(1)

INFO0603

CM1

CM1 ① p.10 a- proportions des données restantes après compression

b- facteur par lequel la taille des données a été divisé

c- pourcentage de place gagné par la compression

② $\tau = \frac{S_c}{S_i} = \frac{98304}{131072} = 0,75$

$f = \frac{S_i}{S_c} = \frac{131072}{98304} = 1,3$

$p = \frac{S_i - S_c}{S_i}\ \%$

$= \frac{32768}{131072} = 25\%$

③ $S_i = S_c / \tau$

$= 145260 / 0,1 = 1\ 452\ 600$ octets

④ $p = \frac{S_i - S_c}{S_i} \Leftrightarrow S_c = (1-p) S_i$

$\Leftrightarrow S_i = \frac{S_c}{1-p}$

$\Leftrightarrow S_i = \frac{14820}{1-0,1} = 161\ 400$ octets

Exercice 2 : p.10

① $\tau > 1$

② $f < 1$

3 $p < 0$

Exercice 3 : p.14

$\mathcal{B}_p$ nb binaire de p octets

① $\# \mathcal{B}_p = 2^{8p}$

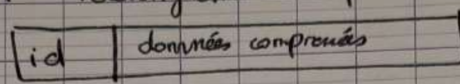
② $\# \mathcal{B}_{\leq p-1} = 2^8 + 2^{2\times 8} + 2^{3\times 8} \dots + 2^{(p-1)8}$

$= 1 + 2^8 + \dots + 2^{(p-1)8} - 1$

$= \frac{2^{8p}}{2^8 - 1} - 1 \simeq 2^{8(p-1)} \times 1,0004$

③ $\frac{\# \mathcal{B}_{8p-1}}{\# \mathcal{B}_p} = \frac{1{,}0004 \times 2^{8(p-1)}}{2^{8p}} \simeq 2^{-8} \Rightarrow$ 256 fois moins

④ Non. il va falloir indique le compresseur utilisé.
$\Rightarrow$ son "identifiant" qui est sur 1 octet (256 choix)



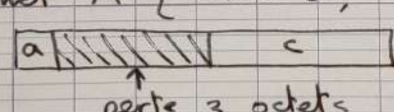
L'identifiant fait donc perdre la place qu'on aurait gagné
↳ On ne gagne rien en moyenne

Exercice 4 : p.16

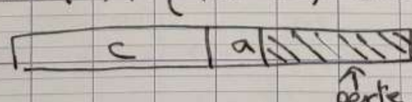
① être sur des multiples du signal pour l'adresse des types élémentaires pour les types composés

② Un processeur 32/64 bits est optimisé pour manipuler les données de 32/64 bits
L'utilisat° de mots + courts (ex. 8 bits) ne rend pas possible la vectorisation
↳ actuellement se fait manuellement

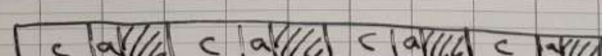
③ en raison de l'alignement (cf. Q1)
ex : Struct A { char a; int c; }



Struct A, { int c; char a; }

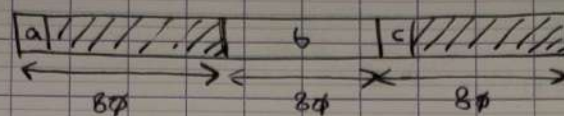


④



multiple du max des size of

⑤ Struct { char a; double b; char c ; }

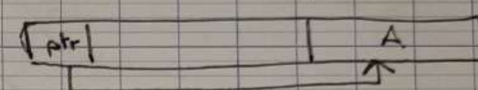


↳ 24 octect

mais a + b + c = 10 octet

⑥ Oui si :

- il y a une méthode virtuelle (VPTR en plus au debut)
- il y a un héritage virtuel



Exercice 5 : P. 20

① 10 00 10 01 ......

P A P i .... PAPI PAPA PAPA PAS PAPI

② longueur du code 38 bits

longueur de la chaine 19 symboles

$$\ell = \frac{\text{longueur code}}{\text{l. chaine}} = \frac{38}{19} = 2 \text{ bits}$$

③ 0.10.0.110.0.10. ....

