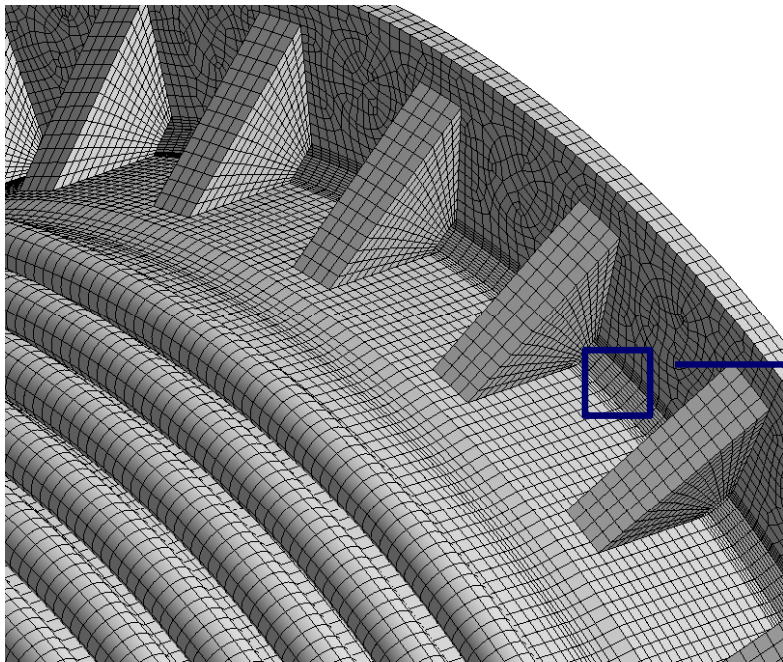


FE-“Grobmodell“ (600.000 Hexa8-Elemente):

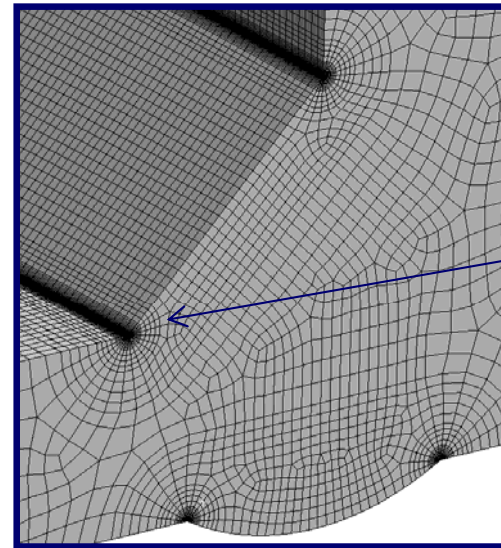


Submodellierung

Ausschnitt aus Grobmodell:



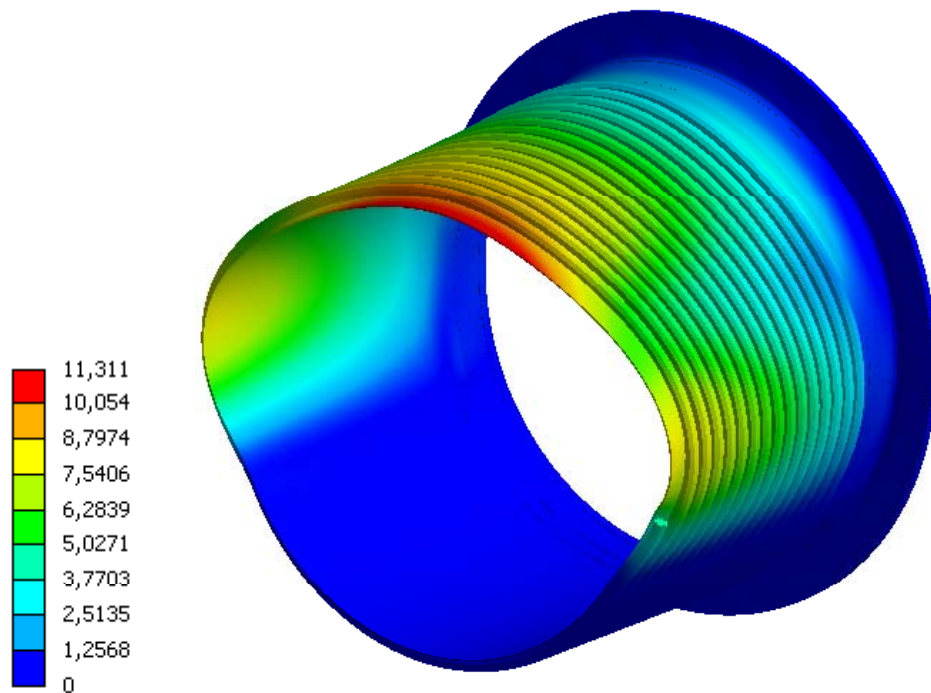
Submodell im Bereich der Schweißnaht:



