

2

INFO0602

CM4

Exercice 30 p.122

1) il y a plusieurs cas:

1. 1 façon d'obtenir le typeage : $2 = 1+1$, $4 = 2+2$... $12 = 6+6$
2. 2 façons d'obtenir le typeage : $3 = 2+1 = 1+2$... $\Rightarrow P_n[X] = 2/36$
3. 3 _____ $4 = 2+2 = 3+1 = 1+3$... $\Rightarrow P_n[X] = 3/36$
4. _____ $\Rightarrow P_n[X] = 4/36$
5. _____ $\Rightarrow P_n[X] = 5/36$
6. _____ $\Rightarrow P_n[X] = 1/6$

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	$1/36$	$2/36$	$3/36$	$4/36$	$5/36$	$6/36$	$5/36$	$4/36$	$3/36$	$2/36$	$1/36$

2) Pour chaque cas est différent

- 1 $\rightarrow (1,1)$
- 2 $\rightarrow (1,2) (2,1) (2,2)$
- 3 $\rightarrow (1,3) (2,3) (3,3), (3,2) (3,1)$
- 4
- 5
- 6 $\rightarrow (6,6) (6,5) (6,4) (6,3) (6,2) (6,1) (5,6)$
 $(4,6) (3,6) (2,6) (1,6)$

Max	1	2	3	4	5	6
$P_n[X]$	1	3	5	7	9	11

3) loi jointe

X \ Y	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$1/36$										
2		$2/36$	$1/36$								
3			$2/36$	$2/36$	$1/36$						
4				$2/36$	$2/36$	$2/36$	$1/36$	$1/36$			
5					$2/36$	$2/36$	$2/36$				
6						$2/36$	$2/36$	$2/36$	$2/36$	$1/36$	



$$4. P_r[Y=2 | X=3] = \frac{P_r[X=3, Y=2]}{P_r[X=3]} = 1$$

$$5. P_r[X=3 | Y=2] = \frac{P_r[X=3, Y=2]}{P_r[Y=2]} = \frac{2}{3}$$

$$6. P_r[X=5 | Y=4] = \frac{P_r[X=5, Y=4]}{P_r[Y=4]} = \frac{2}{7}$$

$$7. P_r[Y=3 | X=5] = \frac{P_r[X=5, Y=3]}{P_r[X=5]} = \frac{1}{2}$$

$$8. H(X) = - \sum_{i=1}^{12} h[X=i] \ln_2 h[X=i]$$

$$= -2 \left(\frac{1}{36} \ln_2 \frac{1}{36} + \frac{2}{36} \ln_2 \frac{2}{36} \dots \right) = 3,27 \text{ bits}$$

$$H(Y) = - \sum_{j=1}^5 P_r[Y=j] \ln_2 P_r[Y=j] = 2,32 \text{ bits}$$

$$9. H(X, Y) = - \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^5 h[X=i, Y=j] \ln_2 h[X=i, Y=j]$$

$$= 4,34 \text{ bits}$$

$$10. H(X, Y) \leq H(X) + H(Y) \quad 4,34 \leq 3,27 + 2,32$$

$$11. H(X, Y) = H(X) + H(Y|X) \Rightarrow$$

$$H(Y|X) = H(X, Y) - H(X) = 4,34 - 3,27 = 1,06 \text{ bits}$$

$$H(X, Y) = H(Y) + H(X|Y) \Rightarrow$$

$$H(X|Y) = 2,02 \text{ bits}$$

$$12. I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) = 3,27 - 2,02 = 1,26 \text{ bits}$$

$$= H(Y) - H(Y|X) = 2,32 - 1,06 = 1,26 \text{ bits}$$

$$= H(X) + H(Y) - H(X, Y) = 3,27 + 2,32 - 4,36 = 1,26 \text{ bits}$$

Exercice 31 : p.120

6- 2 cas possibles :

a) PPM \leq arithmétique

normal, codage PPM dans le contexte avec une proba supérieure au codage arithmétique (ordre 0)
 \Rightarrow besoin de moins de bits pour coder ces symboles

b) PPM $>$ arithmétique

coût du codage du symbole de changement de contexte (Δ) n'est pas le gain d'utilisation des contextes

5- n_i = nb occurrences du i^{e} caractère de l'alphabet dans la chaîne S

p_i = proba de i^{e} caractère de l'alphabet

nb bits dans le codage de s :

$$\sum_{i=1}^n n_i \left(-\log_2 p_i \right)$$

sur H les symboles de l'alphabet

\downarrow nb de bits portant pour le codage d'un c_i