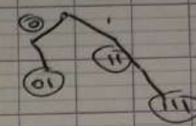
Code obtenu : 32 bits

④ $\frac{32}{19} = 1{,}684$ bits / symbole

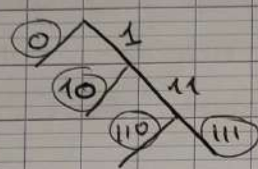
⑤ le codage des symbole le + fréquent avec - de bits permettent d'améliorer le codage de la chaine

Exercice 6 : p.20

① 0111 → 0.111
↳ 01.11 } ⇒ NON



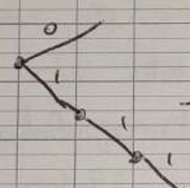
② 01110 → 0.111.0
↳ 01.110 } ⇒ NON

③ 

⇒ OUI

④ 110 → 1.10
↳ 110 } NON

⑤ OUI , 0 est le séparateur



→ ne montre pas qu'il est décodable

Exercice 7 :

① $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^{l_i}} = 1$

$\forall i, l_i = l$

$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^l} = \frac{n}{2^l} = 1 \iff n = 2^l \iff \log n = l \log 2$

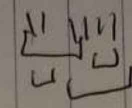
$l = \frac{\log n}{\log 2} = \log_2 n$ bits

② $n = 16$ $\quad l = \frac{\log 16}{\log 2} = \frac{\log 24}{\log 2} = 4 \to 4$ bits

$n = 24$ $\quad l = \frac{\log 24}{\log 2} = 4,4835 \simeq 5$ bits

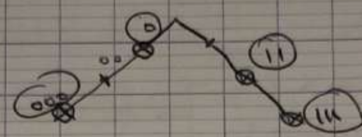
arrondire vers le haut

(2)



INFO0603 (3)

CM1



$$IK(C1) = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^3} = 1$$

Oui il vérifie l'intégrité de Kraft.
⇒ il existe un code préfixe avec ces longueurs de mot de code.

⚠ C1 non préfixe. 0 préfixe 000
11 préfixe 111

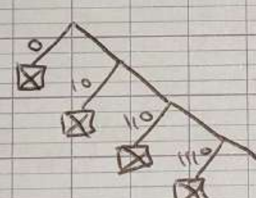
Exercice 8 : p.24

① $IK(C1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^4} = 1 - \frac{1}{2^4} < 1 \Rightarrow$ oui

② $IK(C2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4} = 1 - \frac{1}{2^2} < 1 \Rightarrow$ oui

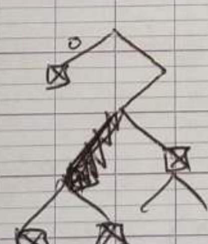
③ $IK(C3) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} = 1 \Rightarrow$ oui

④ C1



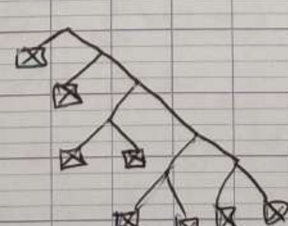
⇒ {0, 10, 110, 1110}

C2



⇒ ~~{0, 101, 1010, 1011}~~
ou
{0, 100, 1010, 1011}

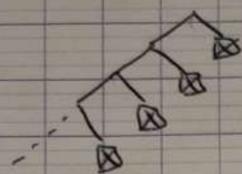
C3



⇒ {0, 10, 1100, 1101, 11100, 11101, 11110, 11111}

Exercice 9 : p.24

① oui   ex : 001
         00 - 01]→ nécessairement non préfixe



② $S_n = \sum_{i=1}^{n} 2^{-l_i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots + \frac{1}{2^n}$

$= \cancel{1} + \qquad -1$

$= \frac{1-(1/2)^{n+1}}{1-1/2} - 1 = 2\left(1-(1/2)^{n+1}\right) - 1$

$= 1 - 2^{-n}$

$\lim_{n \to \infty} S_n = 1^- \Rightarrow$ vérifie l'intégrité de Kraft

③ Pas si il termine par un zero

Exercice 10 p.31

① $H(x_1) = -\sum_{i=1}^{4} p_i \log_2 p_i = -4\left(\frac{1}{4} \underbrace{\log_2 \frac{1}{4}}_{-2}\right)$