10 finite Elemente im
Schweißnahtübergang
 $R = 1,0 \text{ mm}$

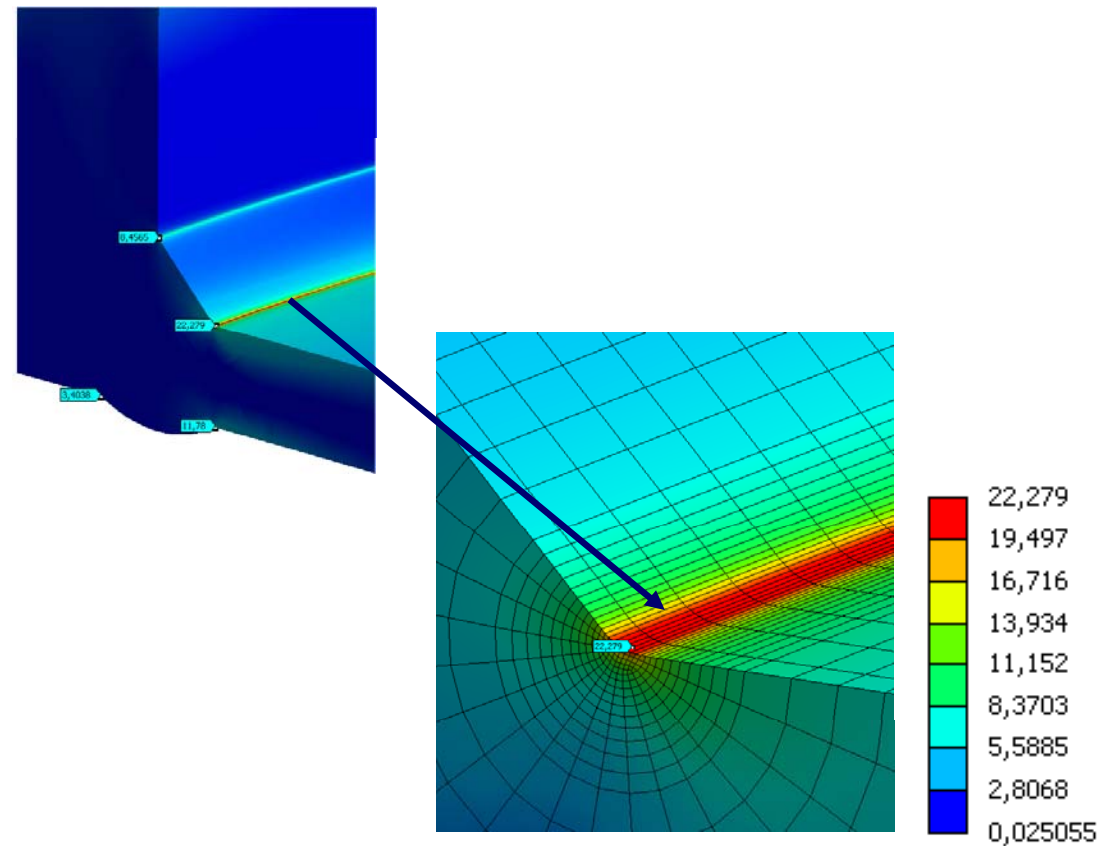
Submodellierung

Verformungen aus Globalmodell:



Deformation überhöht dargestellt

Lokale Spannungen aus Submodell:



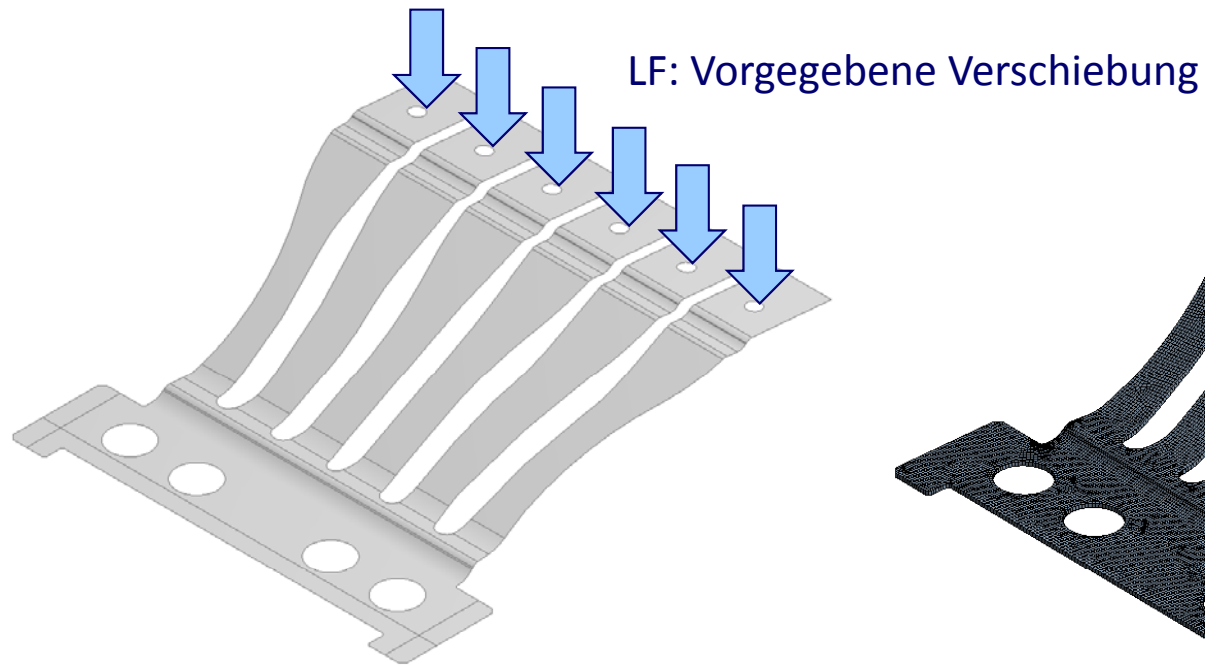
Linear oder nichtlinear?