$= 2$ bits

② $H(x_2) = -\log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log_2 \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8}$

$= -\frac{1}{2} \times (-1) - \frac{1}{4} \times (-2) - \frac{1}{4}(-3)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 1,75$ bits

③ $H(x_3) = 1,7398$ bits

④ $H(x_4) = 1{,}0613$ bits

⑤ $H(x_5) = -1 \log_2 1 - 3 \times (0 \log_2 0) = 0$ bits

Rappel : f concave $\Rightarrow f(\sum_i u_i x_i) \geqslant \sum_i u_i f(x_i)$

si $\sum u_i = 1$ et $f''(x) \leq 0$

Exercice 11.

① $-x \log x$ est une fonction concave

$\Rightarrow -\frac{1}{2}(P_u + P_v) \log_2(\frac{1}{2}(P_u + P_v)) \geqslant -\frac{1}{2} p_u \log_2 p_u$

$= \frac{1}{2} p_v \log_2 p_v$

$-q_u \log_2 q_u - q_v \log_2 q_v = 2 \times (-\frac{1}{2}(p_u + p_v) \log_2(\frac{1}{2} p_u + p_v))$

$\geqslant 2 \times (-\frac{1}{2} p_u \log_2 p_u - \frac{1}{2} p_v \log_2 p_v)$

$\geqslant -p_u \log_2 p^u - p_v \log_2 p_v$

le reste des termes de $H(P)$ et $H(Q)$ étant identiques $\Rightarrow H(Q) \geqslant H(P)$

Interprétation : il y a plus d'indétermination dans Q dans P

② remarque que $\log_2 x$ est décroissante

Donc $-\log_2(p_u + p_v) \leqslant \log_2(P_u)$ idem pour P_v

$-q_u \log_2 q_u - q_v \log_2 q_v = -0 \log_2 0 - (p_v + p_v) \log(p_u + p_v)$

$= -p_u \log_2(p_u + p_v) - p_v \log_2(p_u + p_v)$

$\leqslant -p_u \log p_u - p_v \log_2 p_v$

$\Rightarrow H(Q) \leqslant H(P)$

Interprétation on a ajouté de la certitude sur Q par rapport à $P \Rightarrow$ besoin de moins de bits pour stocker des symboles issus de Q

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

Exercice 14 p. 36

1- $f_a = \frac{250}{1000} = f_f = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $f_c = f_h = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \simeq f_d$

$f_b = \frac{62}{1000} = \frac{1}{16}$ $\qquad$ $f_e = f_g = \frac{32}{1000} = \frac{1}{32}$

approximat° à la base de 2 la plus proche

2- La fréquence d'apparition est une proba empirique (estimat° de la proba à partir d'ex réels)

3. $\bar{l} = \sum_i l_i \times P_a[i] \simeq \sum_i l_i \times f_i$ bda

estimat° de P_a

$\forall i \; l_i = 3 = l$

$$\bar{l} = \sum_i l f_i = \cancel{f}\, l \overbrace{\sum f_i}^{=1} = l = 3$$

4. $H = -\sum P_a[i] \log_2 P_a[i]$

$= -\left(2 \times \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \log_2 \frac{1}{16} + 3 \times \frac{1}{8} \times \log_2 \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{32} \log_2 \frac{1}{32}\right)$

$= 2{,}69$ bits

5. $K = \sum_i 2^{-l_i} \leq 1$ $\quad \Big| \; l_1 = 2, \; l_2 = 4$

$n_1 + n_2 = 8 = \# \mathcal{A}$

$\sum 2^{-k} = n_1 \times 2^{-l_1} + n_2 2^{-l_2} = n_1 2^{-2} + n_2 2^{-4} = 1$ (si optimum atteint)

$n_1 2^{-2} + (8 - n_1) 2^{-4} = 1 \iff n_1 = \frac{1 - 8 \times 2^{-4}}{2^{-2} - 2^{-4}} = \frac{1/2}{1/4 - 1/16}$