Arten von Nichtlinearitäten:

- Geometrische Nichtlinearität
 - bei großen Verschiebungen, aber kleinen Verzerrungen, z.B. Stabilitätsprobleme („Gleichgewicht am verformten System“)
 - Achtung: Je nach Lastfall können größere oder kleinere Spannungen im Vergleich zur linearen Berechnung auftreten (Bsp. Tafel)
- Geometrische Nichtlinearität mit großen Verzerrungen, z.B. Umformprozesse
- Physikalische Nichtlinearität bei plastischem Werkstoffverhalten
- Nichtlineare Randbedingungen, z.B. Kontaktbedingungen

Linear oder nichtlinear?

Bsp: FEM-Berechnung einer Blattfeder:



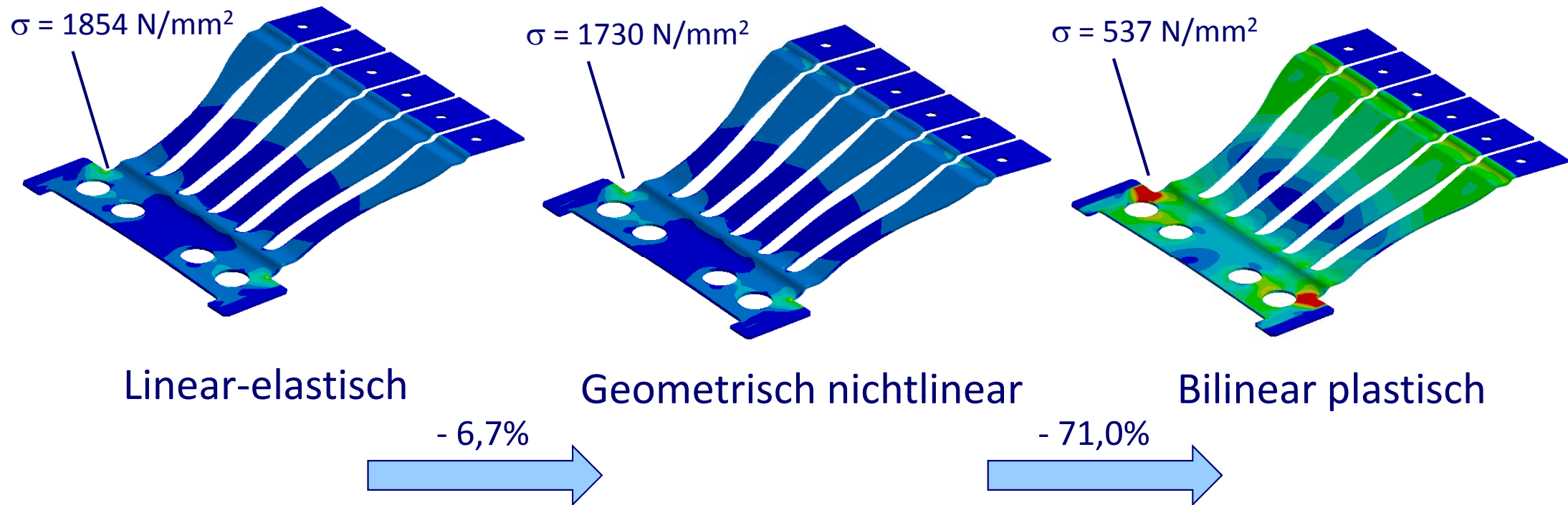
CAD-Modell
Aufbauhöhe: 15 mm



FE-Modell:
83.000 Schalenelemente / 470.000 DOF

Linear oder nichtlinear?

Bsp: FEM-Berechnung einer Blattfeder (LF: $u = 2,5 \text{ mm}$)



Linear oder nichtlinear?

Bsp: FEM-Berechnung einer Blattfeder (LF: $u = 10 \text{ mm}$)