$\simeq 2, \dots > 2$

$\Rightarrow n_1 = 2$

$\downarrow$

(ça veut dire on peut prendre 00 01 ou 11 10) $\Rightarrow$ 2 possibilités

INFO 0603

CM1 6- a et f : 01 et 00

les autres : 1xxx

8 possibilités

7- 2 plus fréquents : $\frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

le reste $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\bar{\ell} = \sum \ell_i \, Pa[i] = 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2} = 1 + 2 = 3$ bits/symbole

$\Rightarrow$ pas mieux que le code de base avec le codage à taille fixe

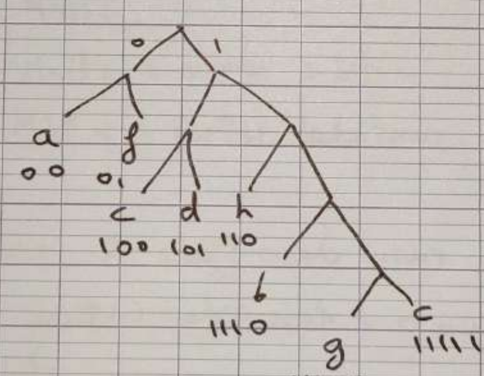
8- self information

$I_a = I_f = -\ln_2 \frac{1}{4} = 2$ bits

$I_c = I_d = I_h = -\ln_2 \frac{1}{8} = 3$ bits

$I_b = -\ln_2 \frac{1}{16} = 4$ bits

$I_g = I_e = -\ln_2 \frac{1}{32} = 5$ bits



$\bar{\ell} = \sum \ell_i f_i = 2\left(2 \times \frac{1}{4}\right) + 3 \times \left(3 \times \frac{1}{8}\right) + 4 \times \frac{1}{16} + 2\left(5 \times \frac{1}{32}\right)$

$= 1 + \frac{9}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{16} = \frac{43}{16} < 3$

9- on devrait trouver $\frac{43}{16} = 2{,}63 \Rightarrow$ on est à l'entropie

Exercice 15 : p. 40

1- oui, ex : 040

2- 094 094 064

3- 051 . 2 . 093 . 00 . 2 . 00 . 1 . 080 . 3 . 4 . 4 .

4- l chaine = 30
l RLE = 19

$\tau = \frac{19}{30} = 0{,}63$

5- 1111 . 4 . 111111 . 0 . 333 . 222222222 . 2 . 2 . 4 . 11111 . 444

6- oui - une chaine qui se termine par x0 avec $x \neq 0$
- x0x' avec x et $x' \neq 0$
- 1041 → 11111 mais devrait être codée comme 051
↳ non générée par codage RLE, mais déchiffrable par RLE

7- 00 → 0
01x → un run de 4 x
⋮
09x → un run de 12 x
⇒ 0ix $i \neq 0$ run de i+3 x

8- on reprend la question 2.
24 "4" ⇒ 094.094

Exercice 16 : p.44

1. a- liste triée : {29, 23, 19, 13, 12, 9, 2, 1}

val	binaire :
29	0001.1101
23	0001.0111
19	0001.0011
13	0000.1101
12	0000.1100
9	0000.1001
2	0000.0010
1	0000.0001

	codage	note
	100	4 = MSB ou bits
29	1101	binaire sans son MSB (on sait qu'il est a 1
23	10111	MSBs
19	10011	MSBs
13	01101	MSBs + perte 1 bit
12	1100	MSBs
9	1001	MSBs
2	0010	MSBs + perte 2 bit
1	01	MSBs + perte 1 bit

b- 36 bits pour 8 chiffres

c- $L_i = 8 \times 8\text{bits} = 64 \text{ bits}$

$L_c = 36 \text{ bits}$

$\tau = \frac{L_c}{L_i} = \frac{36}{64} = 0,5627$

d- 1 —— 1/2
0 —— 1/2
01 —— 1/4
00 —— 1/4

→ RR sur ça ⇒ 0 bit gagné sur 1/2 chiffres
1 bit gagnée sur 1/4 chiffres
2 —— 1/8
3 —— 1/16
⋮
7 —— 1/256

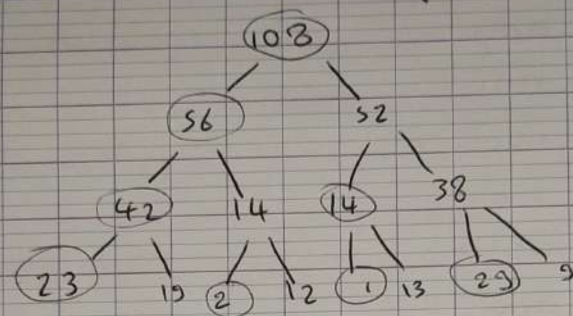
$\Rightarrow$ nb bits gagnés : $0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{8} + \dots$

$= 0{,}964$ bits / octet

$\hookrightarrow \tau = \frac{8 - 0{,}964}{8} = 0{,}879$

2 - ~~a voir les 4 1° Q (pas e)~~

a -



b - $L_1 = \{108, 56, 42, 23\}$

$L_2 = \{108, 56, 14, 2\}$

$L_3 = \{108, 52, 14, 1\}$

$L_4 = \{108, 52, 38, 29\}$

c - $\{108, 56, 42, 23, 2, 14, 1, 29\}$

d - codage RR de $\{108, 56, 42, 23\} = L_1$

et on l'écrit → ~~[illegible]~~ 4 chiffres codés

- codage RR L2 et on l'écrit le codage de 2
- co ——— L3 ——— 14, 1

——— L4 ——— 29

<u>décodage</u>

decoder L1 → {108, 56, 42, 23

calculer 19 = 42 - 23

14 = 56 - 42

codage RR du 108, 56 - 14 → contexte de codage de 2 (donne le nombre de bits à lire par l'élément suivant)

On decode 2

(4)

INFO0603

CM1

On calcule 12 = 14 - 2
on calcule 52 = 108 - 56
codage RR de 108, 52 → contexte de codage de 14, 1
on decode 14, 1
Calculer 13 = 14 - 1
38 = 52 - 14
codage RR de {108, 52, 38} → contexte de codage de 29
décoder 29
calculer 9 = 38 - 29

Exercice 17 : p. 48

étape 1

1-

p	a	t	a	t	e
e	p	a	t	a	t
t	e	p	a	t	a
a	t	e	p	a	t
t	a	t	e	p	a
a	t	a	t	e	p

étape 2 : tri

0	a	t	a	t	e	p
1	a	t	e	p	a	t
2	e	p	a	t	a	t
3	p	a	t	a	t	e
4	t	a	t	e	p	a
5	t	e	p	a	t	a

code : ptteaa, 3

2- ①

0	1	2	3	4	5
p	t	t	e	a	a

② trier suivant les lettres

4	5	3	0	1	2
a	a	e	p	t	t

③ trier selon les ~~chiffres~~ indices

③ ← la ou on commence

on commence par 3 et 0 et la suivante etc

0	1	2	3	4	5
4	5	3	0	1	2
a	a	e	p	t	t

⇒ patate

Exercice 18 : psi

1- $\{a, e, i, o, p, t\} = A$
 0 1 2 3 4 5

2- avec codage direct

$\{4, 0, 4, 3, 4, 2, 4, 0, 4, 3, 4, 1, 5, 5, 1\}$

moyenne = 2,93

3-

in	out	A
p	4	a, e, i, o, p, t
a	1	p, a, e, i, o, t
p	1	a, p, e, i, o, t
o	4	p, a, e, i, o, t
p	1	o, p, a, e, i, t
i	4	p, o, a, e, i, t
p	1	i, p, o, a, e, t

moyenne = 2,26

in	out	A
a	3	p, i, o, a, e, t
p	1	a, p, i, o, e,
o	3	p, a, ~~p~~ i, o, e,
p	1	o, p, a, i, e,
e	4	p, o, a, i, e,
t	5	e, p, o, a, i,
t	0	
e	1	

4- avec un code + faible on se retrouve avec un codage plus court car + sa distance est élevé plus son code est long

5- voir p.50, m̂ chose, sense inverse